



WISKUNDE

Graad 7

Boek 2

KABV

Leerderboek

sasol
inzalo
foundation



UKUQONDA
i n s t i t u t e

**Ontwikkel en gefinansier as 'n voortgesette projek van die Sasol
Inzalo Stigting, in samewerking met die Ukuqonda Instituut.**

Gepubliseer deur The Ukuqonda Institute
Nealestraat 9, Rietondale 0084
Geregistreer as Titel 21-maatskappy, registrasienommer 2006/026363/08
Openbare Bevoordelingsorganisasie, PBO-no. 930035134
Webwerf: <http://www.ukuqonda.org.za>

Eerste publikasie in 2014
© 2014. Kopiereg op die werk is in die uitgewer gevestig.
Kopiereg op die teks is gevestig in die bydraers.

ISBN: 978-1-920705-37-4

Hierdie boek is ontwikkel in samewerking met die Departement van Basiese
Onderwys van Suid-Afrika, met finansiering van die Sasol Inzalo Stigting.

Medewerkers:

Piet Human, Erna Lampen, Marthinus de Jager, Louise Keegan, Paul van Koersveld,
Nathi Makae, Enoch Masemola, Therine van Niekerk, Alwyn Olivier, Cerenus Pfeiffer,
Renate Röhrs, Dirk Wessels, Herholdt Bezuidenhout

Erkennings:

Vir die hoofstukke oor Datahantering is waardevolle idees en datastelle uit die volgende
bronne oorgeneem:

http://www.statssa.gov.za/censusatschool/docs/Study_guide.pdf

http://www.statssa.gov.za/censusatschool/docs/Census_At_School_2009_Report.pdf

Illustrasies en grafika:

Zhandre Stark, Lebone Publishing Services
Rekenaargrafika op die tweede bladsy van die *Leerderboek*-hoofstukke: Piet Human

Voorbladillustrasie: Leonora van Staden

Teksontwerp: Mike Schramm

Uitleg en setwerk: Lebone Publishing Services

Gedruk deur: [printer name and address]

KOPIEREGKENNISGEWING

Jou reg om hierdie boek wetlik te kopieer

Hierdie boek word gepubliseer onder lisensiëring van 'n Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 Unported Lisensie (CC BY-NC).

Jy mag en word aangemoedig om hierdie boek vrylik te kopieer. Jy kan dit soveel keer as wat jy wil fotostateer, uitdruk en versprei.

Jy kan dit aflaai op enige elektroniese toestel, dit per epos versprei en op jou webblad laai. Jy mag ook die teks en illustrasies aanpas, op voorwaarde dat jy aan die kopiereghouers erkenning gee (“erken die oorspronklike werk”).

Beperkings: Jy mag nie kopieë van hierdie boek maak vir die doel van winsbejag nie. Dit geld vir gedrukte, elektroniese en webbladgebaseerde kopieë van hierdie boek, of enige deel van hierdie boek.

Vir meer inligting oor lisensiëring by die Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 Unported (CC BY-NC 4.0), besoek <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

Alle redelike moeite is gedoen om seker te maak dat ingeslote materiaal nie reeds kopiereg by ander entiteite het nie, of in 'n paar gevalle, om erkenning aan kopiereghouers te gee. In sommige gevalle kon dit dalk nie moontlik gewees het nie. Die uitgewer verwelkom die geleentheid om sake reg te stel met enige kopiereghouers wat nie erken is nie.



Behalwe indien anders vermeld, is hierdie werk gelisensieer onder <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

Inhoudsopgawe

Kwartaal 3

Hoofstuk 1:

Numeriese en meetkundige patrone	1
--	---

Hoofstuk 2:

Funksies en verbande 1	17
------------------------------	----

Hoofstuk 3:

Algebraïese uitdrukkings 1	25
----------------------------------	----

Hoofstuk 4:

Algebraïese vergelykings 1	33
----------------------------------	----

Hoofstuk 5:

Grafieke	41
----------------	----

Hoofstuk 6:

Transformasiemeetkunde.....	57
-----------------------------	----

Hoofstuk 7:

Meetkunde van 3D-voorwerpe	79
----------------------------------	----

Kwartaal 3: Hersiening en assessering	97
---	----

Kwartaal 4

Hoofstuk 8:

Heelgetalle..... 117

Hoofstuk 9:

Numeriese patrone..... 133

Hoofstuk 10:

Funksies en verbande 2..... 141

Hoofstuk 11:

Algebraïese uitdrukkings 2..... 149

Hoofstuk 12:

Algebraïese vergelykings 2..... 157

Hoofstuk 13:

Versamel, organiseer en som data op..... 167

Hoofstuk 14:

Stel data voor 189

Hoofstuk 15:

Interpreteer, ontleed en doen verslag oor data..... 207

Hoofstuk 16:

Waarskynlikheid..... 219

Kwartaal 4: Hersiening en assessering 227

HOOFSTUK 1

Numeriese en meetkundige patrone

In hierdie hoofstuk sal jy leer om getalrye en meetkundige patrone te herken, te beskryf, uit te brei en te ontwerp. Patrone stel ons in staat om voorspellings te maak. Jy sal ook met verskillende voorstellings van patrone, soos vloedigramme en tabelle, werk.

1.1	Patrone in getalrye	3
1.2	Meetkundige patrone	8

6



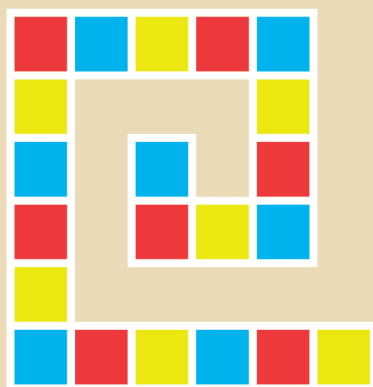
10



15



21



28 ?

1 Numeriese en meetkundige patrone

1.1 Patrone in getalrye

WAT KOM VOLGENDE?

Wat kan die volgende drie getalle in elke getalry hier onder moontlik wees?

- 4; 8; 12; 16; 20;
- 4; 8; 16; 32; 64;
- 4; 8; 14; 22; 32;
- 5; 7; 4; 8; 3; 9; 2;

'n Stel getalle wat in volgorde geplaas is word 'n **getalry** genoem. In sommige gevalle kan elke getal in 'n getalry uit die voorafgaande getal gevorm word deur dieselfde of soortgelyke aksie uit te voer. 'n Mens kan dan sê daar is 'n **patroon** in die getalry.

Die getalle in 'n ry word die **terme** van die ry genoem. Terme wat op mekaar volg word **opeenvolgende** terme genoem.

1. (a) Skryf die volgende drie getalle in elke ry hier onder neer:

Ry A: 4; 7; 10; 13; 16;

Ry B: 5; 10; 20; 40; 80;

Ry C: 2; 5; 10; 17; 26;

- (b) Skryf neer hoe jy besluit het wat die volgende getalle in elkeen van die drie rye moet wees.

.....

.....

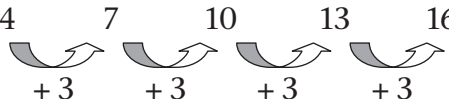
.....

'n Ry kan gevorm word deur herhaaldelik dieselfde getal by te tel of af te trek. Die **verskil** tussen die opeenvolgende terme is dan konstant.

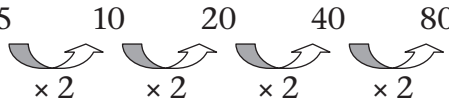
'n Ry kan ook gevorm word deur herhaaldelik met dieselfde getal te vermenigvuldig of te deel. In hierdie geval is die **verhouding** tussen die opeenvolgende terme konstant.

'n Ry kan ook op so 'n manier gevorm word dat nóg die verskil, nóg die verhouding tussen die opeenvolgende terme konstant is.

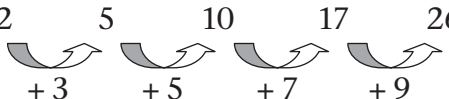
In ry A van vraag 1 is daar 'n **konstante verskil** tussen die opeenvolgende terme, soos hier onder getoon:

Ry A: 4 7 10 13 16
Verskil: 

In ry B van vraag 1 is daar 'n konstante verhouding tussen die opeenvolgende terme soos hier onder getoon:

Ry B: 5 10 20 40 80
Verhouding: 

In ry C van vraag 1 is daar nie 'n konstante verskil of 'n konstante verhouding tussen opeenvolgende terme nie. Daar is egter 'n patroon in die verskille tussen die terme, wat dit moontlik maak om die ry uit te brei. Opeenvolgende onewe getalle, beginnende met 3, word telkens bygetel om die volgende term te vorm.

Ry C: 2 5 10 17 26
Verskil: 

2. Skryf die volgende vyf terme van die rye hier onder neer. Beskryf telkens die verband tussen opeenvolgende terme.

- (a) 100; 95; 90; 85;
-
- (b) 0,3; 0,5; 0,7; 0,9;
-
- (c) 6; 18; 54; 162;
-
- (d) 1; 3; 6; 10; 15;
-
-
- (e) 20; 31; 42; 53;
-
- (f) 10; 9,7; 9,4; 9,1;
-
- (g) 18 000; 1 800; 180; 18;
-

(h) $\frac{1}{48}; \frac{1}{24}; \frac{1}{12}; \frac{1}{6};$

.....

(i) 1; 4; 9; 16;

.....

.....

(j) 625; 125; 25; 5;

.....

In al die gevalle hier bo was dit moontlik om die ry voort te sit deur herhaaldelik 'n getal by te tel of af te trek om die volgende term te kry, of om herhaaldelik met 'n getal te vermenigvuldig of te deel om die volgende term te kry, of om verskillende getalle volgens 'n sekere patroon by te tel om die volgende term te kry.

Die Engelse woord "recur" beteken "herhaal". Die voortsetting van 'n getalry deur telkens dieselfde aksie te herhaal word **rekursie** genoem. 'n Reël wat die verband tussen twee opeenvolgende terme van 'n ry beskryf word 'n **rekursiewe reël** genoem.

VERBANDE TUSSEN AFHANKLIKE EN ONAFHANKLIKE VERANDERLIKES

- (a) Mnr. Twala betaal 'n bedrag om sy motor elke dag in 'n parkeerterrein te parkeer. Hy moet R3 betaal as hy inry en dan 'n verdere R2 vir elke uur wat hy sy motor daar parkeer. Voltooi die onderstaande tabel om te wys hoeveel parkeergeld hy vir die verskillende getal ure wat hy daar parkeer, moet betaal.

Getal ure	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Parkeerkoste in R	5	7	9						

- (b) Hoe het jy die tabel voltooi? Beskryf jou metode.

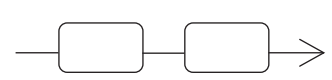
.....

.....

- (c) Kon jy die tabel op 'n ander manier voltooi het? Beskryf dit.

.....

- (d) Thembi het die getal ure met 2 vermenigvuldig en dan 3 bygetel om die koste van die verskillende tye te bereken. Voltooi die vloeiagram om Thembi se reël voor te stel.



Die reël *vermenigvuldig met 2 en tel dan 3 by* beskryf die verband tussen twee veranderlikes in hierdie geval. Die getal ure is die **onafhanklike veranderlike**. Die koste van mn. Twala se parkering is die **afhanklike veranderlike**, omdat die bedrag wat hy moet betaal afhanklik is van die getal ure wat hy parkeer.

Die R3 wat bygetel word is die **konstante** in hierdie situasie. Die getal ure en die koste is **veranderlikes**.

Die reël hier bo beskryf hoe 'n waarde van die *afhanklike* veranderlike bereken kan word vir 'n gegewe waarde van die *onafhanklike* veranderlike. Dit is anders as 'n rekursiewe reël, waarin beskryf word hoe 'n waarde van die *afhanklike* veranderlike vanaf die waarde van 'n vorige *afhanklike* veranderlike bereken kan word.

In die geval van 'n getalry kan die **posisie** (nommer) van 'n term in die ry as die onafhanklike veranderlike beskou word. Dit word in die tabel hier onder vir die ry 15; 19; 23; 27; 31; ... gedemonstreer:

Termnommer	1	2	3	4	5	6	7	8	50
Term	15	19	23	27	31				

2. (a) Voltooi die tabel hier bo.
(b) Hoe het jy term 50 bereken?

.....
.....
.....

- (c) Lungile het so gedink:
*Ek het elke keer 4 bygetel om die tabel te voltooi.
Ek het toe teruggetel om te kyk wat voor term 1 kom. Ek kry toe 11 en toe weet ek ek moet een 4 by 11 tel om die eerste term te kry.*

Lungile het onthou dat vermenigvuldiging voor optel gedoen word tensy hakies anders aandui.

Voltooi die patroon hier onder om te verduidelik hoe Lungile gedink het:

Term 1: $11 + 1 \times 4 = 11 + 4 = 15$

Term 2: $11 + 2 \times 4 = 11 + 8 = 19$

Term 3:

Term 4:

Term 5:

Term 6:

Term 10:

Term 50:

(d) Beskryf in jou eie woorde hoe die vyftigste term bereken kan word.

.....

(e) Tillie het so gedink: *Die konstante verskil tussen die terme is 4. Ek moet dus vier 49 keer by die eerste term tel om die 50ste term te kry. So, $15 + 49 \times 4 = 15 + 196 = 211$.* Voltooi die patroon hier onder om te wys hoe Tillie gedink het:

Term 1: 15

Term 2: $15 + 1 \times 4 = 15 + 4 = 19$

Term 3: $15 + 2 \times 4 = 15 + 8 = 23$

Term 4:

Term 5:

Term 6:

Term 10:

Term 50:

(f) Skryf die reël om term nommer 50 te bereken in jou eie woorde neer.

.....

In die voorbeeld in vraag 2 is die termnommer die onafhanklike veranderlike en die term self die afhanklike veranderlike. So, as ons die reël ken wat die afhanklike veranderlike en die onafhanklike veranderlike aan mekaar koppel, kan ons dit gebruik om enige term te bepaal as ons die termnommer ken.

3. Skryf 'n reël neer om die term te bereken vir enige termnommer in die ry

15; 19; 23; 27; 31; ... deur

(a) soos Lungile te dink.

.....

(b) soos Tillie te dink.

.....

Ons kan n gebruik as 'n simbool vir “enige termnommer”.

Die reël om die term vir enige termnommer te bereken

deur soos Lungile te dink, sal dan wees:

$$\text{Term} = n \times 4 + 11$$

(c) Skryf 'n reël neer om die term te bereken vir enige termnommer in terme van n deur soos Tillie te dink.

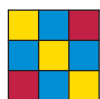
.....

.....

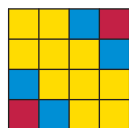
1.2 Meetkundige patrone

KONSTANTE HOEVEELHEDE EN VERANDERLIKE HOEVEELHEDE

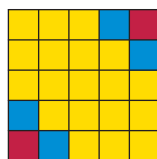
Klein geel, blou en rooi teëltjies word gebruik om groter teëls te vorm, soos in die voorbeelde hier onder:



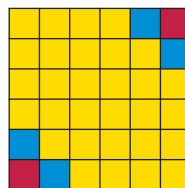
Teël 1



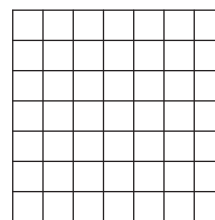
Teël 2



Teël 3



Teël 4



Teël 5

1. Teken teël no. 5 op die rooster hier bo. (Skakeer die blou en rooi teëls op verskillende maniere. Jy hoef nie kleur te gebruik nie.)
2. Voltooi die tabel.

	Teël no. 1	Teël no. 2	Teël no. 3	Teël no. 4	Teël no. 5	Teël no. 10
Getal geel teëls						
Getal rooi teëls						
Getal blou teëls						

3. Hoeveel rooi teëls is daar in elke groter teël?
4. Hoeveel geel teëls is daar in elke groter teël?
.....
.....
5. Party van die hoeveelhede in hierdie situasie is veranderlikes en ander is konstantes. Watter is veranderlikes en watter is konstantes?
.....
.....
6. Was dit moontlik om die patroon by teël no. 2 te voorspel deur slegs na teël no. 1 te kyk?
.....
.....

Die getal rooi teëls en die getal blou teëls is konstant. Dit is duidelik dat die ontwerp sodanig is dat daar altyd 'n rooi teël in die boonste regterhoek en in die onderste linkerhoek is en dat elke rooi teël altyd begrens is deur twee blou teëls. Dus is die getal rooi en blou teëls in hierdie situasie **konstant**.

Die getal geel teëls in die rangskikkings varieer. Die getal geel teëls is dus 'n **veranderlike** in hierdie situasie.

PATRONE MET VUURHOUTJIES

1. Hierdie patrone is met vuurhoutjies gevorm.



Figuur 1



Figuur 2



Figuur 3

- (a) Verduidelik hoe die patroon gevorm is.

.....

.....

- (b) Voltooi die tabel.

Figuurnommer	1	2	3	4	5	6	7	8
Getal vuurhoutjies	3	5	7					

- (c) Watter reël het jy gebruik om die tabel te voltooi?

.....

- (d) Hoeveel vuurhoutjies is nodig om figuur no. 9 te vorm?

- (e) Hoeveel vuurhoutjies is nodig om figuur no. 17 te vorm? Verduidelik.

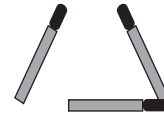
.....

.....

- (f) As jy die rekursiewe reël gebruik het om die tabel te voltooi, sou dit lank geduur het om vraag (e) te beantwoord, omdat jy dieselfde getal baie kere moes bytel. Probeer om vraag (e) op 'n makliker manier te doen. Beskryf jou metode.

.....

- (g) Voltooi die patroon hier onder.
Wenk: Dit mag help om s6 aan figuur no. 1 of term 1 te dink: Daar is een vuurhoutjie aan die begin en elke keer word nog twee bygevoeg. Probeer om die twee vuurhoutjies wat telkens bygevoeg word, te “sien”.



Term 1: $1 + 1 \times 2 = 3$

Term 2: $1 + 2 \times 2 = 5$

Term 3: $1 + 3 \times 2 = 7$

Term 4:

Term 5:

Term 10:

Term 17:

- (h) Wat bly dieselfde en wat verander in die patroon hier bo?

.....

.....

- (i) Gebruik hierdie vloeiagram om die reël wat jy kan gebruik om die getal vuurhoutjies vir enige figuur in die patroon te bereken, neer te skryf:

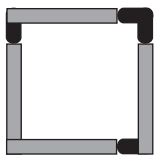


- (j) Kan jy die getal vuurhoutjies wat elke keer bygevoeg word koppel aan die getal waarmee jy vermenigvuldig in die vloeiagram? Verduidelik.

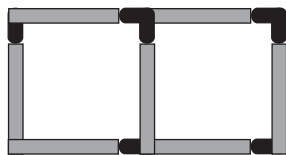
.....

.....

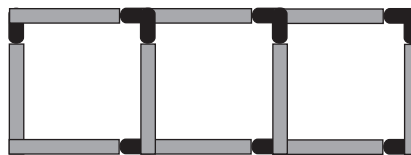
2. Hier is nog 'n patroon met vuurhoutjies.



Figuur 1



Figuur 2



Figuur 3

- (a) Verduidelik hoe hierdie patroon gevorm word.

.....

.....

(b) Voltooi die tabel.

Figuurnommer	1	2	3	4	5	6	7	8
Getal vuurhoutjies	4							

(c) Watter reël het jy gebruik om die tabel te voltooi?

.....

(d) Hoeveel vuurhoutjies is nodig om figuur 9 (of term 9) te vorm?

(e) Hoeveel is nodig vir figuur 20 (of term 20)?

(f) Watter reël het jy gebruik om die getal vuurhoutjies in vraag (e) te bereken?

.....

(g) Voltooi die patroon:

Term 1: $1 + 1 \times 3 = 4$

Term 2: $1 + 2 \times 3 = 7$

Term 3: $1 + 3 \times 3 =$

Term 4:

Term 5:

Term 10:

Term 17:

(h) Wat bly dieselfde hier bo en wat verander?

.....

.....

(i) Gebruik die vloeddiagram hier onder om die reël neer te skryf wat jy kan gebruik om die getal vuurhoutjies vir enige figuur in die patroon te bereken.



3. Vergelyk die manier waarop die getal vuurhoutjies in vraag 1 vermeerder met die manier waarop dit in vraag 2 gebeur. Wat is dieselfde en wat verskil?

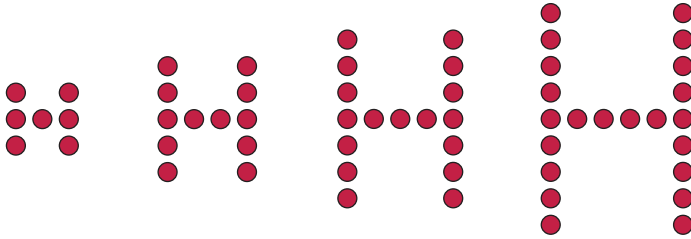
.....

.....

.....

ALFABETIESE PATRONE

Bekyk die figure wat hier onder met rooi kolletjies gevorm word.



Figuur 1

Figuur 2

Figuur 3

Figuur 4

Figuur 5

1. Hoeveel kolletjies is nodig om figuur 5 te vorm?

.....

2. Teken figuur 5.

3. Voltooi die tabel.

Figuurnommer	1	2	3	4	5	6	7	8
Getal kolletjies	7	12	17					

4. Voltooi die vloeidiagram.



5. Watter reël het jy gebruik om die tabel te voltooi? Beskryf jou reël.

.....

6. Kan jy aan 'n ander reël dink om die tabel te voltooi? Beskryf jou reël.

.....

.....

7. Noem die afhanklike en die onafhanklike veranderlike in hierdie situasie.

.....

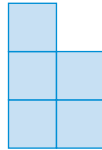
.....

VIERKANTE EN KUBUSSE

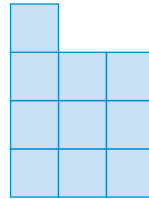
1. Vierkante word volgens 'n reël gepak om figure soos dié hier onder te vorm.



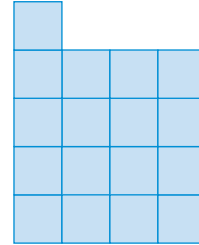
Figuur 1



Figuur 2



Figuur 3



Figuur 4

- (a) Voltooi die tabel en bepaal die verskille tussen opeenvolgende terme.

Figuurnommer	1	2	3	4	5	6	7	8
Getal vierkante	2	5						

+ 3

- (b) Beskryf die rekursiewe reël wat jy kan gebruik om die patroon uit te brei in woorde.

.....

- (c) Nombuso het rondgespeel met die verskille tussen opeenvolgende terme. Sy het raakgesien dat die patroon (+ 3; + 5; + 7; ...) soortgelyk is aan dit wat jy kry as jy die verskille tussen vierkantgetalle bereken. Dit het haar laat dink dat sy die vierkantgetalle moet ondersoek om haar te help om 'n reël te kry wat die figuurnommer aan die getal vierkante kan koppel.

Voltooi die volgende patroon soos Nombuso gedink het:

Figuur 1: $1 \times 1 + 1 = 1 + 1 = 2$

Figuur 2: $2 \times 2 + 1 = 4 + 1 = 5$

Figuur 3:

Figuur 4:

Figuur 5:

Figuur 6:

Figuur 7:

Figuur 8:

Figuur 50:

- (d) Skryf 'n reël neer om die getal vierkante vir enige term te bereken.

.....

(e) Skryf jou reël in (d) in terme van n waar n die simbool is vir enige figuurnommer.

.....

(f) Vergelyk die ry in hierdie aktiwiteit met die ry in die vorige aktiwiteit waar die kolletjies in 'n H-vorm gerangskik is. Beskryf hoe die afhanklike veranderlike (die uitvoergetal) in elkeen van die rye verander het.

.....

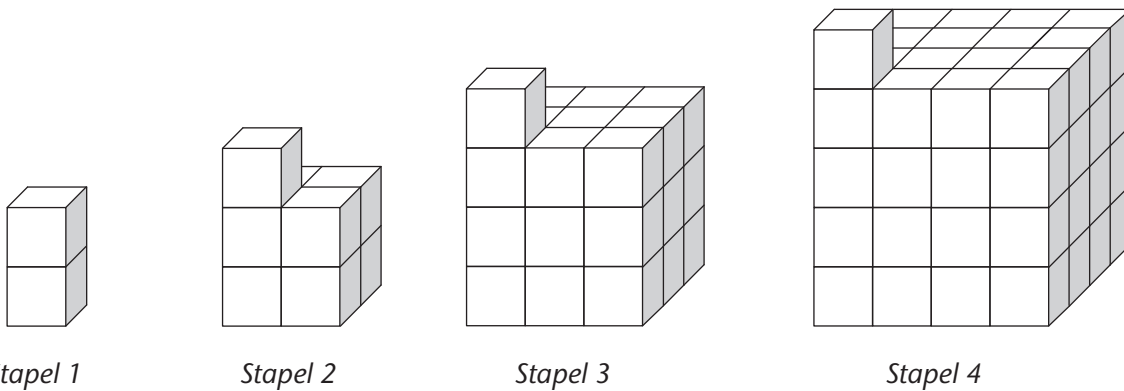
.....

.....

.....

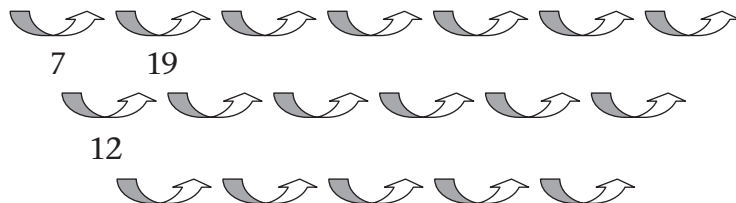
.....

2. Identiese kubusse word gepak om stapels kubusse soos dié hier onder te vorm:



(a) Voltooi die tabel. Bepaal dan die verskille tussen opeenvolgende terme. Doen dit 'n tweede en 'n derde keer. Skryf die verskille onder die pyle neer.

Stapelnummer	1	2	3	4	5	6	7	8
Getal kubusse	2	9	28					



(b) Beskryf die manier waarop jy die tabel voltooi het.

.....

.....

- (c) Dawid het mooi na die struktuur van die stapels gekyk en die volgende gedoen om die stapelnommer aan die getal kubusse in die stapel te koppel. Voltooi die patroon.

Stapel 1: $1 \times 1 \times 1 + 1 = 1 + 1 = 2$

Stapel 2: $2 \times 2 \times 2 + 1 = 8 + 1 = 9$

Stapel 3: $3 \times 3 \times 3 + 1 = 27 + 1 = 28$

Stapel 4: $4 \times 4 \times 4 + 1 = 64 + 1 = 65$

Stapel 5:

Stapel 6:

Stapel 7:

Stapel 8:

Stapel 9:

Stapel 10:

- (d) Hoeveel kubusse sal daar in stapel 50 wees?

.....

.....

- (e) Skryf die reël wat jy gebruik het om die getal kubusse in stapel 50 te bereken in woorde.

.....

- (f) Skryf jou reël in (e) in terme van n waar n die simbool vir enige stapelnommer is.

.....

3. In vrae 1(a) en 2(a) het jy die verskille tussen opeenvolgende terme bereken.

- (a) Wat het jy agtergekom toe jy die verskille in vraag 2(a) aanhou bereken het?

.....

- (b) Blaai terug na vraag 1(a). Wat kom jy agter as jy aanhou om die verskille te bereken, soos wat jy in vraag 2(a) gedoen het?

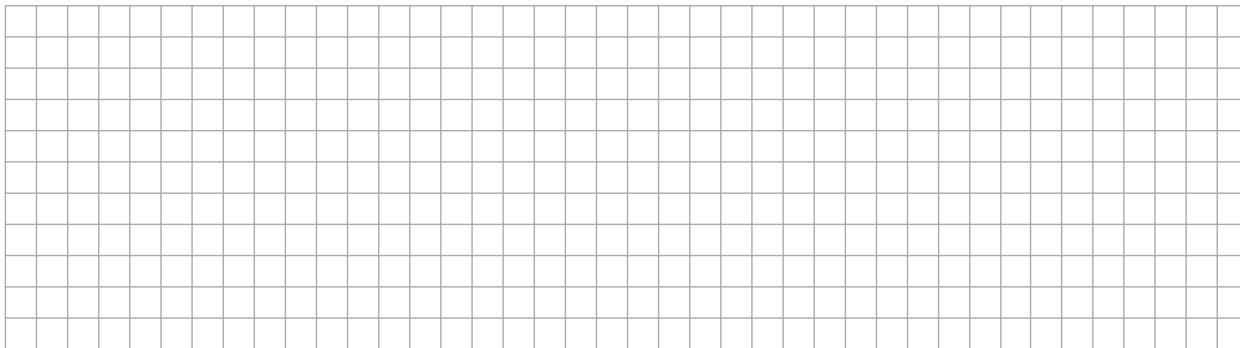
.....

.....

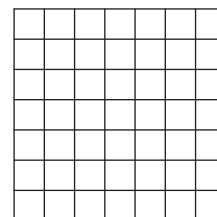
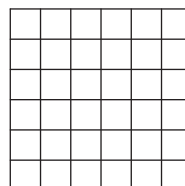
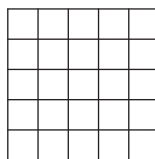
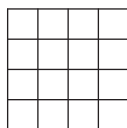
MY EIE PATRONE

Gebruik die rooster, die tabelle en die figure van die teëls om jou eie meetkundige patrone te maak en te beskryf.

Patroon A



Patroon B



HOOFSTUK 2

Funksies en verbande 1

In hierdie hoofstuk gaan jy met formules werk. 'n Formule is 'n beskrywing van hoe 'n mens die waarde van een veranderlike hoeveelheid kan bereken, as die waarde of waardes van sekere ander veranderlike hoeveelhede gegee is.

Jy gaan die simboliese taal aanleer om formules met twee veranderlikes te skryf.

2.1	Van tel tot bereken.....	19
2.2	Wat om te bereken en hoe	21
2.3	Invoer- en uitvoergetalle	23

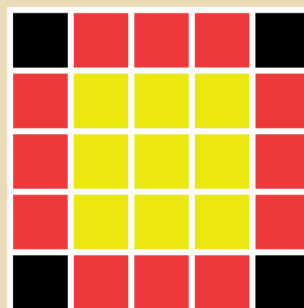
1 geel $\rightarrow$ 4 rooi



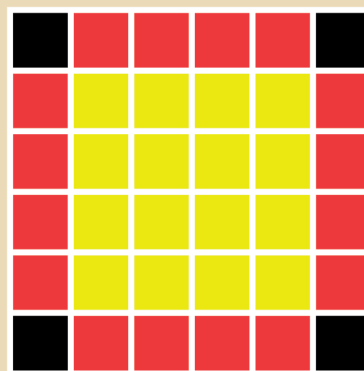
4 geel $\rightarrow$ 8 rooi



9 geel $\rightarrow$ 12 rooi



16 geel $\rightarrow$ 16 rooi

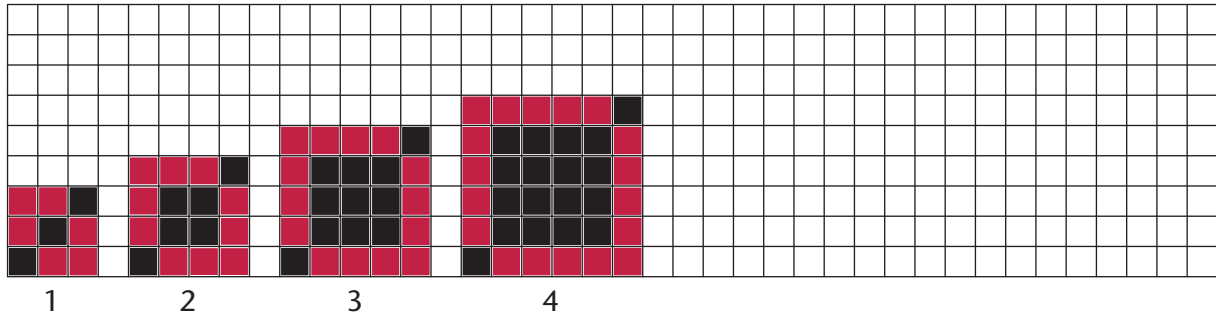


25 geel $\rightarrow$? rooi

2 Funksies en verbande 1

2.1 Van tel tot bereken

1. (a) Hoeveel rooi vierkantjies en hoeveel swart vierkantjies is daar in elkeen van die rangskikkings 1, 2, 3 en 4 hier onder? Skryf jou antwoorde in die tabel.



Rangskikkingnommer	1	2	3	4			
Getal rooi vierkantjies							
Getal swart vierkantjies							

- (b) Stel jou voor dat rangskikkings 5, 6 en 7 op dieselfde patroon gemaak word. Hoeveel rooi en hoeveel swart vierkantjies dink jy sal daar in elkeen van die rangskikkings wees? Skryf jou antwoorde in die tabel hier bo.
- (c) Teken rangskikkings 5 en 6 op die rooster as jy dit nog nie gedoen het nie.
- (d) Probeer om uit te werk hoeveel rooi vierkantjies en hoeveel swart vierkantjies daar in rangskikkings 20, 21 en 22 sal wees.

.....

.....

.....

2. Dit sal nuttig wees om formules te hê om die getal rooi en swart vierkantjies in ander rangskikkings soos dié hier bo te bereken.

- (a) Watter van die formules hier onder kan gebruik word om die getal rooi vierkantjies in die rangskikkings hier bo te bereken? Daar is meer as een formule wat werk.

$$y = 2 \times x + 4 \quad y = 2 \times (2 \times x + 1) \quad y = x^2 + 2 \quad y = 4 \times x + 2$$

.....

- (b) Natasha het besluit om die formule $y = 4 \times x + 2$ te gebruik om die getal rooi vierkantjies te bereken. Wat beteken die lettersimbole x en y in hierdie geval?

- (c) Gebruik die formule $y = 4 \times x + 2$ om die getal rooi vierkantjies in rangskikkings 20, 21 en 22 te bereken.

- (d) As jou antwoorde verskil van dié wat jy in vraag 1(d) gegee het, het jy êrens foute gemaak. As dit die geval is, moet jy die foute soek en dit regmaak.

- (e) Voltooi die tabel.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$2 \times (2 \times x + 1)$									
$2 \times x + 4$									
$4 \times x + 2$									

3. (a) Watter van die formules hier onder kan gebruik word om die getal swart vierkantjies in die rangskikkings in vraag 1 te bereken?

$$z = (x + 2)^2 \quad z = x^2 + 2 \quad p = n^2 + 2$$

- (b) Voltooi die tabel.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$x^2 + 2$									
$(x + 2)^2$									

4. Hilary gebruik x om die *getal vierkantjies op elke kant* van die rangskikkings voor te stel.

- (a) Watter van die volgende formules kan Hilary gebruik om die getal rooi vierkantjies in die rangskikking in vraag 1 te bereken?

$$y = x^2 - 4 \times x + 6 \quad y = (x - 2)^2 + 2$$

- (b) Met watter van die volgende formules kan sy die getal rooi vierkantjies bereken?

$$y = 3 \times x - 3 \quad y = 4 \times x - 6 \quad 4 \times (x - 2) + 2$$

- (c) Voltooi hierdie tabel om jou antwoorde te kontroleer.

x	3	4	5	6	7	8	9
$x^2 - 4 \times x + 6$							
$(x - 2)^2 + 2$							
$3 \times x - 3$							
$4 \times x - 6$							
$4 \times (x - 2) + 2$							

2.2 Wat om te bereken en hoe

STEL SITUASIES WISKUNDIG VOOR

1. (a) Hoeveel minute is daar in 'n uur?
- (b) Hoeveel minute is daar in 2 uur?
- (c) Hoeveel minute is daar in 3 uur?
- (d) Verduidelik hoe jy die antwoorde op vrae 1(b) en (c) uitgewerk het.

.....

.....

Die formule $m = 60 \times u$ kan gebruik word om die getal minute te bereken as die getal ure bekend is. Die simbool u stel die getal ure voor en m stel die getal minute voor.

- (e) Skryf die formule $m = 60 \times u$ in woorde.

.....

- (f) Voltooi die tabel.

Getal ure	1	2	3	15	24
Getal minute	60	120			
Hoe om te bereken	60×1				

2. Drie busmaatskappye het die volgende advertensies in 'n koerant geplaas:

- (a) Watter van die formules boaan die volgende bladsy kan gebruik word om die reisgeld vir 'n toer met Hamba Kahle Tours uit te werk?

.....

- (b) Watter van die formules kan gebruik word om die reisgeld vir 'n toer met Saamgaan Toere uit te werk?

.....

Saamgaan Toere

Ons deurkruis elke provinsie en stop in elke stad en dorpie. Betaal slegs R450 per toer plus 60c per km.

Hamba Kahle Tours

Langafstandreise is ons besigheid: R500 per reis plus 50c per km!

Comfort Tours

Vind uit wat dit beteken om in styl te reis: slegs R480 per toer plus 55c per km.

'n Paar formules om reisgeld uit te werk:

- A. Reisgeld = $0,50 \times \text{afstand} + 500$ B. Reisgeld = $50 \times \text{afstand} + 500$
 C. Reisgeld = $0,60 \times \text{afstand} + 450$ D. Reisgeld = $60 \times \text{afstand} + 450$
 E. Reisgeld = $55 \times \text{afstand} + 480$ F. Reisgeld = $0,55 \times \text{afstand} + 480$

- (c) Watter van die formules hier bo kan gebruik word om die reisgeld vir 'n toer met Comfort Tours uit te werk?

Ons skryf 50c as R0,50 of 0,50 wanneer ons berekeninge doen.

- (d) Voltooi die tabel deur die formules hier onder te gebruik. Jy mag 'n sakrekenaar vir hierdie vraag gebruik.

Reisgeld vir Hamba Kahle Tours = $0,50 \times \text{afstand} + 500$

Reisgeld vir Saamgaan Toere = $0,60 \times \text{afstand} + 450$

Reisgeld vir Comfort Tours = $0,55 \times \text{afstand} + 480$

Afstand in km	150	200	250	300
Hamba Kahle Tours				
Saamgaan Toere				
Comfort Tours				

- (e) Watter busmaatskappy se toere is die goedkoopste? Verduidelik.

- (f) Voltooi 'n vloeiagram vir die busmaatskappy wat jy in vraag (e) gekies het:



- (g) Wandile het die formules vir die berekening van die reisgeld van die verskillende busmaatskappye geskryf deur die lettersimbole x en y te gebruik. Sê waarvoor elke lettersimbool in die volgende formules staan:

(i) $y = 0,50 \times x + 500$

(ii) $y = 0,60 \times x + 450$

(iii) $y = 0,55 \times x + 480$

- (h) Watter van die drie busmaatskappye sal die goedkoopste wees om te gebruik vir 'n reis van 1 000 km?

2.3 Invoer- en uitvoergetalle

VAN FORMULES NA TABELLE

1. Bepaal vir elkeen van die tabelle watter van die volgende formules gebruik kon word om dit te voltooi:

A. $y = 5 \times x + 3$

B. $y = 3 \times x$

C. $y = 3 \times x + 2$

D. $y = 4 \times x$

E. $y = 3 \times x + 1$

F. $y = 2 \times x$

G. $y = 3 \times x + 10$

H. $y = 2 \times x - 1$

I. $y = 5 \times x$

(a)

x	1	2	3	4	5
y	13	16	19	22	25

(b)

x	1	2	3	4	5
y	8	13	18	23	28

Formule gebruik:

Formule gebruik:

(c)

x	1	2	3	4	5
y	4	8	12	16	20

(d)

x	1	2	3	4	5
y	5	8	11	14	17

Formule gebruik:

Formule gebruik:

(e)

x	1	2	3	4	5
y	5	10	15	20	25

(f)

x	1	2	3	4	5
y	1	3	5	7	9

Formule gebruik:

Formule gebruik:

Ons kan 'n tabel met waardes voltooi as ons die formule daarvoor het. Byvoorbeeld, ons kan die tabel hier onder met die formule $y = 7 \times x - 3$ voltooi:

Vir $x = 1$, $y = 7 \times 1 - 3$
 $= 7 - 3$
 $= 4$

Vir $x = 2$, $y = 7 \times 2 - 3$
 $= 14 - 3$
 $= 11$

Vir $x = 3$, $y = 7 \times 3 - 3$
 $= 21 - 3$
 $= 18$

x	1	2	3	4	5	6	7
y	4	11	18	25	32	39	46

2. Gebruik die gegewe formules om die tabelle te voltooi.

(a) $y = 6 \times x - 5\frac{1}{2}$

x	1	2	3	4	5	6	7
y							

(b) $y = 30 \times x + 1$

x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
y							

VAN PATRONE NA FORMULES

1. 'n Paar rangskikkings met swart en rooi vierkantjies en 'n paar formules word hier onder gegee.



Formule A: $z = 2 \times n + 1$

Formule B: $z = 2 \times x - 3$

Formule C: $y = (n + 1)^2 + 2$

Formule D: $y = x^2 - (2 \times x - 3)$

- (a) Hoeveel swart vierkantjies sal daar in die volgende twee rangskikkings wees?

.....

- (b) Susan gebruik formules B en D om die getal rooi en swart vierkantjies te bereken. Wat beteken die lettersimbole z , x en y in Susan se werk?

.....

.....

- (c) Zain gebruik formules A en C om die getal rooi en swart vierkantjies te bereken. Wat beteken die lettersimbole z , n en y in Zain se werk?

.....

.....

2. Skryf 'n formule wat gebruik kan word om die getal rooi en swart vierkantjies in rangskikkings soos die hier onder te bereken. Gebruik lettersimbole van jou eie keuse en sê duidelik wat elkeen van jou simbole voorstel.



.....

.....

HOOFSTUK 3

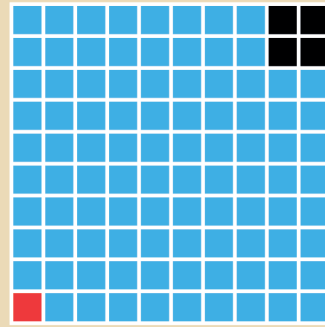
Algebraïese uitdrukkings 1

In hierdie hoofstuk gaan jy oor algebraïese uitdrukkings leer. 'n Algebraïese uitdrukking is 'n rekenvoorskrif. Anders gestel, 'n algebraïese oordrukking sê vir jou hoe om 'n waarde te bereken. Maar 'n algebraïese uitdrukking *is* ook 'n waarde.

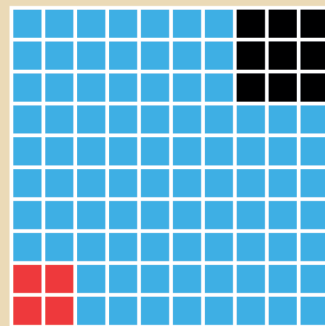
Jy sal meer leer oor veranderlike en konstante hoeveelhede en daar sal van jou verwag word om hulle in formules en getalsinne te kan identifiseer.

3.1	Beskryf berekeninge en voer dit uit.....	27
3.2	Verbande voorgestel in formules	31

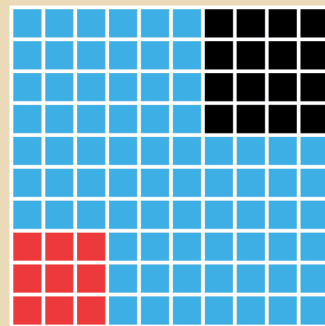
$$100 - 1^2 - 2^2$$



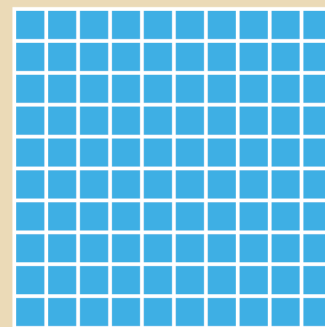
$$100 - 2^2 - 3^2$$



$$100 - 3^2 - 4^2$$



$$100 - x^2 - (x + 1)^2$$

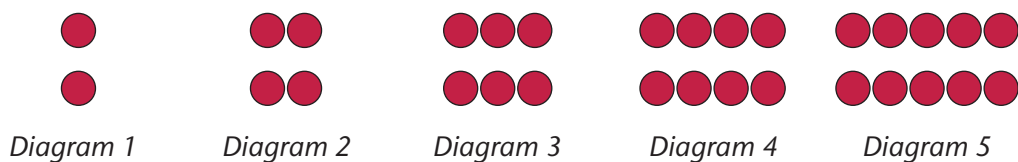


3 Algebraïese uitdrukings 1

3.1 Beskryf berekeninge en voer dit uit

VERSKEIE MANIERE OM 'N BEREKENING TE BESKRYF

- Die diagramme hier onder stel rangskikings van klein sirkels voor. In elke rangskikking is daar twee rye sirkels.



- Die tabel hier onder het betrekking op die diagramme. Voltooi dit.

Diagramnommer	1	2	3	4	5
Getal sirkels per ry					
Getal rye					
Hoe om die totale getal sirkels per diagram te bereken (reël)					

In elke diagram kan ons die volgende identifiseer:

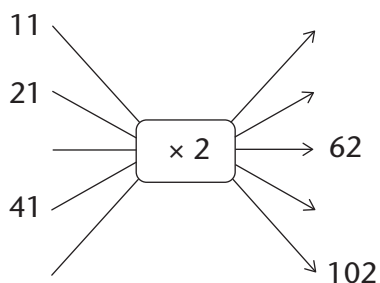
- die getal rye
- die getal sirkels per ry
- die totale getal sirkels per rangskikking.

- Wat bly dieselfde in die diagramme?

- Wat verander in die diagramme? Anders gestel, wat is die veranderlike hoeveelhede in hierdie situasie?

.....

- Voltooi die vloeiagram.



(e) Hoeveel sirkels sal diagram 11 hê as die patroon uitgebrei word? Verduidelik.

.....

(f) Wat stel die getal 2 in die reël $2 \times n$ voor?

.....

(g) Wat stel die lettersimbool n in die reël $2 \times n$ voor?

.....

.....

Die reël $2 \times n$ kan gebruik word om die totale getal sirkels in 'n diagram te bepaal. Die getal 2 in die reël $2 \times n$ bly heeltyd dieselfde. Ons sê dit is 'n **konstante**. n stel die getal sirkels in 'n ry voor en dit verander heeltyd. Ons sê dit is 'n **veranderlike**.

Beskou die ry 1; 3; 5; 7; 9; ...

Die eerste onewe getal kan geskryf word as $2 \times 1 - 1$.

Die tweede onewe getal kan geskryf word as $2 \times 2 - 1$.

Die derde onewe getal kan geskryf word as $2 \times 3 - 1$.

Die getalle 2 en -1 bly die heeltyd dieselfde, so ons noem hulle **konstantes**. Die getalle in blou verander na gelang van die posisie van die onewe getal in die ry. Ons noem hulle **veranderlikes**.

2. (a) Wat is die tiende onewe getal?

.....

(b) Wat is die dertigste onewe getal?

.....

(c) Wat is die honderdste onewe getal?

.....

(d) Wat is die n ste onewe getal?

.....

3. Die reël $2 \times n - 1$ kan gebruik word om enige onewe getal in die ry 1; 3; 5; 7; 9; ... te bepaal.

Wat stel die lettersimbool n in die reël $2 \times n - 1$ voor?

.....

.....

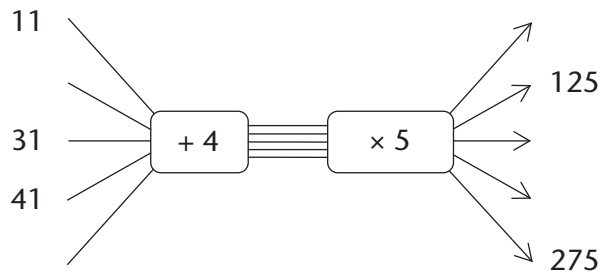
In die vrae hier bo het ons die lettersimbool n gebruik om die volgende voor te stel:

1. 'n veranderende getal in die reël $2 \times n$ (n stel die getal sirkels in 'n ry voor)
2. die posisie van die onewe getal in 'n ry in die reël $2 \times n - 1$.

Die reël $2 \times n$ kan gebruik word om die totale getal sirkels in 'n diagram te bereken as die getal sirkels in 'n ry bekend is.

Die reël $2 \times n - 1$ kan gebruik word om enige onewe getal in die ry van onewe getalle te bepaal as sy posisie bekend is.

4. (a) Voltooi die vloeiagram.



Ons noem die getalle links op die vloeiagram die **invoergetalle**.

Die getalle regs op die vloeiagram, en wie se waardes afhang van die invoergetalle, word die **uitvoergetalle** genoem.

- (b) Watter van die volgende instruksies het jy in vraag 4(a) gevolg om die uitvoerwaardes van $\boxed{+ 4} \rightarrow \boxed{\times 5} \rightarrow$ te bereken?

Maak 'n regmerkie (✓) langs die regte antwoord.

- A. Vermenigvuldig die invoergetal met 5 en tel dan 4 by.
- B. Tel 45 by die invoergetal.
- C. Tel 4 by die invoergetal en vermenigvuldig dan met 5.

5. Gebruik 10 as invoergetal en bereken die uitvoergetal vir elk van die woordformules in vraag 4(b).

.....

Ons kan $(x + 4) \times 5$ as 'n afkorting gebruik van *tel 4 by die invoergetal en vermenigvuldig dan met 5*.

$(x + 4) \times 5$ kan 'n rekenvoorskrif of 'n **algebraïese uitdrukking** genoem word.

Die lettersimbool x , of enige ander simbool, kan as 'n afkorting gebruik word van "die invoergetal".

In die uitdrukking $(x + 4) \times 5$ kan die lettersimbool x vervang word deur baie verskillende invoergetalle. Die simbool x stel 'n **veranderlike hoeveelheid** of 'n **veranderlike** voor. Indien die uitdrukking $(x + 4) \times 5$ egter gelyk is aan 35, soos in die getalsin $(x + 4) \times 5 = 35$, stel die simbool x slegs een waarde voor en dit is 3.

In die uitdrukking $(x + 4) \times 5$ is die getalle 4 en 5 **konstantes**. In die getalsin $(x + 4) \times 5 = 35$ is x 'n **onbekende waarde**.

6. Skryf die afkortings vir die volgende rekenvoorskrifte neer deur x vir "die invoergetal" te gebruik:

- (a) Die helfte van die invoergetal plus 2.
- (b) Vermenigvuldig die invoergetal met 6 en trek 2 af.
- (c) Vermenigvuldig die som van die invoergetal en 3 met 10.
- (d) Trek 4 van die invoergetal af en maal die antwoord met 7.

7. Cardo se onderwyser skryf die volgende op die bord: “Tel 2 by en vermenigvuldig dan die antwoord met 3.” Die klas moet 5 as invoergetal gebruik en die rekenvoorskrif toepas.

- (a) Cardo gebruik 5 as invoergetal en skryf: $(5 + 2) \times 3$. Paul sê $(5 + 2) \times 3$ is 7×3 wat gelyk is aan 21. Is Paul reg?
- (b) Verduidelik jou antwoord in (a).
.....
.....

(c) Stel hierdie vloedigram as 'n algebraïese uitdrukking voor:



8. Stel elke rekenvoorskrif as 'n vloedigram voor en skryf dan die afkorting (algebraïese uitdrukking) met x as invoergetal:

- (a) Vermenigvuldig met 4 en trek dan 8 af.



- (b) Trek 8 af en vermenigvuldig dan met 4.



- (c) Tel 15 by en deel dan deur 5.



- (d) Deel deur 5 en tel dan 15 by.



9. Beskryf elke rekenvoorskrif in woorde:

- (a) $\rightarrow \boxed{\times 4} \rightarrow \boxed{+ 7} \rightarrow$

- (b) $\rightarrow \boxed{+ 7} \rightarrow \boxed{\times 4} \rightarrow$

- (c) $\rightarrow \boxed{\times 9} \rightarrow \boxed{- 5} \rightarrow$

- (d) $\rightarrow \boxed{- 5} \rightarrow \boxed{\times 9} \rightarrow$

10. Twee algebraïese uitdrukkings word in die tabel gegee. Gebruik die gegewe invoerwaardes (x -waardes) om die ooreenkomstige uitvoerwaardes te bepaal.

x	1	2	3	4	5	6
$6 \times x + 8$	14	20	26			
$2 \times x \times (3 + 4)$						

3.2 Verbande voorgestel in formules

MAAK SIN VAN VERANDERLIKES EN KONSTANTES IN FORMULES

1. (a) Chris gebruik die formule $P = 2 \times l + 2 \times b$ om die omtrek van reghoeke met verskillende lengtes en breedtes te bereken, soos in die tabel aangedui. Hy bereken ook die oppervlakte van elke reghoek deur die formule $A = l \times b$ te gebruik. Voltooi die tabel.

Reghoek	1	2	3	4
Lengte (l)	24	6	8	12
Breedte (b)	1	4	3	2
Omtrek $P = 2 \times l + 2 \times b$				
Oppervlakte $A = l \times b$				

- (b) Rita bereken die omtrek van 'n reghoek op 'n ander manier. Sy tel die waarde van die lengte by die waarde van die breedte en dan maal sy die antwoord met 2. Skryf die formule wat sy gebruik om die omtrek (P) van elke reghoek te bereken neer. Toets of haar formule dieselfde resultaat as Chris s'n lewer.

.....

Vrae 1(c) tot (e) verwys na die formule $P = 2 \times (l + b)$.

- (c) Wat stel die getal 2 in die formule voor?

.....

- (d) Wat word die getal 2 genoem?

- (e) Watter lettersimbole stel veranderlikes voor in die formule $P = 2 \times (l + b)$? Verduidelik.

.....

.....

- (f) Wat kan jy sê van die oppervlakte van al hierdie reghoeke?

.....

2. Sindi bereken haar pa se ouderdom met die formule $F = x + 37$, waar x haar ouderdom is. Sindi se pa is oorlede toe sy 43 jaar oud was. Hoe oud was hy toe?

.....

3. Jakob wil die goedkoopste selfoon op die mark koop. Hy het alreeds R45 daarvoor gespaar en besluit om R5 per week te spaar tot hy genoeg geld het om die foon te koop. Die formule $y = 45 + 5 \times w$ gee die bedrag (in rand) wat Jakob na w weke gespaar het om die selfoon te koop.

(a) Voltooi die tabel. Die eerste ry is as voorbeeld gedoen.

Getal weke (w)	Hoe om te bereken $45 + 5 \times w$	Bedrag gespaar (y)
0	$45 + 5 \times 0 = 45 + 0$	45
1		
2		
4		
5		

- (b) Die selfoon wat Jakob wil koop kos R90. Sal Jakob genoeg geld gespaar hê om die selfoon teen die agste week te koop? Verduidelik.

.....

.....

- (c) Voltooi die tabel.

	Formule: $y = 45 + 5 \times w$	Verduideliking
Wat is die konstantes in die formule?		
Watter lettersimbole stel veranderlike hoeveelhede in die formule voor?		

4. In elk van die volgende formules, identifiseer die simbole wat veranderlikes voorstel en die wat konstantes voorstel.

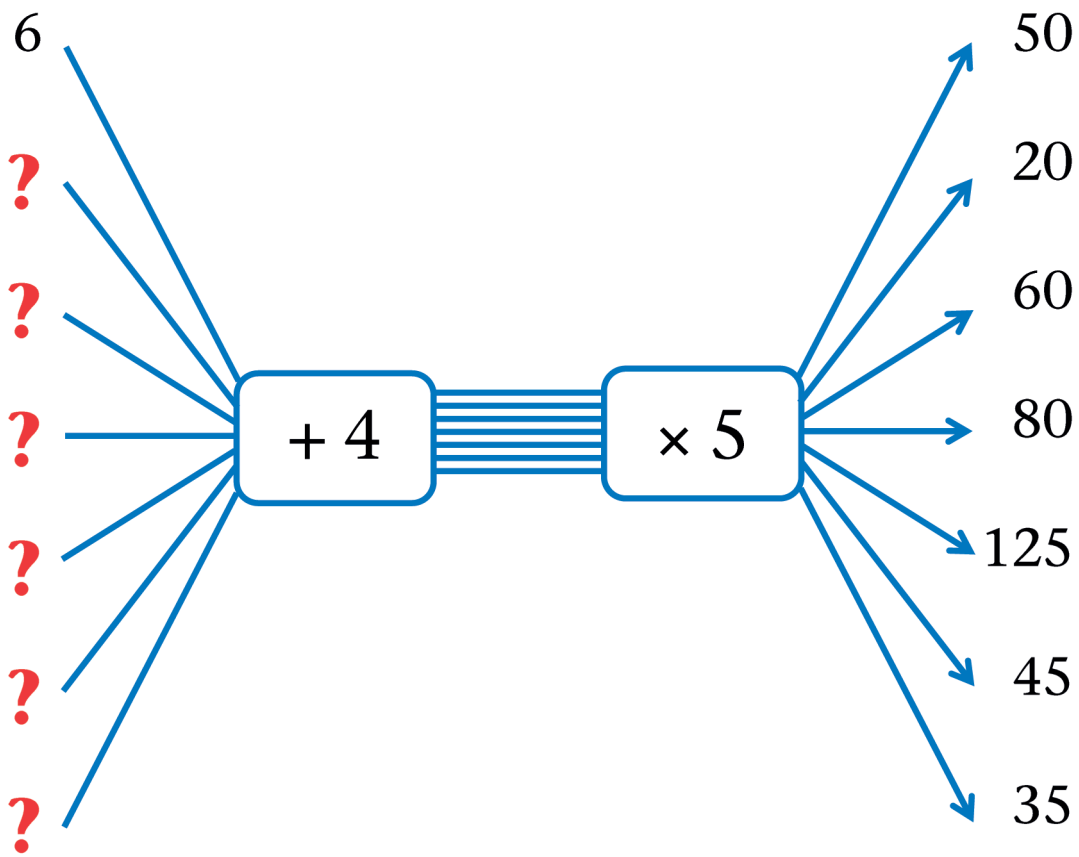
	Simbole vir veranderlike(s)	Konstante(s)
(a) $y = 5 \times x + 7$		
(b) $y = 100 + x$		
(c) $y = x \div 5$		
(d) $y = 5 \times x$		
(e) $y = 0,7 \times x + 2,3$		

HOOFSTUK 4

Algebraïese vergelykings 1

In hierdie hoofstuk gaan jy leer om oop getalsinne (of vergelykings) deur inspeksie en deur die probeer-en-verbetermetode op te los. Jy gaan ook probleme met behulp van getalsinne voorstel asook getalsinne ontleed en interpreteer.

4.1	Los op deur inspeksie	35
4.2	Los op deur die probeer-en-verbetermetode	36
4.3	Beskryf probleme deur vergelykings te gebruik.....	39



4 Algebraïese vergelykings 1

4.1 Los op deur inspeksie

GETALRAAISELS

Los hierdie getalraaisels op:

1. Ek dink aan 'n sekere getal. As ek 3 by daardie getal tel, is die antwoord 13.
Wat is die getal?

.....

2. Ek dink aan 'n sekere getal. As ek daardie getal met 5 vermenigvuldig, is die antwoord 30. Wat is die getal?

.....

3. Ek dink aan 'n sekere getal. As ek daardie getal met 3 vermenigvuldig en dan 4 bytel, is die antwoord 19.

(a) Is die getal 3? Gee 'n rede vir jou antwoord.

.....

(b) Is die getal 4? Gee 'n rede vir jou antwoord.

.....

(c) Is die getal 5? Gee 'n rede vir jou antwoord.

.....

(d) Is die getal 6? Gee 'n rede vir jou antwoord.

.....

Getalraaisels soos dié hier bo kan op 'n korter manier geskryf word deur lettersimbole as plekhouders vir onbekende getalle te gebruik. By vraag 1 kan ons hierdie getalsin skryf: $x + 3 = 13$.

Ons kan nie sê of 'n getalsin soos $x + 3 = 13$ waar of onwaar is voordat ons nie die waarde van die onbekende kon vasstel nie. Die waarde van die onbekende wat die getalsin ('n **vergelyking**) waar maak word die **oplossing** van die getalsin genoem. Die oplossing vir die getalsin $x + 3 = 13$ is $x = 10$, want dit maak die getalsin waar.

'n Wiskundige stelling soos $x + 3 = 13$ wat waar of onwaar kan wees, afhangende van die waarde van x , word 'n **oop getalsin** of 'n **vergelyking** genoem.

Om 'n getalsin **waar** te maak beteken om sy oplossing te vind.

SIEN DIE OPLOSSING RAAK

'n Mens kan sommer dadelik die oplossing vir die getalsin $x + 4 = 20$ raaksien. Die waarde van x is 16, omdat $16 + 4 = 20$. In hierdie geval sê ons dat ons die oplossing **deur inspeksie** gekry het.

Los hierdie getalsinne (vergelykings) deur inspeksie op.

1. (a) $x - 8 = 8$

(b) $x + 7 = 20$

.....
(c) $\frac{16}{x} = 8$

.....
(d) $\frac{x}{16} = 2$

.....
(e) $5 \times x = 40$

.....
(f) $8 \times x = 40$

2. (a) $84 \div x = 7$

(b) $36 \div x = 4$

.....
(c) $x + 56 = 100$

.....
(d) $100 - x = 56$

4.2 Los op deur die probeer-en-verbetermetode

Soms kan 'n mens nie dadelik die oplossing van 'n getalsin ('n vergelyking) sien nie. Kyk byvoorbeeld na die volgende getalraaisel of vergelyking:

Ek dink aan 'n getal: $6 \times \text{die getal} - 11 = 43$. Wat is die getal?

In hierdie geval sal jy baie verskillende moontlike oplossings moet probeer totdat jy die regte een gekry het. Hier kan 'n mens 'n metode gebruik wat ons die **probeer-en-verbetermetode** noem. In die tabel kan jy 'n voorbeeld sien van hoe 'n mens te werk gaan.

Moontlike oplossing	Toets	Gevolgtrekking
Probeer 5	$6 \times 5 - 11 = 30 - 11 = 19$	5 is te klein
Probeer 10	$6 \times 10 - 11 = 60 - 11 = 49$	10 is te groot
Probeer 8	$6 \times 8 - 11 = 48 - 11 = 37$	8 is te klein
Probeer 9	$6 \times 9 - 11 = 54 - 11 = 43$	9 is die oplossing

Los die volgende vergelykings op met behulp van die probeer-en-verbetermetode. In al die gevalle is die oplossing 'n getal tussen 1 en 20.

1. $2 \times x + 13 = 37$ Die oplossing is $x = \dots\dots\dots$

Moontlike oplossing	Toets	Gevolgtrekking

2. $14 \times x - 21 = 77$ Die oplossing is $x = \dots\dots\dots$

Moontlike oplossing	Toets	Gevolgtrekking

3. $7 \times x + 8 = 71$ Die oplossing is $x = \dots\dots\dots$

Moontlike oplossing	Toets	Gevolgtrekking

4. $4 \times x + 7 = 31$ Die oplossing is $x = \dots\dots\dots$

Moontlike oplossing	Toets	Gevolgtrekking

5. $10 \times x + 11 = 141$ Die oplossing is $x = \dots\dots\dots$

Moontlike oplossing	Toets	Gevolgtrekking

LOS OP DEUR INSPEKSIE OF DIE PROBEER-EN-VERBETERMETODE

Los die volgende vergelykings deur inspeksie of die probeer-en-verbetermetode op:

- (a) $x + 5 = 2 \times x$ (b) $k \times 5 = 20 + k$

.....

.....

.....

(c) $2 \times q = 18 - q$ (d) $3 \times t = t + 22$

.....

.....

.....
- (a) $y + 6 = 4 \times y$ (b) $5 \times p = 18 + 2 \times p$

.....

.....

.....

(c) $4 \times z = 18 + z$ (d) $x \times 5 = 20$

.....

.....

.....

(e) $42 \div m = 35 - 29$ (f) $3 \times x - 2 = x + 6$

.....

.....

.....

4.3 Beskryf probleme deur vergelykings te gebruik

VAN WOORDE NA VERGELYKINGS

Skryf 'n vergelyking met 'n lettersimbool vir die onbekende getal om die probleem in elk van die situasies hier onder voor te stel.

1. Daar is 30 leerders in 'n klas. x leerders is afwesig en 19 is teenwoordig.
.....
2. Daar is 70 passasiers op 'n bus. By 'n bushalte klim m passasiers af. Daar is nou 23 passasiers op die bus.
.....
3. 'n Seun koop 'n fiets vir R1 260 op die bêtkoop-metode. Hoeveel paaieente van R90 elk moet hy maak om vir die fiets te betaal? Gebruik x as die getal paaieente.
.....
4. Vyf mense deel 'n totale koste van R240 gelykop. Gebruik c as die koste per persoon.
.....
5. 'n Skool vra R100 per dag vir die gebruik van hulle sportgeriewe plus R30 per dag vir elke atleet vir kos en die gebruik van toerusting. 'n Span atlete betaal R400 vir een dag se oefening. Laat x die getal atlete wees wat die oefening bywoon.
.....
6. Bennie het R54 waarmee hy sjokolade vir sy vriende wil koop. Elke sjokolade kos R6. Hoeveel sjokolades kan hy daarmee koop? Laat x die getal sjokolades voorstel wat Bennie kan koop.
.....
7. Skryf 'n vergelyking om die oppervlakte van 'n reghoek met lengte 2,5 cm en breedte 2 cm te bereken. Laat A die oppervlakte van die reghoek voorstel.
.....
8. Daar is 38 meisies in graad 7. Dit is 6 meer as dubbel die getal seuns.
.....
9. Janine is 12 jaar oud. Haar pa se ouderdom is 7 jaar plus drie keer Janine se ouderdom.
.....

MAAK SIN VAN VERGELYKINGS

1. Rajbansi Huurmotors vra R10 vir elke kilometer afgelê en 'n standaardfooi van R30 per rit. Kyk nou na die vergelyking hier onder oor 'n huurmotorrit:

$$10 \times t + 30 = 80$$

- (a) Verduidelik waarvoor elke getal en lettersimbool in die vergelyking staan.

.....

.....

.....

.....

- (b) Hoekom is t met 10 vermenigvuldig in die vergelyking?

.....

2. Die prys van 'n volwassene se kaartjie vir 'n musiekkonsert is vier keer dié van 'n kind s'n. 'n Volwassene betaal R240. Hierdie vergelyking stel die probleem voor:

$$4 \times x = 240$$

- (a) Wat stel die x voor?

.....

- (b) Hoekom word x met 4 vermenigvuldig?

.....

- (c) Los die probleem deur inspeksie op.

.....

- (d) Hoeveel kos 'n kinderkaartjie?

.....

3. Daar is 12 eiers in 'n houer. Hierdie vergelyking het daarop betrekking:

$$12 \times c = 72$$

- (a) Wat stel die lettersimbool c in die vergelyking voor?

.....

- (b) Watter waarde van c maak die vergelyking waar?

.....

- (c) Wat stel die getal 72 voor?

.....

HOOFSTUK 5

Grafieke

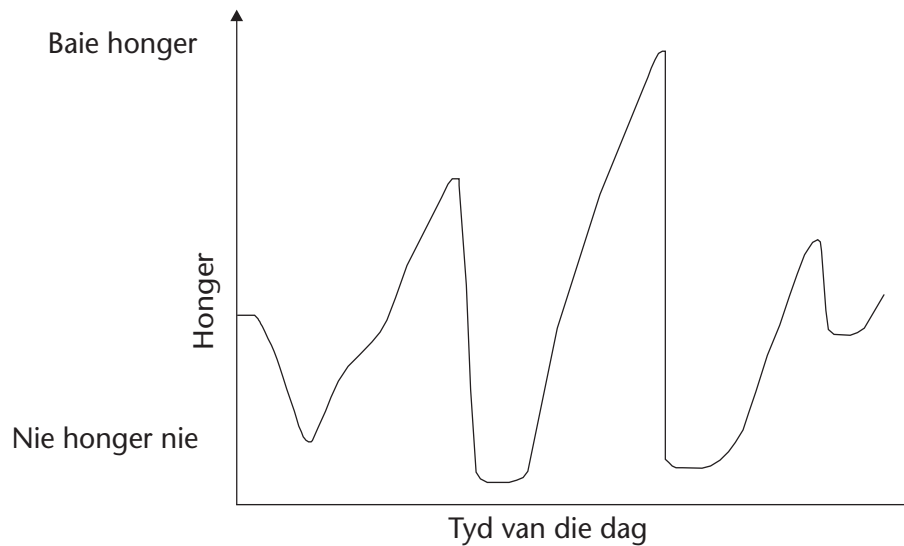
In hierdie hoofstuk gaan jy van 'n nuwe soort grafiek leer: die lyngrafiek. 'n Lyngrafiek wys hoe een veranderlike 'n ander veranderlike beïnvloed. Jy gaan spesifiek met globale grafieke te doen kry. Op hierdie grafieke kan 'n mens sien hoe veranderlikes verander en is die fokus op tendense, eerder as op presiese metings.

5.1	'n Grafiek het 'n storie.....	43
5.2	Ondersoek die tempo van verandering in situasies	44
5.3	Interpreteer grafieke	47
5.4	Teken grafieke	55

5 Grafieke

5.1 'n Grafiek het 'n storie

1. Jena het hierdie grafiek getrek om te wys hoe haar honger gevoel gedurende die dag verander het. Beskryf in 'n kort paragraaf hoe haar dag verloop het volgens haar behoefte aan kos.



.....

.....

.....

2. Dink aan 'n bepaalde dag en wat met jou op daardie dag gebeur het. Trek 'n grafiek om te wys hoe jou gevoelens gedurende die dag verander het.



5.2 Onderzoek die tempo van verandering in situasies

VERGELYK SITUASIES EN STEL HULLE OP 'N ANDER MANIER VOOR

1. Kyk na die situasies in (a) en (b) hier onder en voltooi die gegewe tabel om elke verband voor te stel.

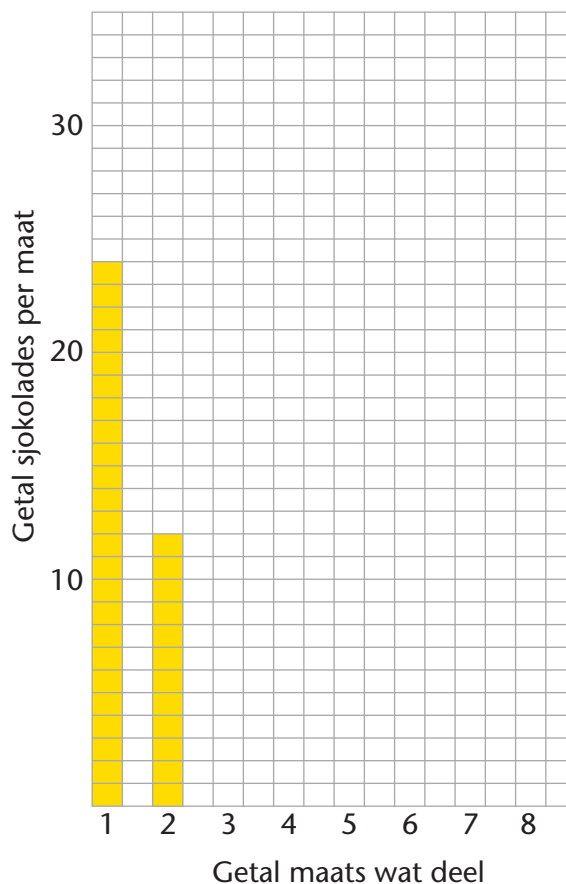
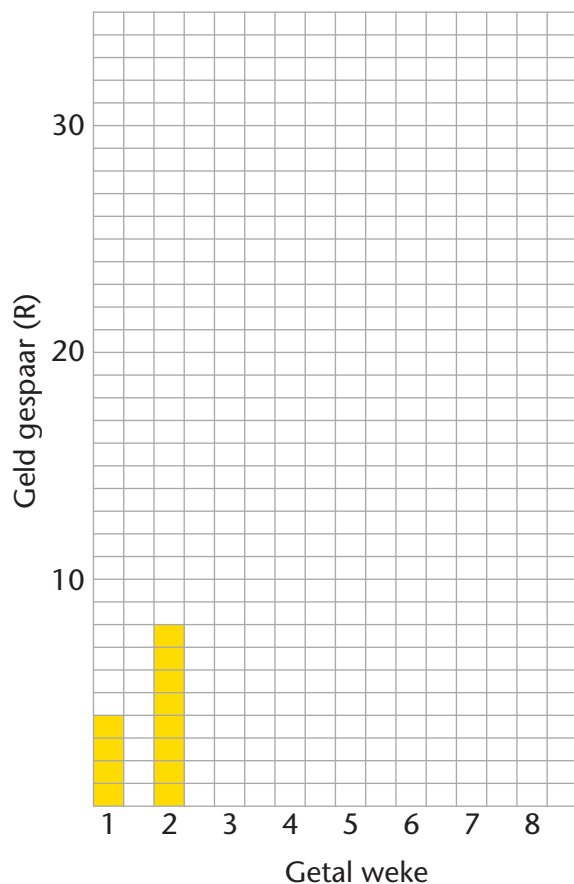
(a) Sally spaar elke week R4 om 'n CD te koop wat sy baie graag wil hê.

Getal weke	1	2	3	4	5	6	7	8
Geld gespaar in rand	4	8						

(b) Daar is 24 sjokolades in 'n boks. Nathi dink daaraan om die sjokolades gelykop onder 'n paar van sy maats te verdeel en werk uit hoeveel elke maat sou kry.

Getal maats	1	2	3	4	5	6	7	8
Sjokolades per maat	24	12						

- (c) Teken staafgrafieke op die grafiekroosters om elk van die verbande in (a) en (b) voor te stel. Die lengte van elke staaf moet 'n uitvoergetal voorstel.



2. Beskou die situasies in (a) en (b) hier onder en voltooi die tabelle om die verband in elke situasie voor te stel.

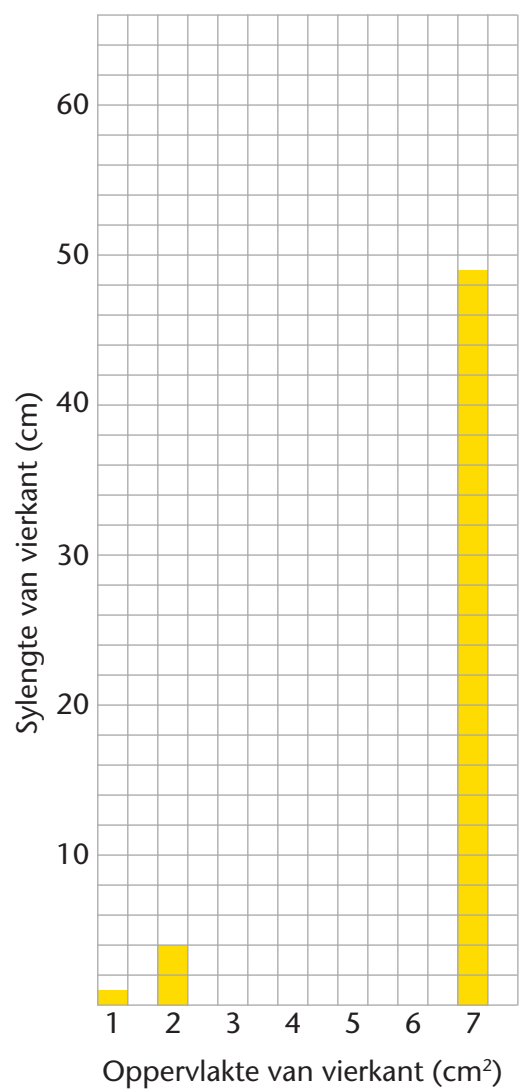
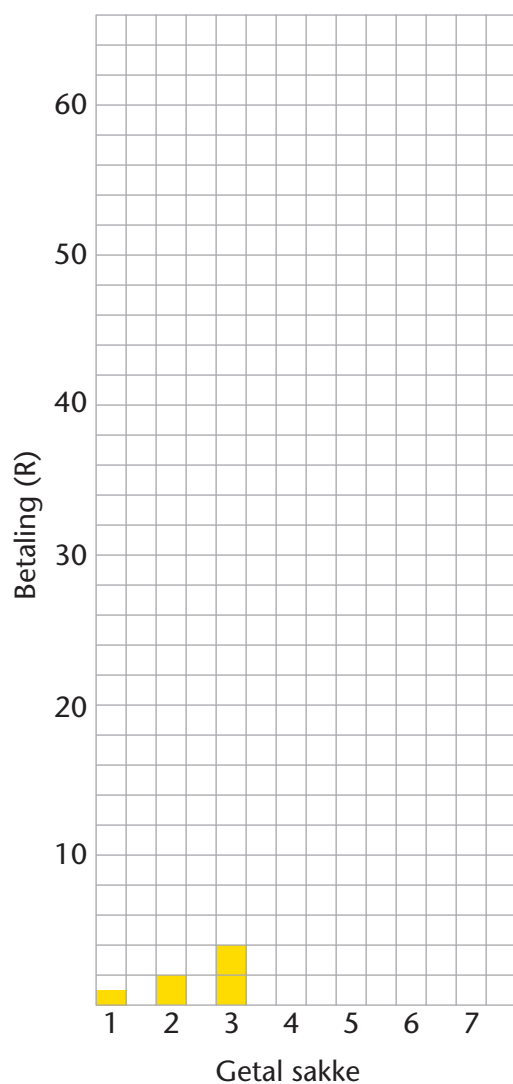
- (a) Vusi tel akkers op vir 'n varkboer wat hom per sak betaal. Vusi dink: "Ek wens mnr. Bengu wil my R1 vir die eerste sak betaal, R2 vir die tweede sak, R4 vir die derde sak en so voortgaan om die bedrag vir elke volgende sak te verdubbel."

Getal sakke	1	2	3	4	5	6	7
Betaling (R)	1	2	4	8			

- (b) Judy werk die oppervlakte van vierkante met verskillende sylengtes uit.

Sylengte van vierkant (cm)	1	2	3	4	5	6	7
Oppervlakte van vierkant (cm ²)	1	4					

- (c) Teken staafgrafieke op die grafiekroosters om elk van die verbande in (a) en (b) voor te stel. Die lengte van elke staaf moet 'n uitvoergetal voorstel.



3. Die invoergetalle van die verskillende verbande in vrae 1 en 2 is dieselfde, maar die uitvoergetalle verskil. Beskryf hoe die uitvoergetalle in elkeen van die vier gevalle verander.

.....

.....

.....

.....

4. Beskryf kortliks hoe die vorm van die staafgrafieke verskil.

.....

.....

.....

.....

5. Kyk weer na die tabelle van die waardes wat jy vir die vier verbande in vrae 1 en 2 uitgewerk het. Kyk hoe die uitvoerwaardes verander het deur die verskil tussen die opeenvolgende uitvoerwaardes te bereken:

- (a) Sally se spaargeld: 4 8 12 16



Sally se spaargeld groei elke week met 'n

- (b) Sjokolades per maat: 24 12 8



Die getal sjokolades per maat

- (c) Vusi se loon per sak: 1 2



Die bedrag vermeerder eers stadig maar dan

- (d) Oppervlakte van vierkante: 1 4 9



Die oppervlakte van die vierkante

Die geld wat Sally per week spaar bly **konstant**. Die verband het dus 'n **konstante tempo van verandering**.

Die getal sjokolades per maat verander met elke maat wat bykom. Dit verander **vinnig aan die begin en dan verander dit stadiger**, dus is die **tempo van verandering nie konstant nie**.

Die bedrag wat Vusi per sak sou wou ontvang groei vinniger en vinniger met elke sak wat bykom. Die **tempo van verandering neem vinnig toe**.

Die oppervlakte van 'n vierkant **neem vinniger en vinniger toe** vir elke cm wat by die lengte van 'n sy gevoeg word.

In plaas van konstante **tempo** kan 'n mens ook konstante **koers** sê. Die **tempo van verandering** is hoe vinnig of stadig verandering per tydeenheid plaasvind.

Die **vorm** van 'n staafgrafiek toon die **tempo van verandering** van die verband aan. As die tempo waarteen dit verander konstant is, is die grafiek in die vorm van 'n reguit lyn. As dit verander (d.w.s. nie konstant is nie), vorm die grafiek 'n **kurwe**.

- Kyk na die staafgrafieke in vrae 1 en 2 en vergelyk die vorm van die grafiek met die tempo van verandering van die verband.

.....

.....

.....

5.3 Interpreteer grafieke

LEES GRAFIEKE

- Kyk noukeurig na hierdie grafiek.

(a) Wat sê die grafiek vir jou?

.....

.....

.....

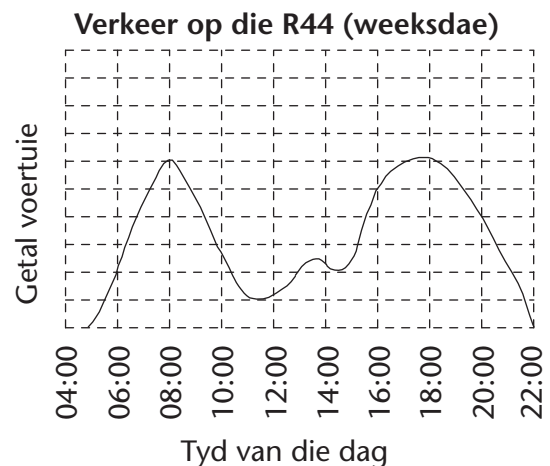
(b) Verduidelik jou antwoord op vraag (a).

.....

.....

.....

.....



2. Mnr. Thatcher het drie plante in houers gekoop. Die verkoopsman by die kwekery het hom vertel dat die een plant, Glamiolus, teen 'n konstante tempo groei. Die tweede een, Bouncy Bess, groei stadig aan die begin maar dan al hoe vinniger. Die verkoopsman was onseker oor die tempo waarteen die derde plant, Samara, groei.

(a) Wat beteken “groei teen 'n konstante tempo”?

.....

Mnr. Thatcher het die drie plante elke week gemeet en hulle hoogtes in 'n tabel aangeteken. Sy tabel verskyn hier onder.

- (b) Bereken die verskil in hoogte van week tot week om die tempo te bepaal waarteen elke plant per week groei.

Week	Hoogte van A (cm)	Hoogte van B (cm)	Hoogte van C (cm)
1	6	8,3	10,1
2	6,3	10,2	10,6
3	6,4	12,2	11,2
4	7,2	14,1	11,9
5	7,3	16,2	12,8
6	7,4	18,3	13,9
7	9,1	20,2	15,8

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- (c) Watter plant is plant A, watter plant is plant B en watter plant is plant C? Verduidelik hoe jy jou antwoorde gekry het.

.....

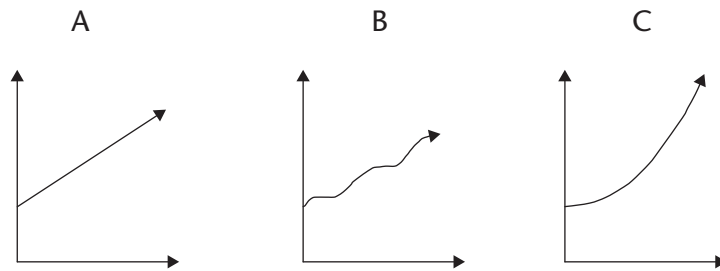
.....

.....

.....

.....

- (d) Die drie grafieke hier onder wys hoe die drie plante gegroei het. Wattter plant se groei word deur watter grafiek uitgebeeld? Verduidelik.



.....

.....

.....

KYK WEER NA VERANDERING EN TEMPO VAN VERANDERING

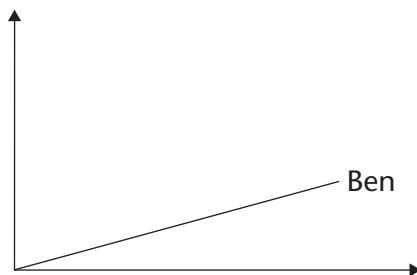
In afdeling 5.2 het jy die manier waarop verbande verander, vergelyk.

1. Dink oor die volgende situasies:

Ben spaar elke week R5 en Sally spaar elke week R7.

Charlie spaar die eerste week R5, die volgende week R6, en R7 die week daarna. Hy verhoog die bedrag wat hy spaar elke week met R1.

- (a) Die grafiek wys hoe Ben spaar. Dui op dieselfde grafiek aan hoe Sally en Charlie se spaargeld groei.



- (b) Beskryf en verduidelik die vorm van die grafieke van Sally, Ben en Charlie se spaargeld.

.....

.....

Die tempo van verandering in 'n verband beïnvloed die **helling** van die grafiek. Hoe hoër die tempo van verandering (d.w.s. hoe vinniger die uitvoergetalle verander) hoe steiler is die grafiek.

2. Onderzoek die volgende verbande. Voltooi die tabelle en bereken die verskille tussen die uitvoergetalle wat met pyltjies aangedui is.

- (a) Christien wil 'n boek vir haar gunstelingonderwyser koop. Die boek kos R240, wat vir haar baie is om te betaal. Sy besef dat as sy haar vriendin Beatrice vra om die koste te help dra, sal hulle elkeen slegs R120 hoef te betaal. Sy kan selfs nog meer klasmaats vra of hulle 'n aandeel aan die geskenk wil hê en dus die koste sal deel. Christien ondersoek die situasie en bereken hoeveel elkeen sal moet betaal as hulle die koste gelykop verdeel.

Getal leerders wat deel	1	2	3	4	6	8	10	12
Bedrag wat elke leerder moet betaal	240	120						


 120

- (b) Onderzoek die verband tussen die lengte van 'n sy van 'n vierkant en die omtrek van die vierkant.

Lengte van een sy van die vierkant	1	2	3	4	6	7	8	9
Omtrek van die vierkant	4	8	12					




- (c) Onderzoek die verband tussen die lengte van 'n sy van 'n vierkant en die oppervlakte van die vierkant.

Lengte van een sy van die vierkant	1	2	3	4	6	7	8	9
Oppervlakte van die vierkant	1	4	9					

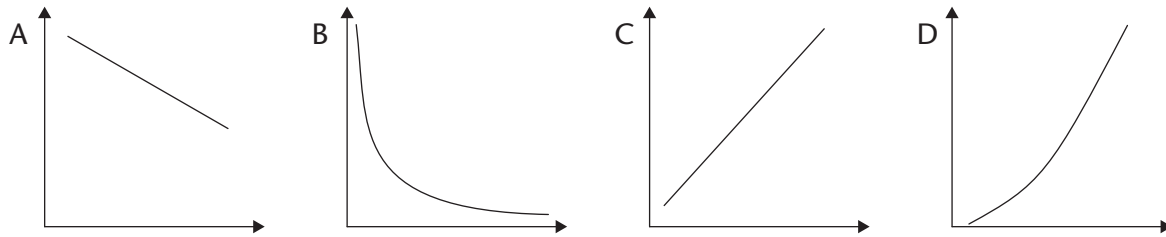



- (d) 'n Lang kers is aangesteek en sy lengte is elke uur gemeet terwyl dit gebrand het.

Getal ure wat die kers brand	1	2	3	4	6	7	8	9
Lengte van kers in cm	33	31	29					




3. Koppel elkeen van die grafieke hier onder met 'n situasie in vraag 2.



Skryf die letter van die grafiek langs die toepaslike beskrywing van die situasie:

- (a) Koop 'n boek vir die onderwyser
- (b) Sylengte van 'n vierkant en die omtrek van die vierkant
- (c) Sylengte van 'n vierkant en die oppervlakte van die vierkant
- (d) Lengte van die kers en die getal ure wat dit brand

As ons die groei (of verandering) in 'n verband ondersoek, kyk ons na die manier waarop die uitvoergetalle verander.

Die verandering kan soos volg wees:

- 'n toename (vermeerdering) of afname (vermindering)
- 'n konstante toename, byvoorbeeld die omtrek van 'n vierkant soos wat die sylengte toeneem
- 'n konstante afname, byvoorbeeld die lengte van 'n brandende kers
- 'n toename wat nie konstant is nie maar al hoe vinniger gebeur, byvoorbeeld die oppervlakte van 'n vierkant soos wat die sylengte toeneem
- 'n afname wat nie konstant is nie maar al hoe vinniger gebeur, byvoorbeeld die hoeveelheid geld wat elke klasmaat moet bydra soos wat meer klasmaats bykom.

In die geval van 'n toename het die grafiek so 'n helling: of of

In die geval van 'n afname het die grafiek so 'n helling: of of

As die toename of afname konstant is, is die grafiek 'n reguit lyn en word 'n **lineêre grafiek** genoem.

As die toename of afname nie konstant is nie, is die grafiek gekrom en word 'n **nie-lineêre grafiek** genoem.

As daar geen verandering in die uitvoer-veranderlike is nie, is die grafiek 'n reguit horisontale lyn.

4. Kyk weer na die grafieke in vraag 3 op die vorige bladsy.

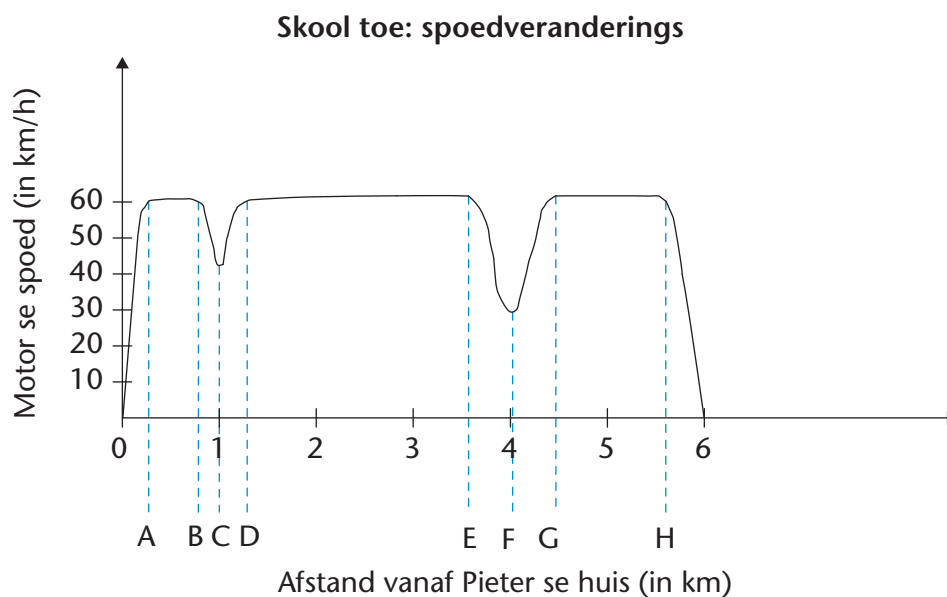
(a) Watter grafieke stel 'n lineêre toename of afname voor?

.....

(b) Watter grafieke stel 'n afname of toename voor wat nie konstant is nie?

.....

5. Pieter se pa laai hom elke oggend by die skool af. Hier onder is 'n grafiek van hulle rit skool toe. Beskryf wat die grafiek jou van die rit vertel. Wat word jy daaruit wys oor hulle roete?



.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. Beskou die grafiek in vraag 5. Identifiseer die gedeeltes van die grafiek wat 'n toename toon, 'n afname toon, en die wat konstant bly.

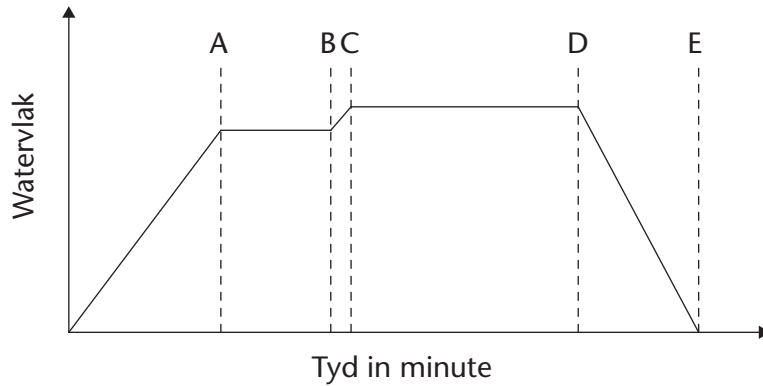
0 tot A: A tot B: B tot C:

C tot D: D tot E: E tot F:

F tot G: G tot H: H tot 6:

ONDERSOEK NOG GRAFIEKE

- Janet gaan bad. Hierdie grafiek wys hoe die vlak van die water in die bad verander. Die water loop teen 'n konstante tempo in die bad in. Bekyk die grafiek aandagtig en beskryf wat gebeur.



.....

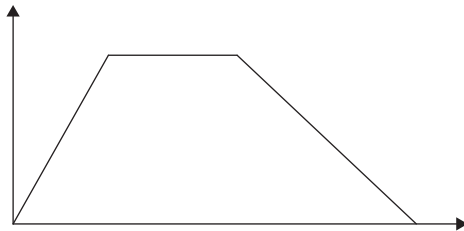
.....

.....

.....

.....

- Die asse van hierdie grafiek is nie benoem nie.



Die **vertikale as** is die een wat van onder na bo gaan.
Die **horisontale as** gaan van links na regs.

- Watter van die volgende beskrywings kan van toepassing wees?
A: **vertikale as**: tydverloop; **horisontale as**: afstand vanaf die huis
B: **vertikale as**: afstand vanaf die huis; **horisontale as**: tydverloop
C: **vertikale as**: reënval; **horisontale as**: temperatuur

.....

- Beskryf die storie wat die grafiek met die asse wat jy gekies het, vertel.

.....

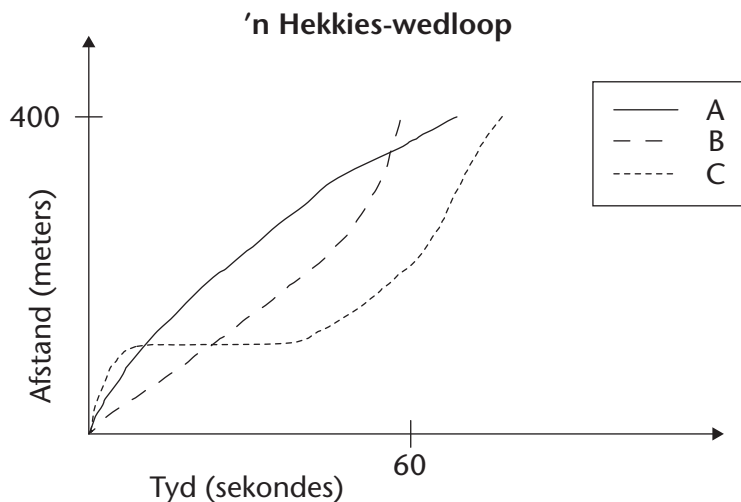
.....

.....

.....

3. Hierdie grafiek wys hoe drie atlete A, B en C die afstand in 'n hekkies-wedloop in 'n bepaalde tyd aflê.

(a) Beskryf wat tydens die wedloop gebeur het.



.....

.....

.....

.....

(b) Hoe ver was die wedloop?

(c) Watter van die drie atlete het gewen?

(d) Het die beste atleet gewen? Verduidelik jou antwoord.

.....

.....

.....

.....

4. Identifiseer die grafieke (of dele van 'n grafiek) in vrae 1, 2 en 3 hier bo wat lineêr is en die wat nie-lineêr is.

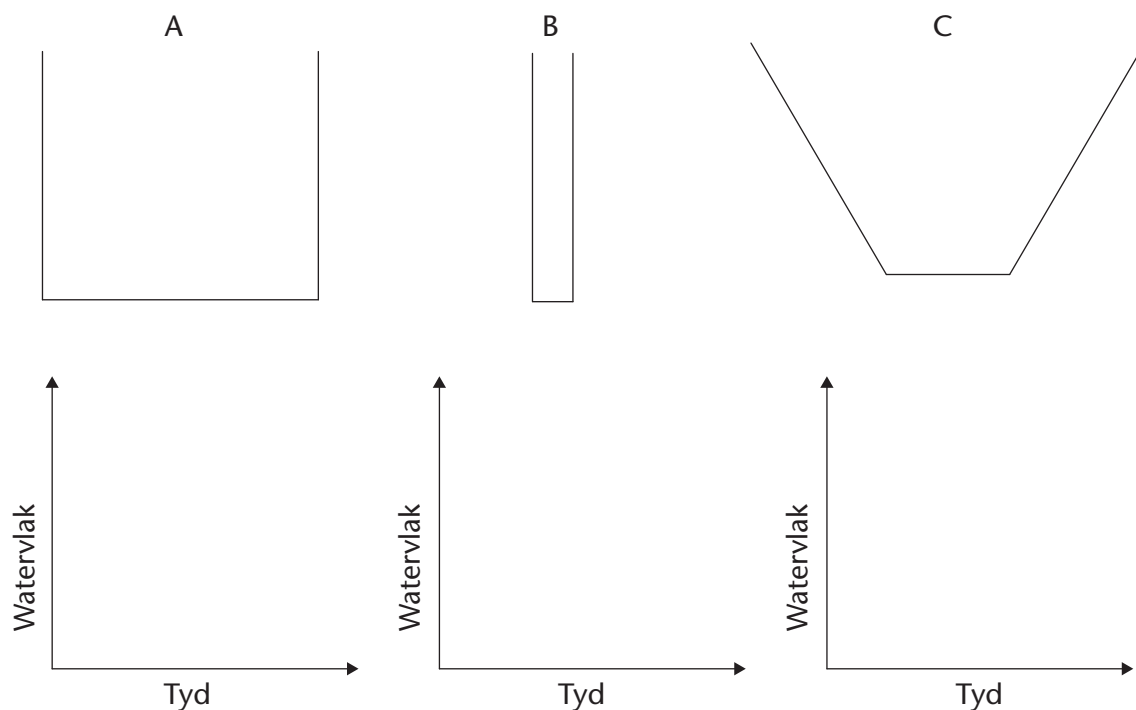
.....

.....

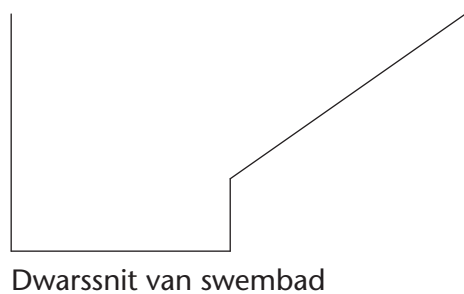
.....

5.4 Teken grafieke

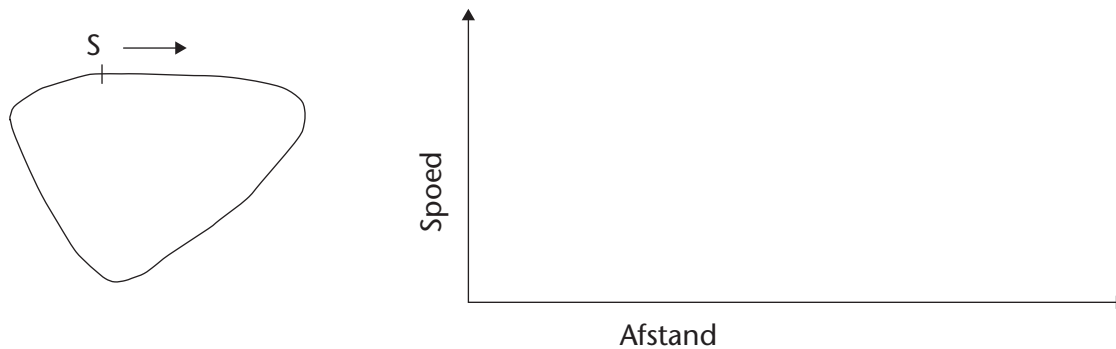
1. Water drup teen 'n konstante tempo in drie houers, A, B en C, in. Die houers word hier onder gewys. Teken 'n grafiek om te wys hoe die watervlak in die houers oor tyd sal verskil.



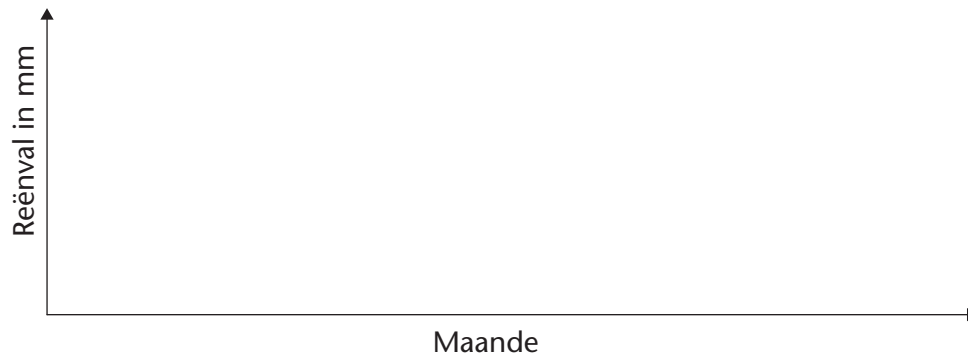
2. Teken 'n grafiek om die vlak van die water in 'n swembad aan te dui as die swembad met 'n konstante stroom water gevul word.



3. Teken 'n grafiek om die spoed van 'n resiesmotor te wys soos dit om die baan hier onder links aangedui, jaag. S is die beginpunt.



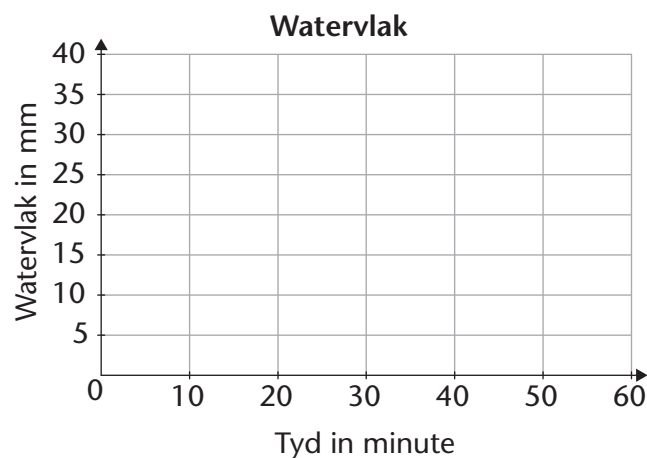
4. In die Wes-Kaap reën dit in die winter, maar in die somer is dit gewoonlik droog. Teken 'n globale grafiek om die gemiddelde reënval in die Wes-Kaap oor een jaar voor te stel.



5. Teken 'n grafiek om die volgende gebeure te illustreer:

Lydia het gedurende 'n reënstorm 'n maatbeker buite neergesit om te meet hoeveel dit reën. Na 10 minute se harde reën was die watervlak op 10 mm. Dit het toe sagter begin reën, en na 'n verdere 20 minute was die watervlak op 15 mm.

Toe Lydia 10 minute later teruggaan, het die maatbeker 30 mm gewys. 'n Uur nadat die storm begin het, was die watervlak nog steeds op 30 mm.

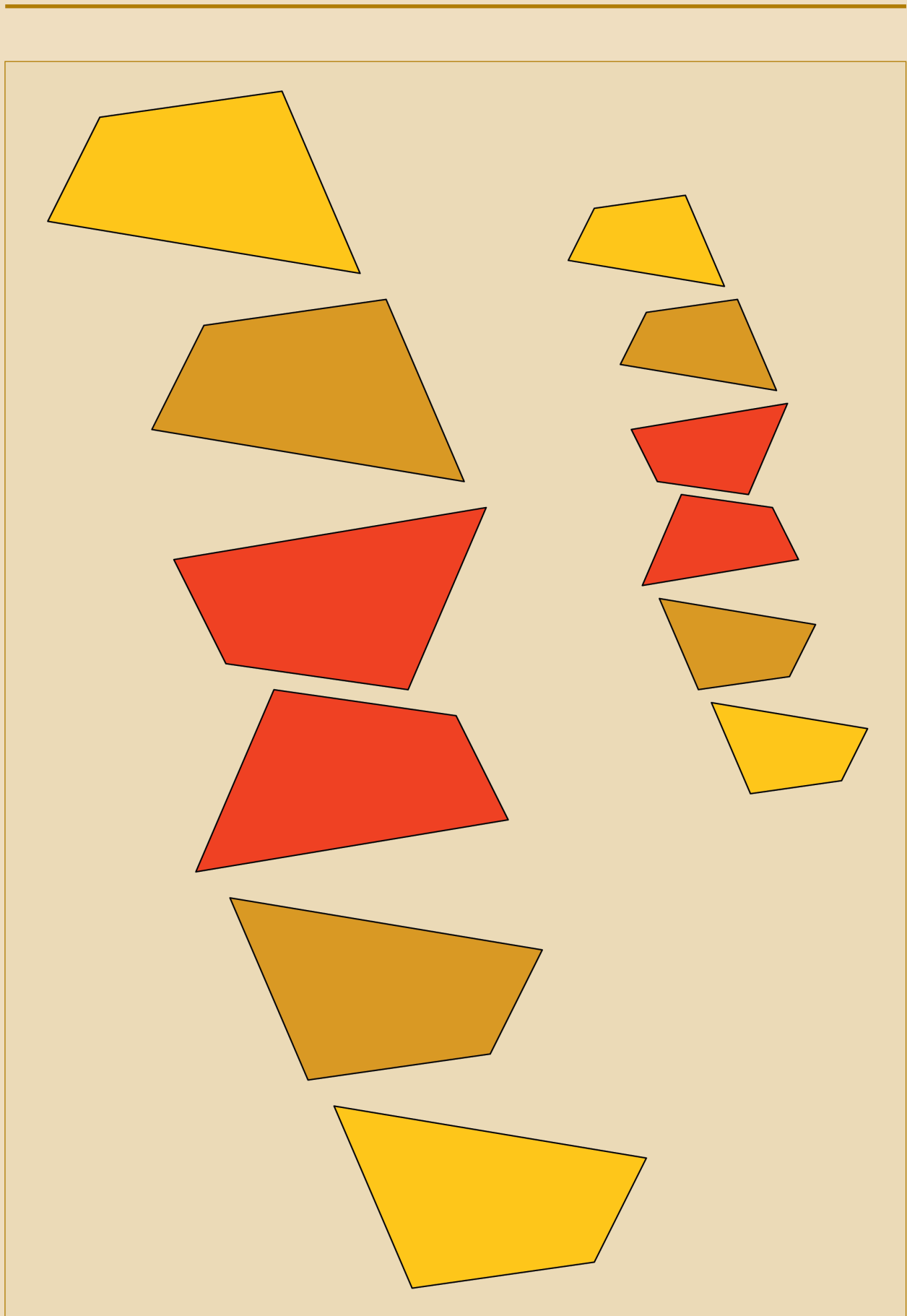


HOOFSTUK 6

Transformasiemeetkunde

In hierdie hoofstuk gaan jy die eienskappe van simmetrie hersien en oefen om simmetrie-asse in meetkundige figure met lynsimmetrie te herken. Jy gaan daarna ondersoek hoe figure kan reflekteer (omklap), roteer (draai) en transleer (skuif), terwyl die grootte en vorm van die oorspronklike figuur dieselfde bly. Jy sal ook ondersoek instel na figure waarvan die grootte verander, terwyl die hoeke dieselfde bly om kleiner of groter figure met dieselfde vorm te verkry. In sulke figure sal jy die faktor uitwerk waarmee die oorspronklike figuur se grootte verander is.

6.1	Lynsimmetrie	59
6.2	Oorspronklike figure en hulle beelde	62
6.3	Transleer figure	62
6.4	Reflekteer figure	66
6.5	Roteer figure	71
6.6	Vergroot en verklein figure	75



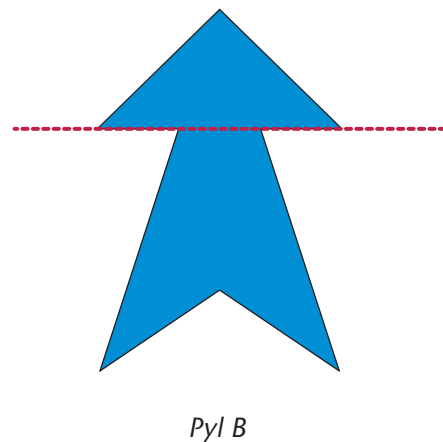
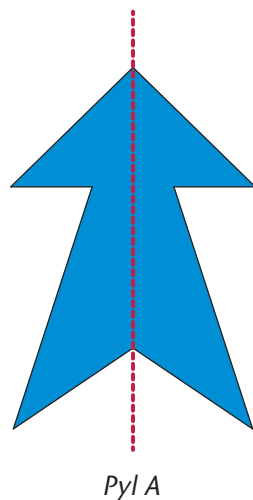
6 Transformasiemeetkunde

6.1 Lynsimmetrie

WAT IS DIE LYN VAN SIMMETRIE?

In die diagramme hier onder verdeel die rooi stippellyne die pyle in twee dele. In watter diagram verdeel die stippellyn die pyl in twee dele wat presies gelyk is?

.....



As jy pyl A sou uitknip en dit op die rooi stippellyn vou, sou die twee dele presies opmekaar pas (al die rande sou pas). Die voulyn word die **lyn van simmetrie** of die **simmetrie-as** genoem.

Die simmetrie-as is die lyn wat die figuur in twee gelyke dele verdeel: die twee dele het dieselfde getal sye en al die ooreenstemmende sye en hoeke is gelyk. Die twee dele weerskante van die simmetrie-as is spieëlbeelde van mekaar. Ons sê die dele is **kongruent**.

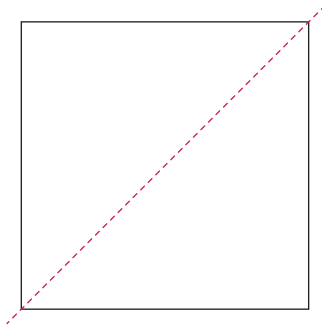
'n Meetkundige figuur hoef geen simmetrie-as te hê nie, of dit kan een of meer sulke simmetrie-asse hê.

Kongruente figure is figure wat dieselfde grootte en vorm het. Al die sye en hoeke kom ooreen.

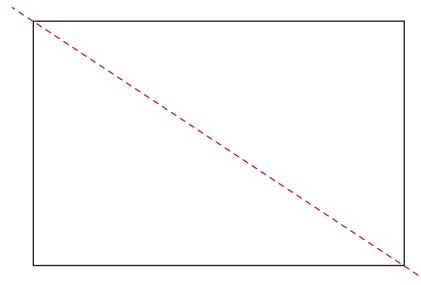
IDENTIFISEER SIMMETRIE-ASSE

- (a) Maak 'n regmerk langs elke figuur waar die rooi lyn 'n simmetrie-as is.
(b) Indien moontlik, teken die simmetrie-as in waar die rooi lyn nie die simmetrie-as is nie. As daar meer as een simmetrie-as is, teken dit ook in. Indien daar geen simmetrie-as is nie, skryf dit bo die figuur.

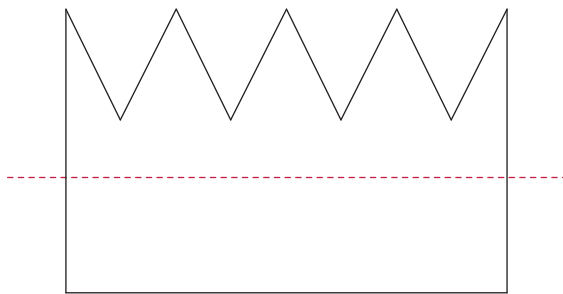
A



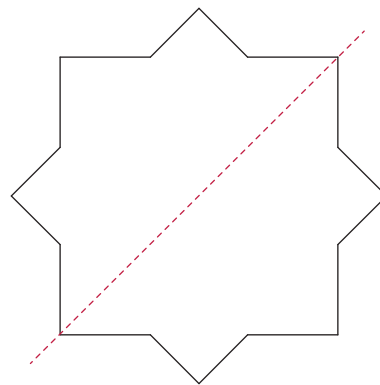
B



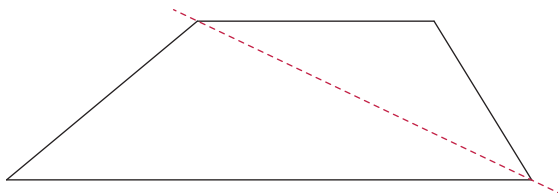
C



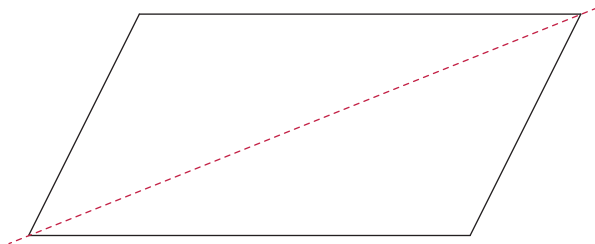
D



E

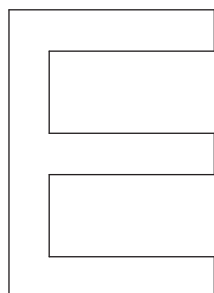


F

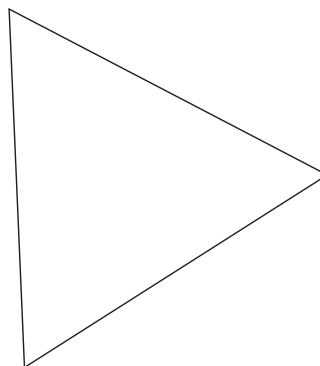


2. Teken simmetrie-asse vir die volgende meetkundige figure. Skryf ook neer hoeveel simmetrie-asse elke figuur het.

A

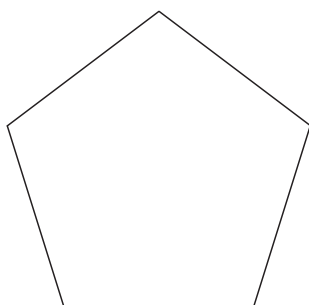


B

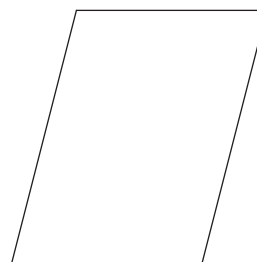


.....

C

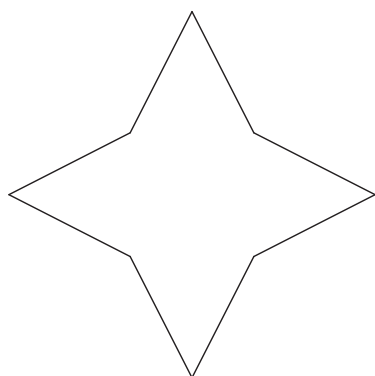


D

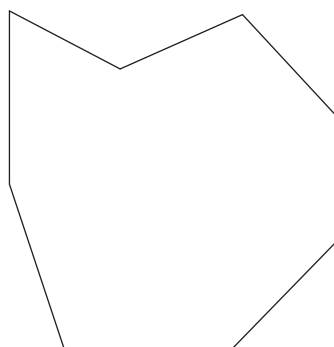


.....

E

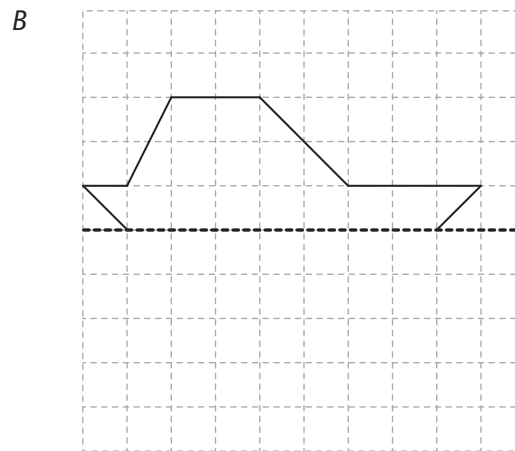
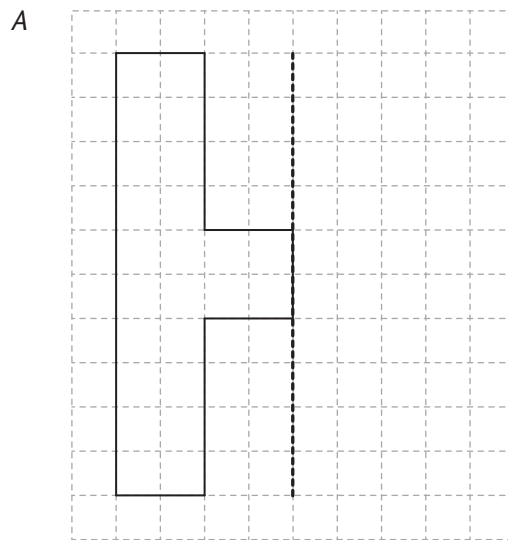


F



.....

3. In die onderstaande diagramme dui die stippellyn die simmetrie-as aan. Voltooi elk van die figure.



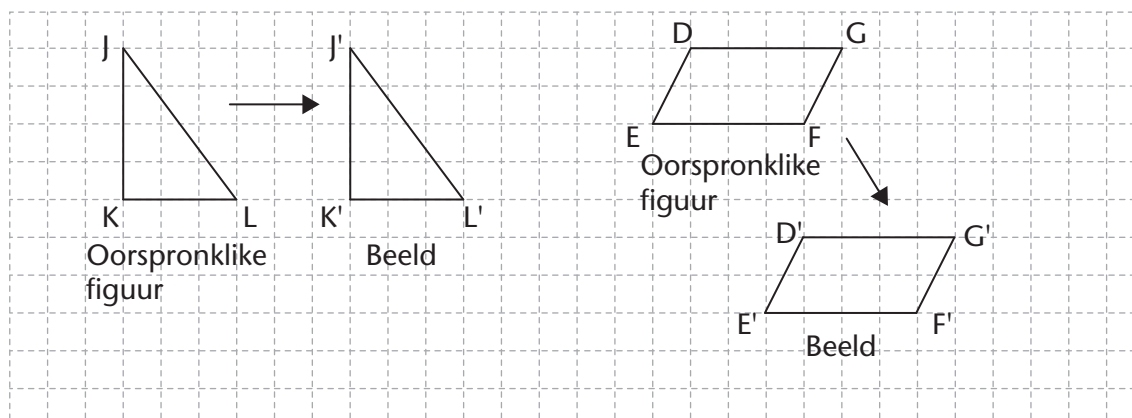
6.2 Oorspronklike figuur en hulle beelde

Ons kan die posisie van 'n figuur op verskillende maniere verander – ons kan die figuur skuif, omklap of draai. As ons die posisie van 'n figuur verander het, het ons die figuur **getransformeer**. Die figuur in sy nuwe posisie word die **beeld** van die oorspronklike figuur genoem.

Figure kan op drie maniere transformeer: deur **translasie**, **refleksie** en **rotasie**. Hierdie transformasies word onderskeidelik ook “skuif”, “omklap” en “draaiing” genoem.

6.3 Transleer figure

Hier is twee voorbeelde van twee oorspronklike figuur en hulle beelde na translasie:



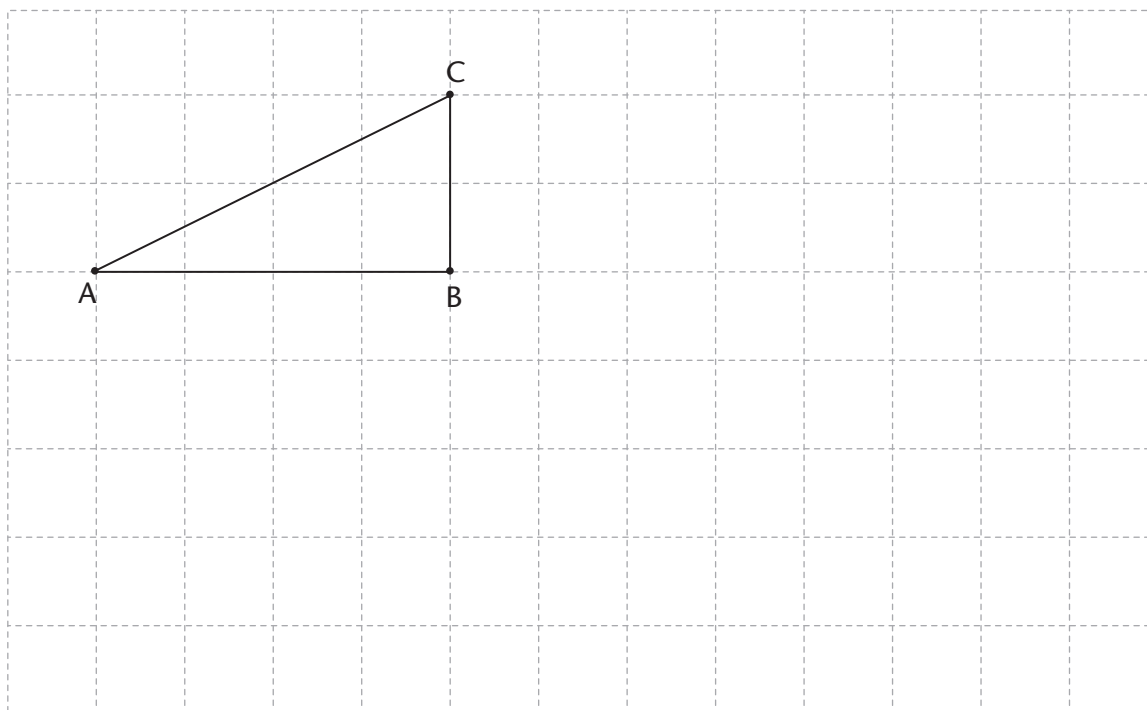
Wanneer ons die beeld benoem, gebruik ons dieselfde letters vir die punte wat met die van die oorspronklike figuur ooreenstem, maar ons maak 'n priemstroom ('') na elke letter. Die beeld van $\triangle JKL$ is $\triangle J''K''L''$. Die beeld van parallellogram DEFG is parallellogram D'E'F'G'.

ONDERSOEK DIE EIENSKAPPE VAN TRANSLASIE

In 'n **translasie** beweeg al die punte van die figuur dieselfde afstand in dieselfde rigting. Kyk weer na die figure onder aan die vorige bladsy. Al $\triangle JKL$ se punte het 6 eenhede na regs beweeg. Parallellogram DEFG se punte het almal 3 eenhede regs en 5 eenhede afwaarts beweeg.

1. Kyk na $\triangle ABC$ hier onder.

- (a) Transleer of skuif punte A, B en C elk 5 eenhede na regs en 2 eenhede afwaarts. Verbind dan die getransleerde punte om die beeld $\triangle A'B'C'$ te vorm.



Kyk na die voltooide translasie.

- (b) Is die syelengtes van die oorspronklike driehoek en die van sy beeld dieselfde?

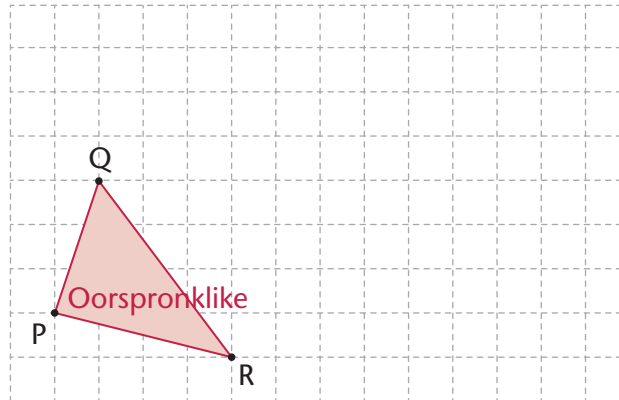
.....

- (c) Is die oppervlakte van die oorspronklike driehoek en die oppervlakte van sy beeld dieselfde?

.....

2. Kyk na ΔPQR hier onder.

- (a) Transleer of skuif punte P, Q en R elk 4 eenhede na regs en 2 eenhede op. Verbind dan die getransleerde punte om die beeld $\Delta P'Q'R'$ te vorm.



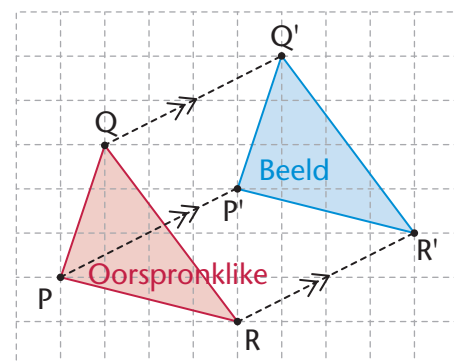
- (b) Verbind punt P en sy beeldpunt, punt Q en sy beeldpunt en punt R en sy beeldpunt.
 (c) Is die lynstukke wat die oorspronklike punte met die van hulle beelde verbind ewe lank?

-
 (d) Is die lynstukke wat die oorspronklike punte met hulle beeldpunte verbind ewewydig aan mekaar?

Eienskappe van translasie

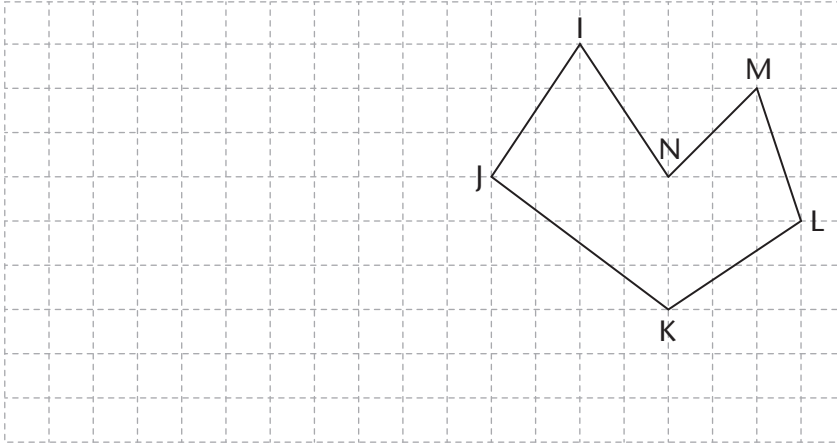
Gebruik die diagram hier regs om te kontroleer of die volgende waar is:

- Die lynstukke wat die hoekpunte van die oorspronklike figuur met die van die beeld verbind is almal ewe lank: $PP' = RR' = QQ'$
- Die lynstukke wat die hoekpunte van die oorspronklike figuur met die van die beeld verbind is almal ewewydig aan mekaar: $PP' \parallel RR' \parallel QQ'$
- As 'n figuur transleer of skuif, verander sy vorm en grootte nie. Die oorspronklike en sy beeld is dus kongruent.

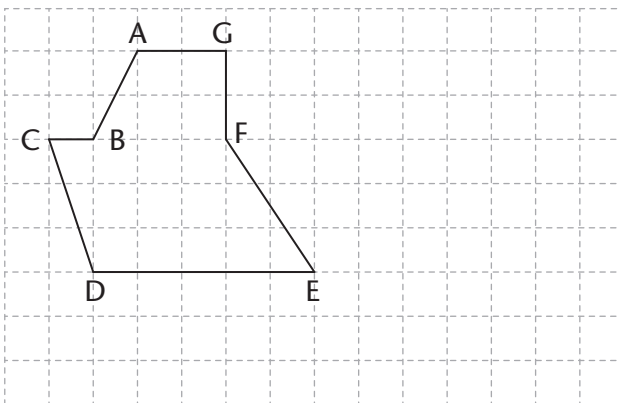


OEFFEN OM FIGURE TE TRANSLEER

1. Transleer die figuur 8 eenhede na links en 2 eenhede af.

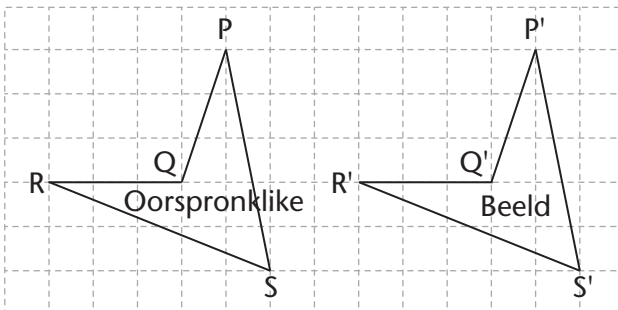


2. Transleer hierdie figuur 6 eenhede na regs en 1 eenheid af.

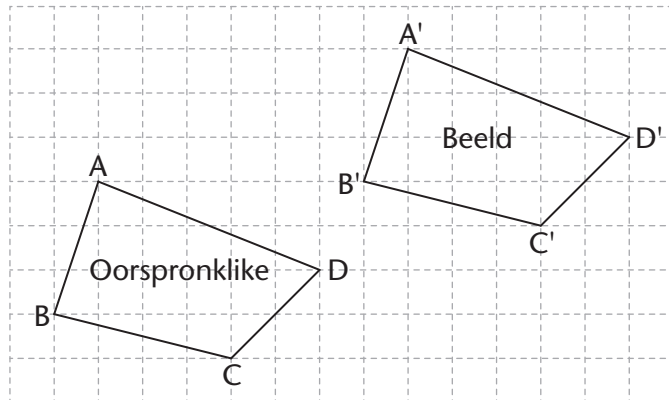
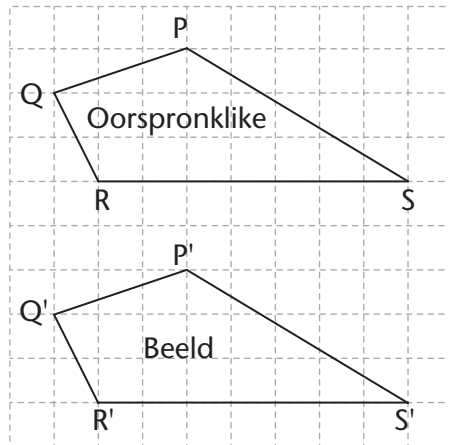


3. Beskryf die translasië in die volgende diagramme:

(a)



(b) (c)



6.4 Reflekteer figure

As 'n figuur omgeklap of **gereflekteer** word, is die beeld wat gevorm word 'n spieëlbeeld van die oorspronklike figuur. Die **refleksielyn** is soos 'n spieël waarin die oorspronklike figuur weerkaats.

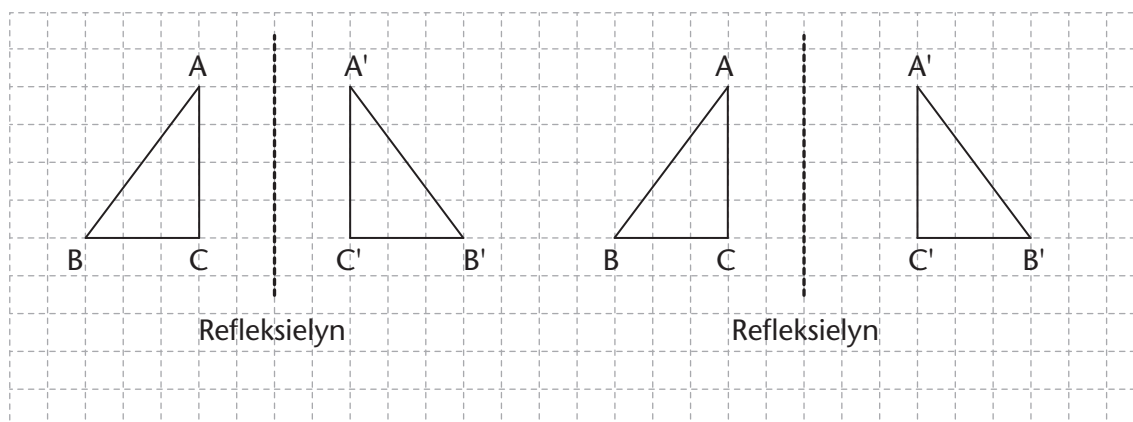
Die beeld ontstaan aan die teenoorgestelde kant van die refleksielyn. Elke punt van die oorspronklike figuur en sy ooreenstemmende punt op die beeld is ewe ver van die refleksielyn af.

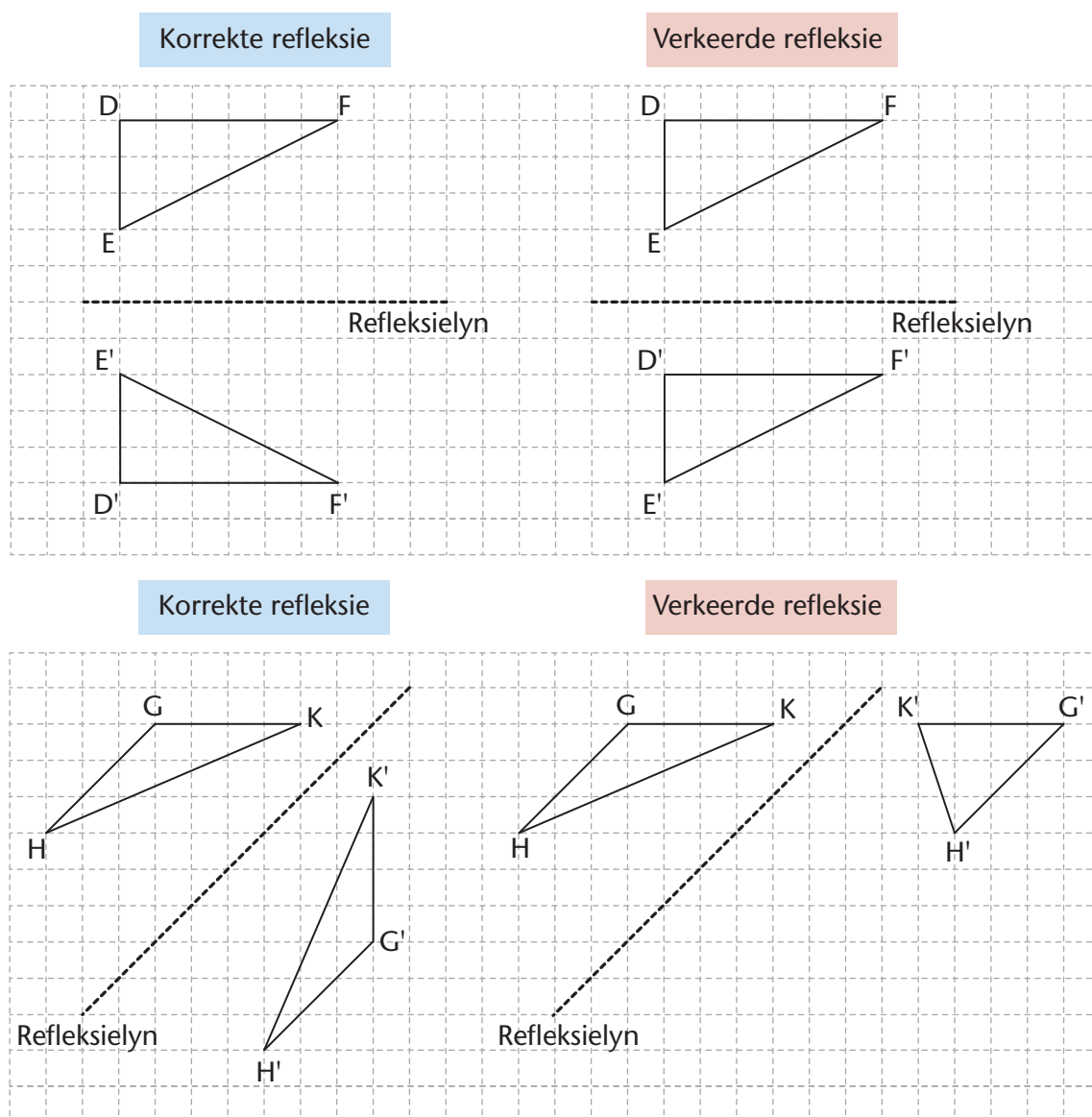
ONDERSOEK DIE EIENSKAPPE VAN REFLEKSIE OF WEERKAATSING

Die diagramme hier onder en op die volgende bladsy wys voorbeelde van figure wat reg en verkeerd in die refleksielyne gereflekteer is.

Korrekte refleksie

Verkeerde refleksie





1. Skryf die afstand neer van elkeen van die volgende punte na die refleksielyn.

Oorspronklike figuur	Korrekte refleksie	Verkeerde refleksie
A: 2 eenhede	A':	A':
B:	B':	B':
C:	C':	C':
D:	D':	D':
E:	E':	E':
F:	F':	F':
G:	G':	G':
H:	H':	H':
K:	K':	K':

2. Kyk na elke stel van *korrekte* refleksies.

(a) Is die beeld en die oorspronklike figuur se sylengtes dieselfde?

.....

(b) Is die beeld en die oorspronklike figuur se grootte en vorm dieselfde?

.....

3. (a) Teken 'n stippellyn in elke diagram wat die *korrekte refleksie* wys, om elke punt op die oorspronklike figuur met sy ooreenstemmende gereflekteerde punt te verbind (A na A', B na B', C na C' ensovoorts).

(b) Is die lyn wat die oorspronklike punt met sy korrekte refleksie verbind loodreg op die refleksielyn?

.....

4. (a) Trek 'n stippellyn in elke diagram wat die *verkeerde refleksie* wys, om elke punt in die oorspronklike figuur met sy ooreenstemmende gereflekteerde punt te verbind.

(b) Is die lyn wat die oorspronklike punt met sy verkeerde refleksie verbind loodreg op die refleksielyn?

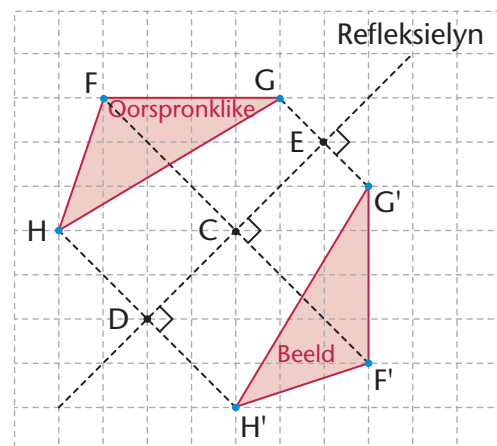
.....

Eienskappe van refleksie

Die diagram regs wys $\triangle FHG$ en sy beeld $\triangle F'H'G'$.

Let op die volgende eienskappe van refleksie:

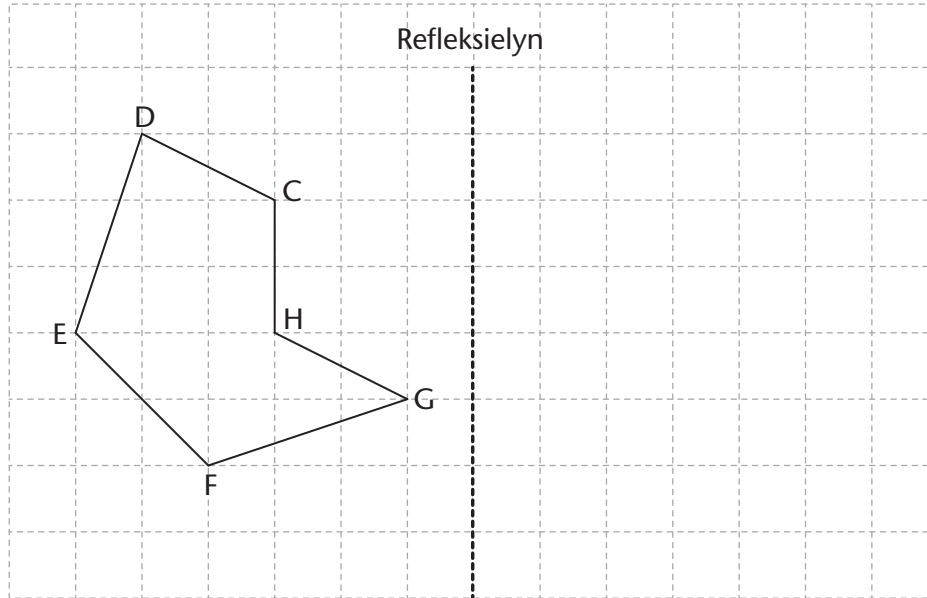
- Die beeld van $\triangle FHG$ lê aan die anderkant van die refleksielyn.
- Die afstand vanaf die oorspronklike punt tot by die refleksielyn is dieselfde as die afstand vanaf die beeldpunt tot by die refleksielyn:
 $GE = G'E$; $FC = F'C$ en $HD = H'D$
- Die lyn wat 'n oorspronklike punt met sy beeldpunt verbind is altyd loodreg ($\perp$) op die refleksielyn: $HH' \perp$ refleksielyn; $FF' \perp$ refleksielyn, $GG' \perp$ refleksielyn.
- As 'n figuur gereflekteer word, verander sy vorm en grootte nie. Die oorspronklike figuur en sy beeld is dus kongruent.



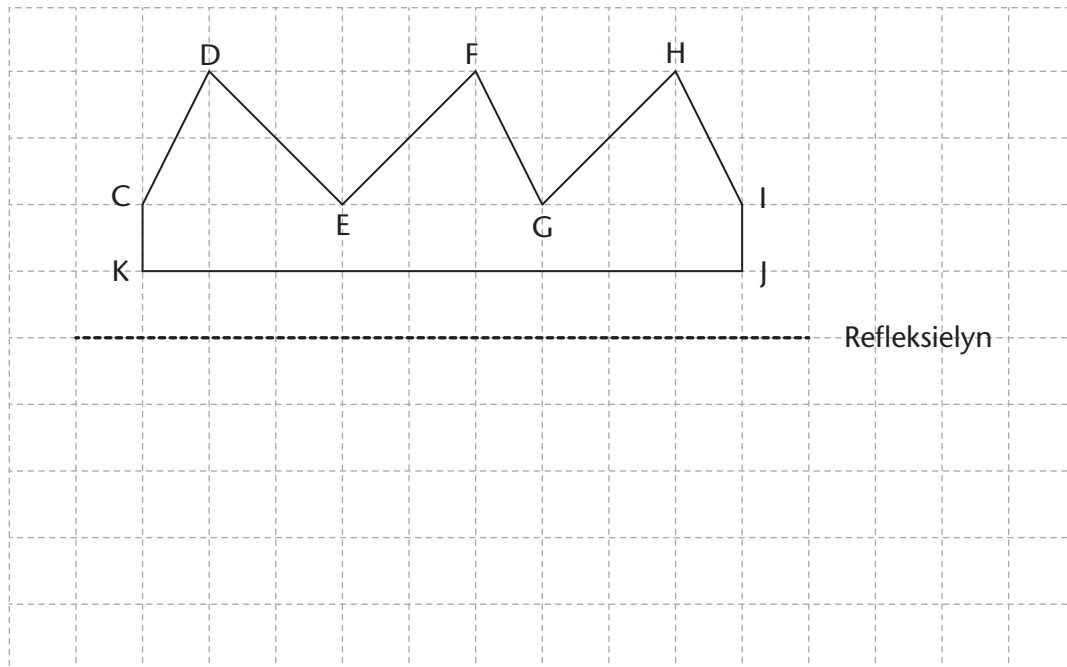
OEFEN OM REFLEKSIES TE TEKEN

1. Teken die refleksies van die volgende figure. (*Wenk:* Teken eers die beeldpunte en verbind hulle dan.)

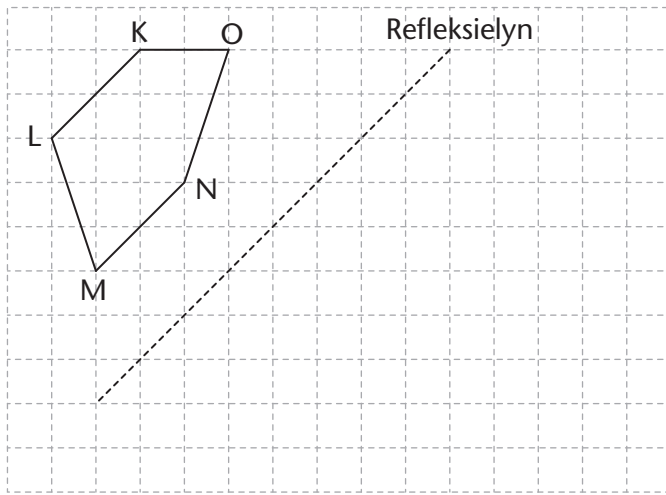
(a)



(b)

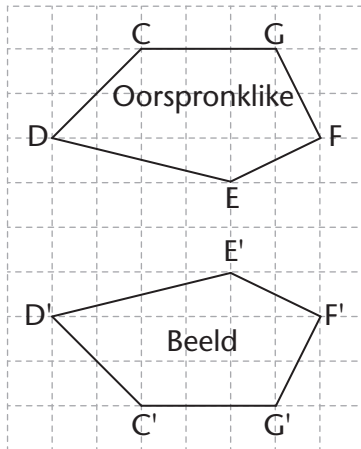


(c)

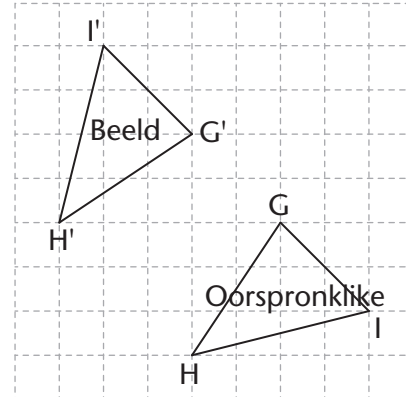


2. Teken die refleksielyn.

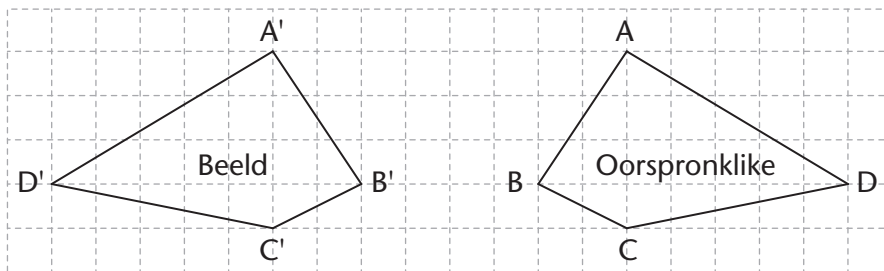
(a)



(b)



(c)



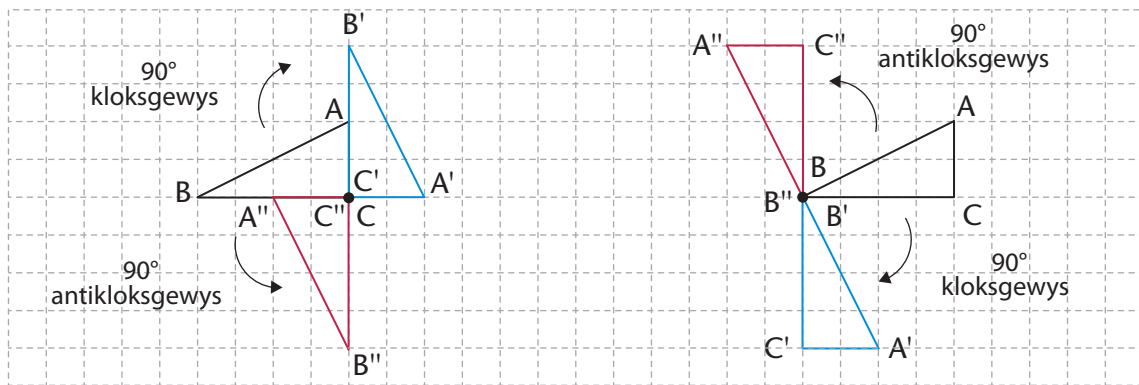
6.5 Roteer figure

Wanneer 'n figuur **geroteer** word, word dit kloksgewys of antiklokgewys om 'n vaste punt gedraai. Hierdie punt word die **rotasiepunt** of **draaipunt** genoem en kan binne of buite die figuur wees.

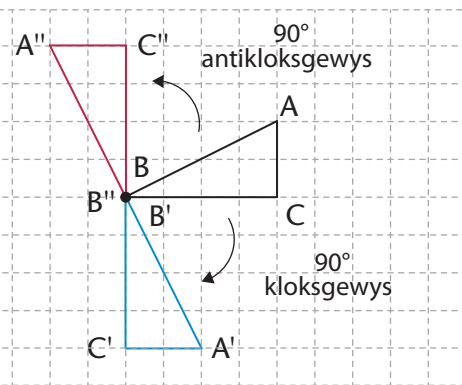


Die volgende diagramme wys dat $\triangle ABC$ 90° kloksgewys en 90° antiklokgewys om verskillende draaipunte gedraai is.

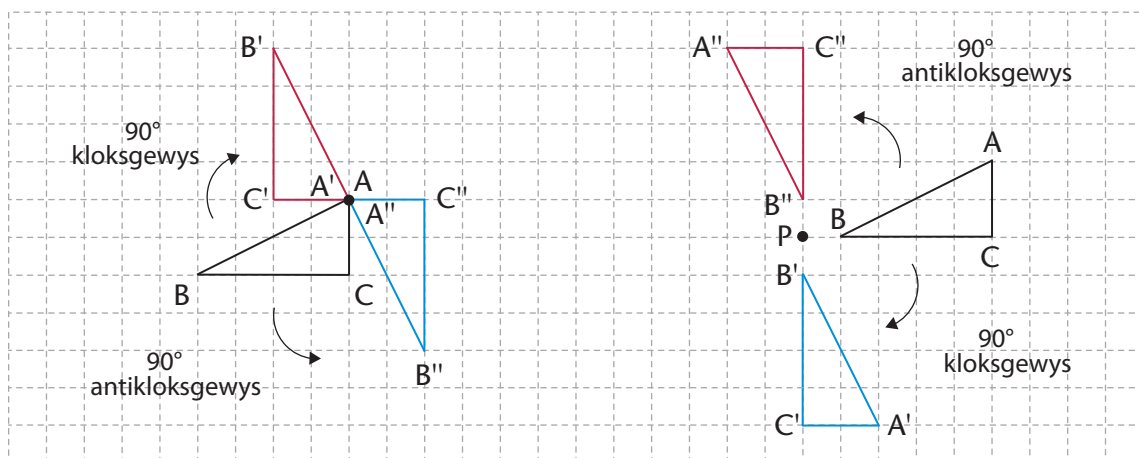
Draaipunt is by C



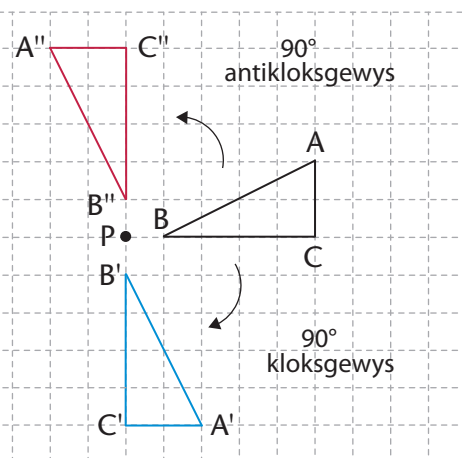
Draaipunt is by B



Draaipunt is by A



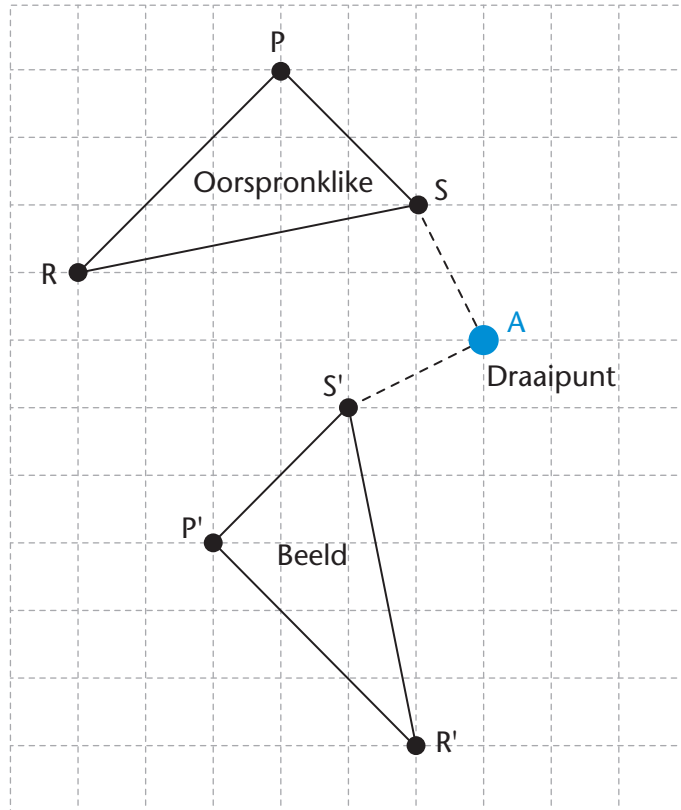
Draaipunt is by P



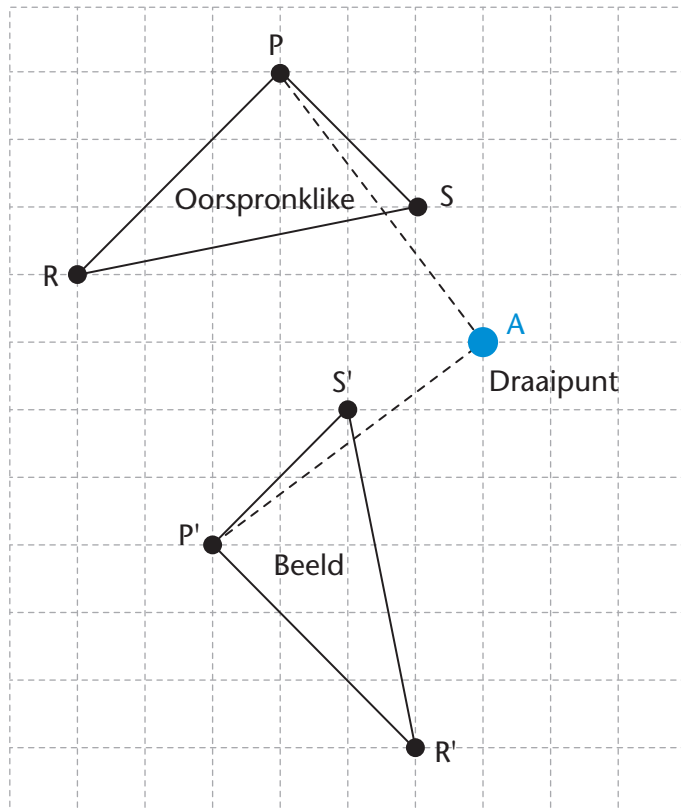
ONDERSOEK DIE EIENSKAPPE VAN ROTASIE OF DRAAIING

In die volgende diagramme lê die draai- of rotasiepunt by A. $\triangle PRS$ is antikloksgewys deur 90° by punt A gedraai.

1. Lyne is getrek om A met S en A met S' te verbind.
 - (a) Meet die afstand tussen A en S.
.....
 - (b) Meet die afstand tussen A en S'.
.....
 - (c) Wat merk jy op van die afstande in (a) en (b) hier bo?
.....
 - (d) Meet die grootte van hoek SAS'. Wat merk jy op?
.....



2. Lyne is getrek om A met P en A met P' te verbind.
 - (a) Meet die afstand vanaf A na P.
.....
 - (b) Meet die afstand vanaf A na P'.
.....
 - (c) Wat merk jy op van die afstande in (a) en (b) hier bo?
.....
 - (d) Meet die grootte van hoek PAP'. Wat merk jy op?
.....



3. Lyne is getrek om A met R en A met R' te verbind.

(a) Meet die afstand tussen A en R.

.....

(b) Meet die afstand tussen A en R'.

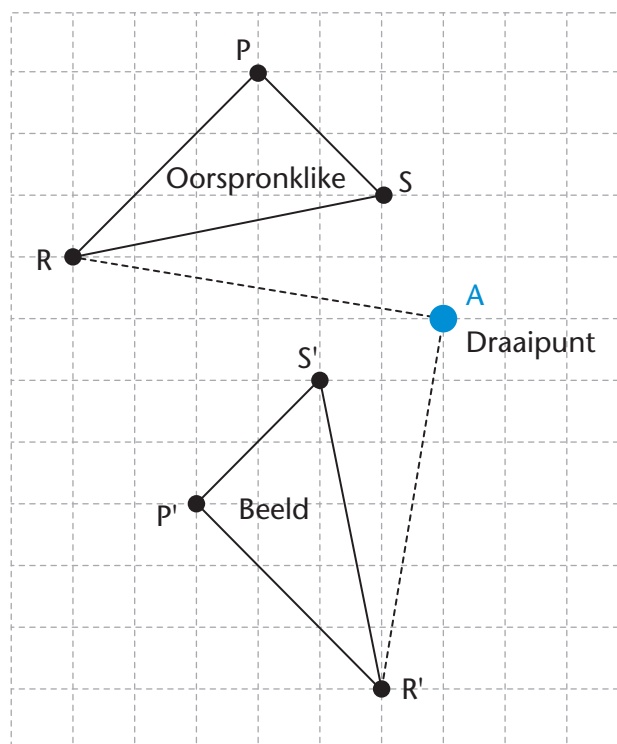
.....

(c) Wat merk jy op oor die afstande in (a) en (b) hier bo?

.....

(d) Meet die grootte van hoek RAR'.
Wat merk jy op?

.....

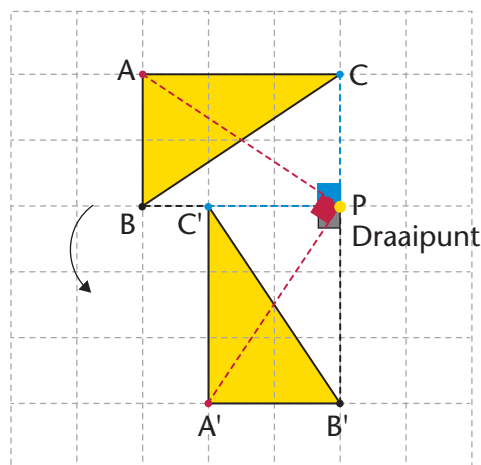


4. Meet die sye van die oorspronklike driehoek in enigen van die diagramme in vrae 1 tot 3 hier bo en die ooreenstemmende sye van die beeld. Wat merk jy op?

.....

Eienskappe van rotasie of draaiing

- Die afstand van die draaipunt na enige punt op die oorspronklike figuur is dieselfde as die afstand van die draaipunt na die ooreenstemmende punt op die beeld. Die diagram regs wys: $PA = PA'$, $PB = PB'$ en $PC = PC'$.
- Die hoek wat gevorm word deur die verbindingslyne tussen enige punt op die oorspronklike figuur, die draaipunt en die ooreenstemmende punt op die beeld, is gelyk aan die hoek van draaiing. Byvoorbeeld, as die beeld deur 90° gedraai word, sal hierdie hoek gelyk wees aan 90° . As die beeld deur 45° gedraai word, sal die hoek 45° wees.
- As 'n figuur geroteer word, verander sy vorm en grootte nie.

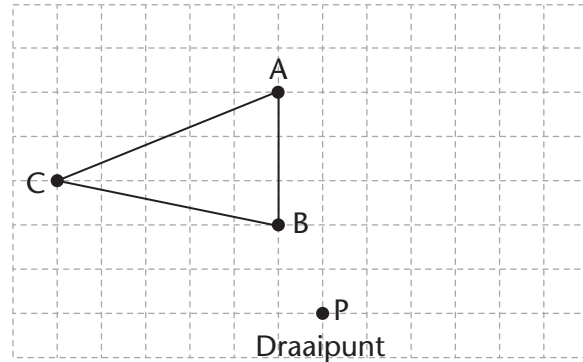


OEFEEN DIE DRAAIING VAN FIGURE

1. Draai $\triangle ABC$ 90° kloksgewys om punt P soos aangedui:

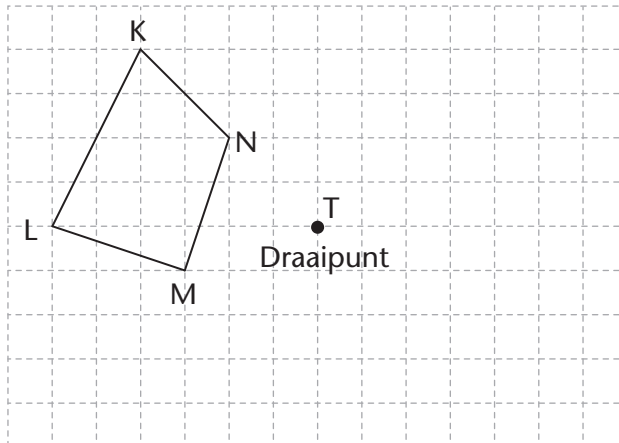
(a) Stip die beeld van elke hoekpunt op die diagram. Onthou:

- Die beeldpunt moet dieselfde afstand van P af wees as die oorspronklike punt.
- Die hoek wat gevorm word deur die lyn tussen die oorspronklike punt en P en die lyn tussen sy beeldpunt en P, moet gelyk wees aan die hoek van draaiing. In hierdie geval moet dit 90° wees.

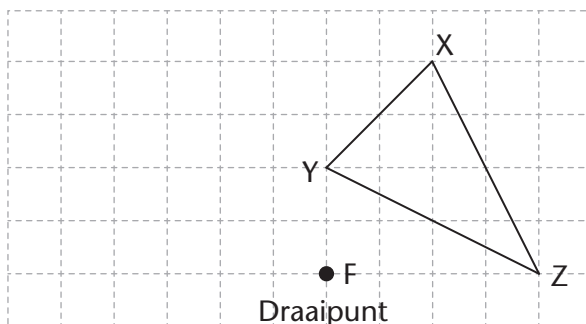


(b) Verbind die beeldpunte om $\triangle A'B'C'$ te vorm.

2. Roteer KLMN 180° om punt T.



3. Draai $\triangle XYZ$ 90° antikloksgewys om punt F.

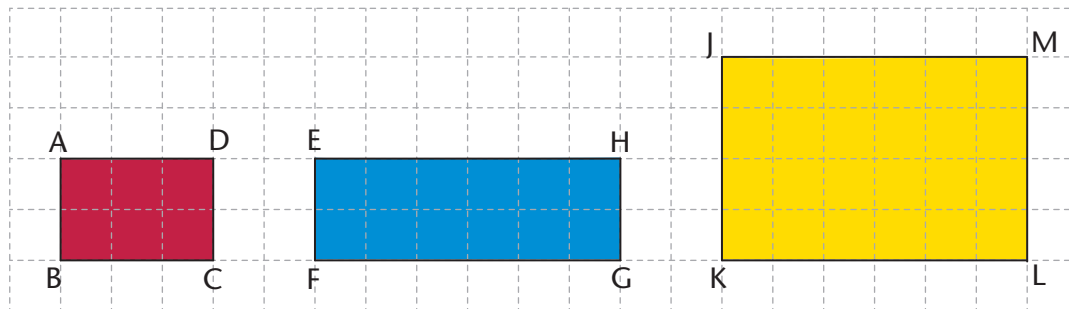


6.6 Vergroot en verklein figure

Om 'n figuur te **vergroot** beteken dat ons dit op 'n spesifieke manier groter maak.
Om 'n figuur te **verklein** beteken om dit op 'n spesifieke manier kleiner te maak.

ONDERSOEK DIE EIENSKAPPE VAN VERGROTINGS EN VERKLEININGS

1. Kyk na die volgende reghoeke en antwoord dan die vrae.



(a) Reghoek EFGH:

Hoeveel keer is FG langer as BC?

Hoeveel keer is EF langer as AB?

(b) Reghoek JKLM:

Hoeveel keer is KL langer as BC?

Hoeveel keer is JK langer as AB?

As die lengtes van **al die sye** van 'n figuur met **dieselfde getal vermenigvuldig** word om 'n tweede figuur te vorm, is die tweede figuur 'n **vergroting** of 'n **verkleining** van die eerste figuur.

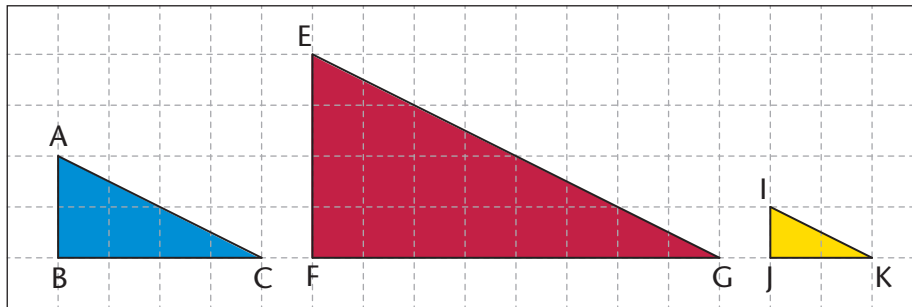
Die getal waarmee die sye vermenigvuldig word om 'n vergroting of 'n verkleining te lewer, word die **skaalfaktor** genoem. Die skaalfaktor in vraag 1(b) hier bo is 2. Ons sê figuur ABCD is vergroot met 'n skaalfaktor van 2 om figuur JKLM te vorm.

Figuur EFGH is nie 'n vergroting van figuur ABCD nie, omdat nie al sy sye met *dieselfde* skaalfaktor vergroot is nie.

Die skaalfaktor

- As die skaalfaktor 1 is, is die beeld net so groot as die oorspronklike figuur.
- As die skaalfaktor < 1 , is die beeld 'n verkleining. Byvoorbeeld, as die skaalfaktor $\frac{1}{2}$ of 0,5 is, is elke sy van die beeld die helfte van die lengte van die ooreenstemmende sy van die oorspronklike figuur.
- As die skaalfaktor > 1 is, is die beeld 'n vergroting. Byvoorbeeld, as die skaalfaktor 2 is, is elke sy van die beeld dubbel die lengte van die ooreenstemmende sy van die oorspronklike figuur.

2. Kyk na hierdie driehoeke en beantwoord dan die vrae.



(a) Hoeveel keer is:

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| • FG langer as BC? | • JK korter as BC? |
| • EF langer as AB? | • IJ korter as AB? |
| • EG langer as AC? | • IK korter as AC? |

(b) Is $\triangle EFG$ 'n vergroting van $\triangle ABC$? Verduidelik jou antwoord.

.....

(c) Is $\triangle IJK$ 'n verkleining van $\triangle ABC$? Verduidelik jou antwoord.

.....

Gelykvormige figure

As figure vergroot of verklein is, is die vergrote en verkleinde beelde **gelykvormig** aan die oorspronklike figure. $\triangle ABC$, $\triangle EFG$ en $\triangle IJK$ hier bo is almal gelykvormig. Ons sê ook dat die lengtes van hulle ooreenstemmende sye **eweredig** is.

As twee of meer figure

gelykvormig is:

- is hulle ooreenstemmende hoeke gelyk, en
- hulle ooreenstemmende sye is volgens dieselfde skaalfaktor korter of langer.

OEFFEN DIE VERGROTING EN VERKLEINING VAN FIGURE

1. Sê of die volgende skaalfaktore 'n groter of kleiner beeld tot gevolg sal hê:

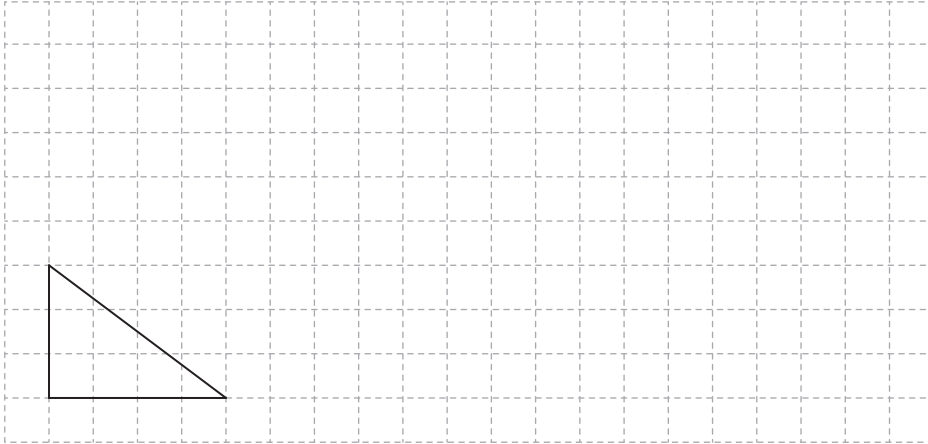
(a) 5

(b) 0,25

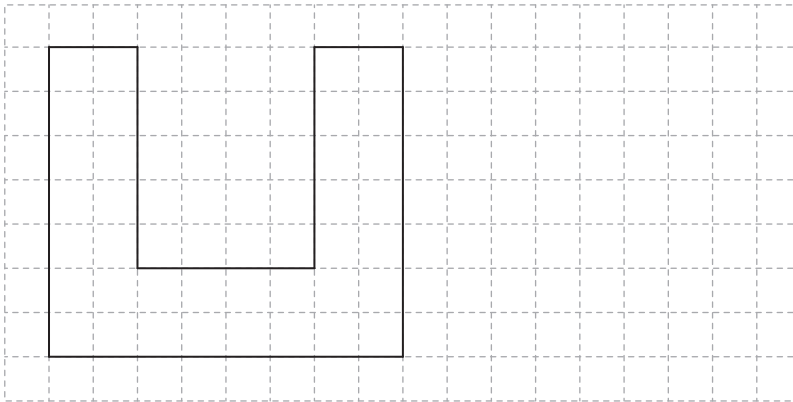
(c) 1,2

(d) $\frac{3}{8}$

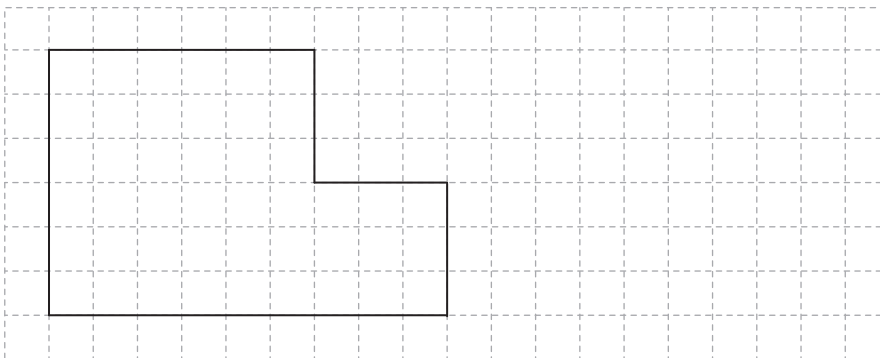
2. Vergroot hierdie driehoek met 'n skaalfaktor van 2.



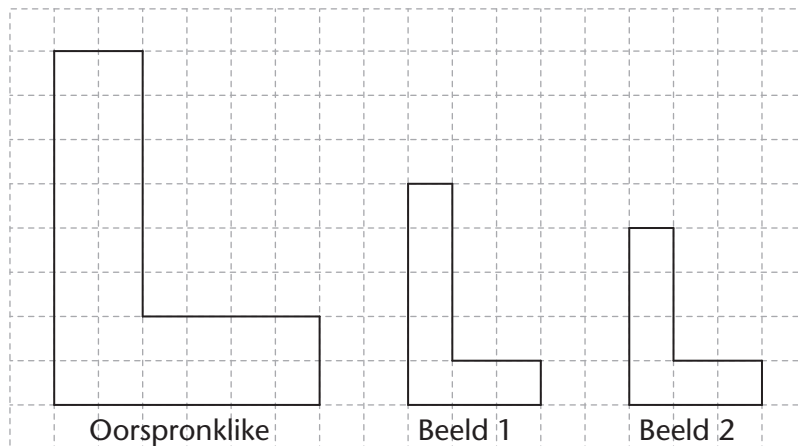
3. Verander die grootte van die volgende figuur. Gebruik 'n skaalfaktor van 0,5.



4. Verander die grootte van die figuur hier onder met 'n skaalfaktor van $\frac{1}{3}$.



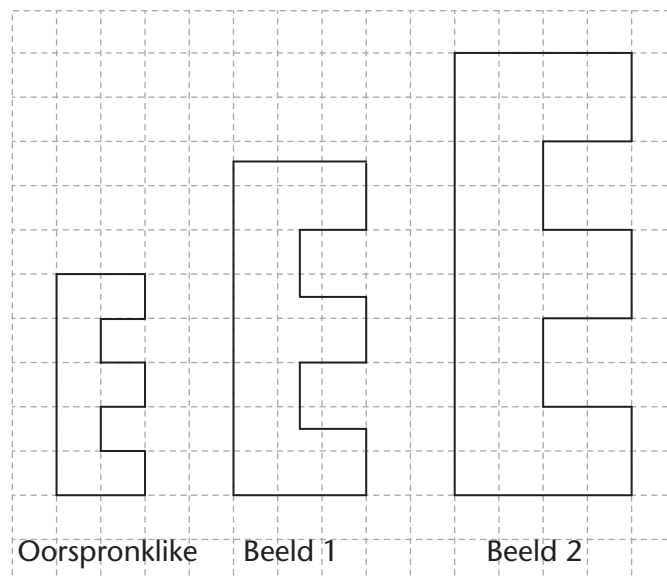
5. (a) Watter beeld hier onder is gelykvormig aan die oorspronklike?
- (b) Wat is die skaalfaktor waarvolgens die figuur se grootte verander is?



6. Watter skaalfaktore is gebruik om beeld 1 en beeld 2 hier onder van die oorspronklike te vorm?

Beeld 1:

Beeld 2:



HOOFSTUK 7

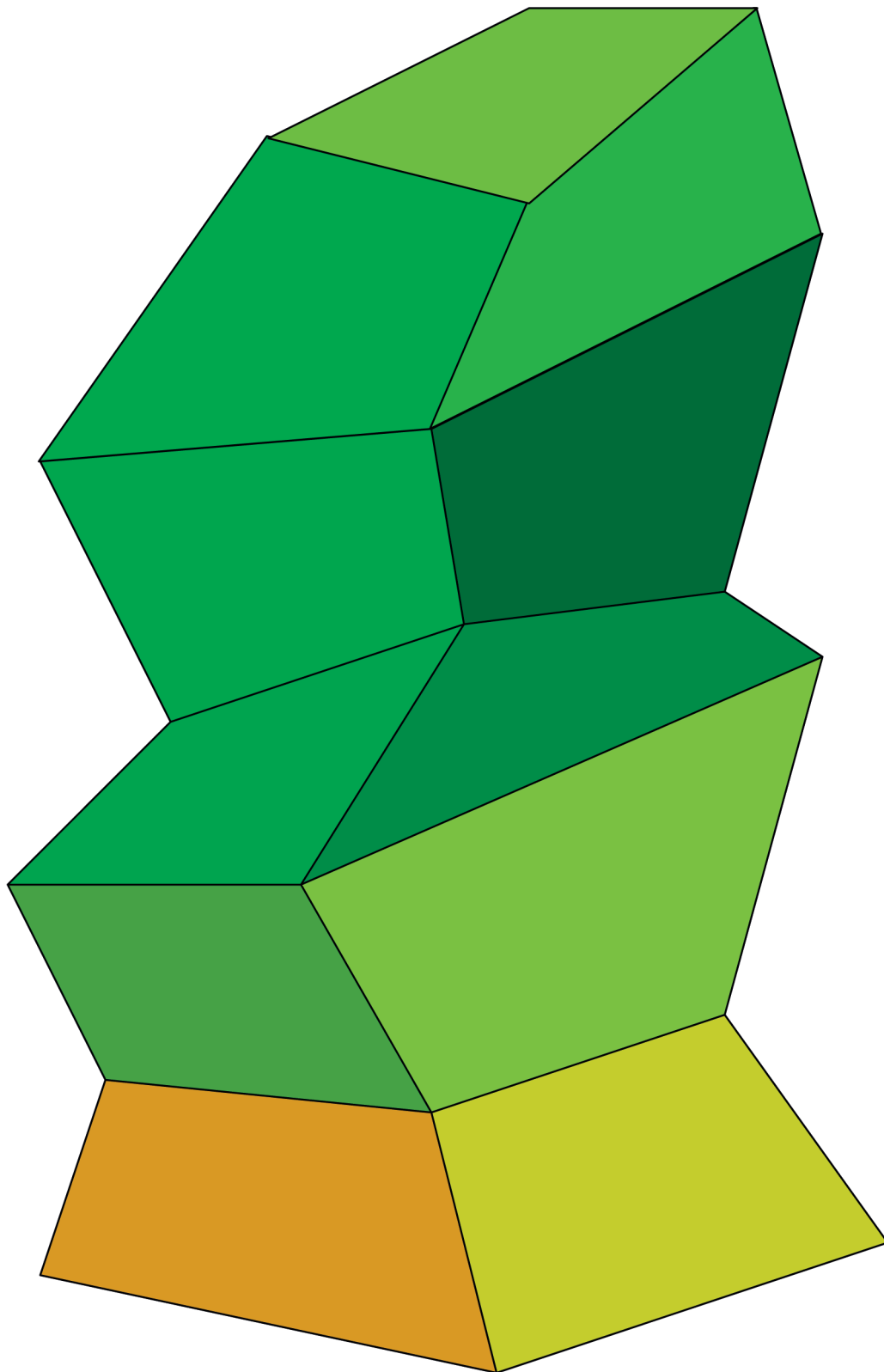
Meetkunde

van 3D-voorwerpe

In hierdie hoofstuk sal jy die werk hersien wat jy in graad 6 met 3D-voorwerpe gedoen het. Jy sal dus 3D-voorwerpe beskryf, sorteer en vergelyk volgens die getal en vorms van hulle vlakke, die getal hoekpunte en die getal rande. Die 3D-voorwerpe waarmee jy in hierdie hoofstuk sal werk is kubusse, reghoekige prisma's, driehoekige prisma's, piramides en silinders.

Nadat jy verskillende 3D-voorwerpe geklassifiseer het, sal jy karton- of papiermodelle van verskillende kubusse en prisma's bou. Om dit te kan doen, sal jy in staat moet wees om nette (of plat patrone) van hierdie 3D-voorwerpe te teken. Wanneer jy die nette van die 3D-voorwerpe teken en die voorwerpe bou, sal jy vind dat jy mooi moet dink oor watter sye van die figure in die net moet ooreenstem. Dit sal jou help om te besluit hoe lank elkeen van hierdie sye moet wees.

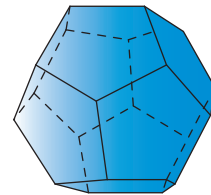
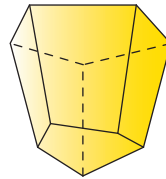
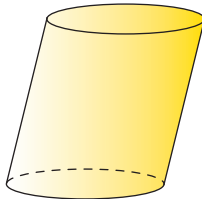
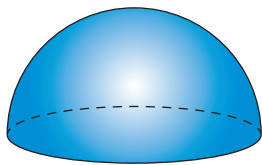
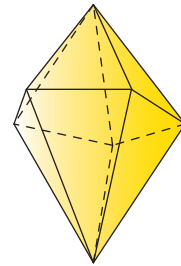
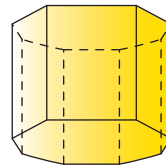
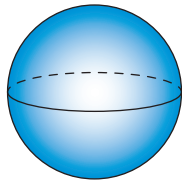
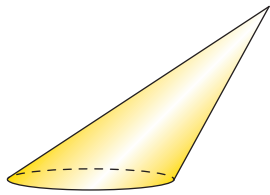
7.1	Klassifiseer 3D-voorwerpe.....	81
7.2	Prisma's en piramides.....	83
7.3	Beskryf, sorteer en vergelyk 3D-voorwerpe.....	86
7.4	Nette van 3D-voorwerpe.....	88
7.5	Gebruik nette om kubusse en prisma's te bou	93



7 Meetkunde van 3D-voorwerpe

7.1 Klassifiseer 3D-voorwerpe

Daar is twee hoofgroepe van voorwerpe met **drie dimensies** (lengte, breedte en hoogte), naamlik die met **geboë vlakke** en die met **plat vlakke**. **Sfere** (balle), **silinders** en **keëls** is voorbeelde van voorwerpe met geboë vlakke. Voorwerpe wat slegs plat vlakke het staan bekend as **veelvlakke** of **poliëders**.



Voorbeelde van voorwerpe met geboë vlakke

Voorbeelde van voorwerpe met plat vlakke

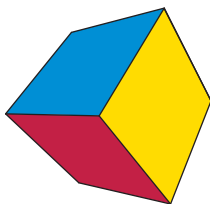
WAT IS 'N POLIËDER?

'n **Poliëder** of **veelvlak** is 'n driedimensionele voorwerp (of 3D-voorwerp) wat slegs uit plat vlakke bestaan. Dit het geen geboë vlakke nie. Dit bestaan uit vlakke, rande en hoekpunte.

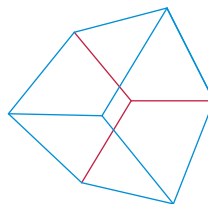
'n **Vlak** is die plat oppervlakte van 'n 3D-voorwerp.

'n **Rand** is waar twee plat vlakke ontmoet.

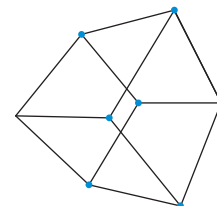
'n **Hoekpunt** is die punt waar die rande ontmoet.



Vlakke

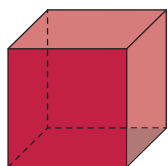


Rande

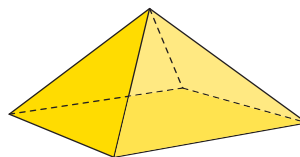


Hoekpunte

'n **Kubus** het 6 vlakke, 12 rande en 8 hoekpunte.



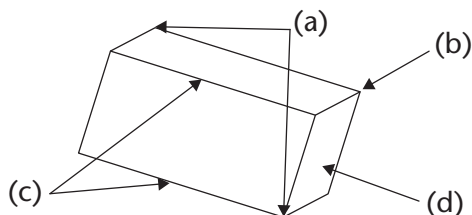
Hierdie **piramide** het 5 vlakke, 8 rande en 5 hoekpunte.



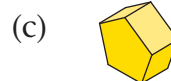
IDENTIFISEER EN BESKRYF 3D-VOORWERPE

1. Identifiseer dele (a) tot (d):

- (a) (b)
(c) (d)



2. Watter van die volgende voorwerpe is veelvlakke?



.....

.....

.....

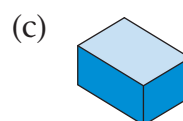
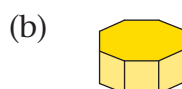
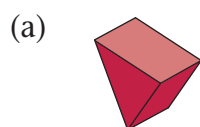


.....

.....

.....

3. Hoeveel vlakke, rande en hoekpunte het die volgende poliëders?



vlakke:

vlakke:

vlakke:

rande:

rande:

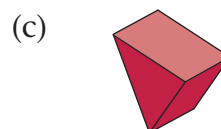
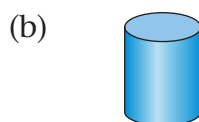
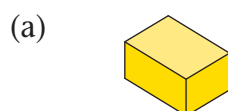
rande:

hoekpunte:

hoekpunte:

hoekpunte:

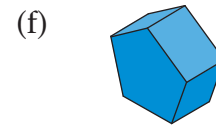
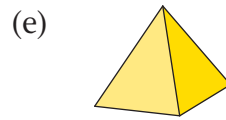
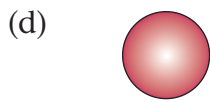
4. Ses leerders het elkeen 'n 3D-voorwerp van speelklei gemaak. Gebruik die beskrywings op die volgende bladsy om elke 3D-voorwerp met die leerder te verbind wat dit gemaak het.



.....

.....

.....



-
- Tumi se voorwerp het 6 hoekpunte en 5 vlakke.
 - Debbie se voorwerp het 8 hoekpunte en 12 rande.
 - Brad het 'n voorwerp met 7 vlakke en 10 hoekpunte gemaak.
 - Xola het 'n voorwerp sonder enige hoekpunte gemaak.
 - Mpuka se voorwerp het 8 rande en 5 vlakke.
 - Maggie het 'n voorwerp met 2 sirkels sonder enige hoekpunte gemaak.

7.2 Prismas en piramides

DIE VERSKILLE TUSSEN PRISMAS EN PIRAMIDES

Poliëders of veelvlakke kan in twee groepe, naamlik **prismas** en **piramides** verdeel word.

Prismas

'n Prisma is 'n poliëder met twee vlakke wat kongruente en parallelle veelhoeke is. Hierdie vlakke vorm die prisma se basisse en hulle word deur syvlakke verbind wat parallelogramme is.

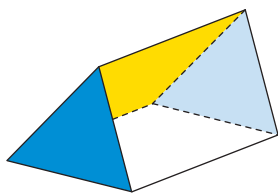
Kongruent beteken presies dieselfde vorm en grootte.

'n **Prisma** se syvlakke is al die vlakke wat nie basisse is nie.

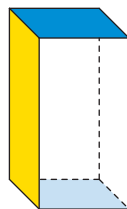
In die geval van **regte prismas** word die basisse verbind deur reghoeke wat loodreg op die basis en die bovlak is. Dit beteken dat die syvlakke van 'n prisma 'n hoek van 90° met die basisse vorm.

'n Prisma word volgens die vorm van sy basis benoem. Dus word 'n prisma wat 'n driehoek as basis het, 'n driehoekige prisma genoem; 'n prisma met 'n reghoekige of vierkantige basis word 'n reghoekige prisma genoem; en 'n prisma met 'n vyfhoekige basis word 'n vyfhoekige prisma genoem.

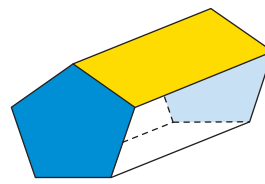
Enige twee vlakke in 'n prisma wat kongruent en parallel is kan die prisma se basisse wees. 'n Kubus is 'n spesiale soort prisma. Dit het 6 kongruente vlakke, daarom kan enige van sy vlakke 'n basis wees.



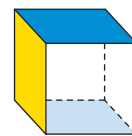
Driehoekige prisma



Reghoekige prisma

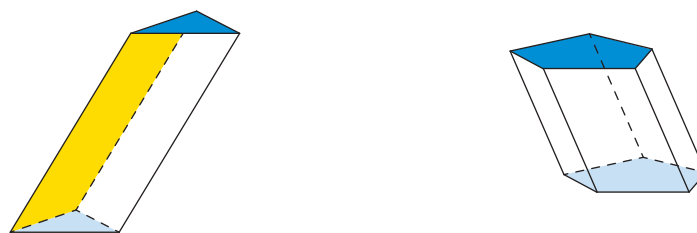


Vyfhoekige prisma



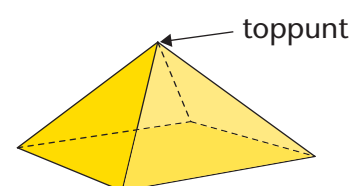
Kubus

Die prisma's hier onder word **skewe prisma's** genoem. Links is 'n skewe driehoekige prisma en regs is 'n skewe vyfhoekige prisma.

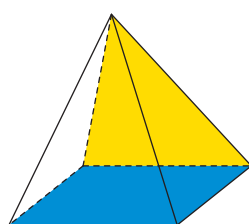


Piramides

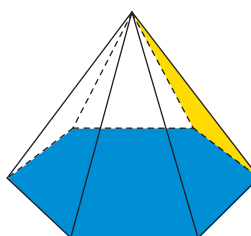
'n **Piramide** het slegs een basis. Die syvlakke van 'n piramide is altyd driehoekig. Hierdie driehoeke ontmoet bo by dieselfde hoekpunt. Ons noem hierdie hoekpunt die **toppunt** van die piramide. 'n **Regte** piramide se syvlakke is almal gelykbenige driehoeke.



Daar is baie soorte piramides. Die naam van die piramide word deur die vorm van sy basis bepaal. Byvoorbeeld, 'n driehoekige piramide het 'n driehoek as basis, 'n vierkantige piramide het 'n vierkant as basis en 'n seshoekige piramide het 'n seshoek as basis.

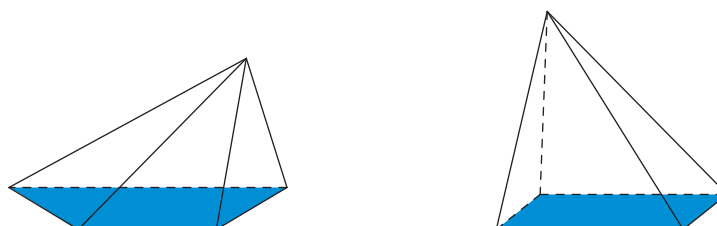


Vierkantige piramide
Dit het 5 vlakke:
1 vierkant,
4 driehoeke



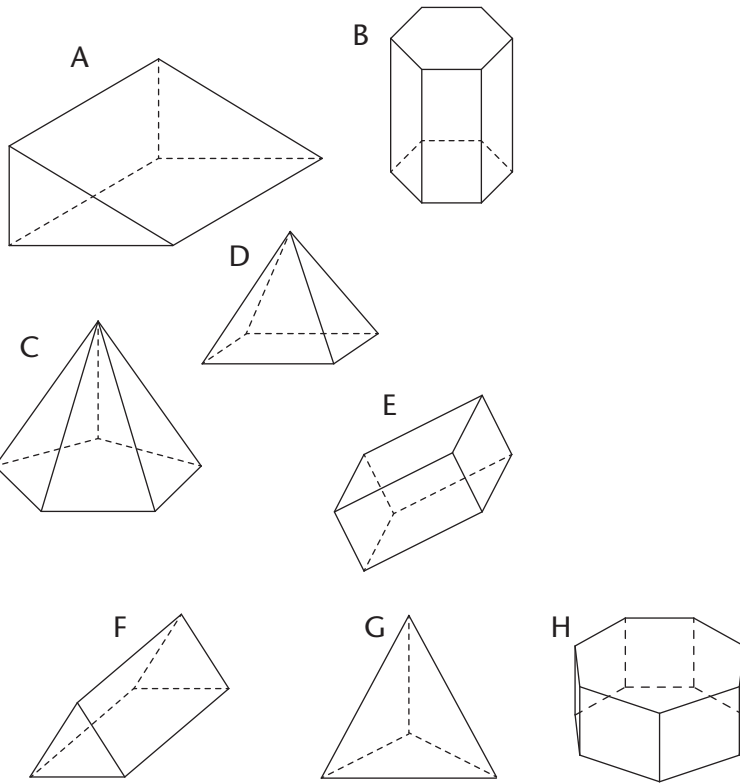
Seshoekige piramide
Dit het 7 vlakke:
1 seshoek,
6 driehoeke

'n Piramide wat nie 'n regte piramide is nie word 'n **skewe piramide** genoem. Hier onder is twee voorbeelde van skewe piramides. 'n Skewe piramide se syvlakke is nie noodwendig gelykbenige driehoeke nie.



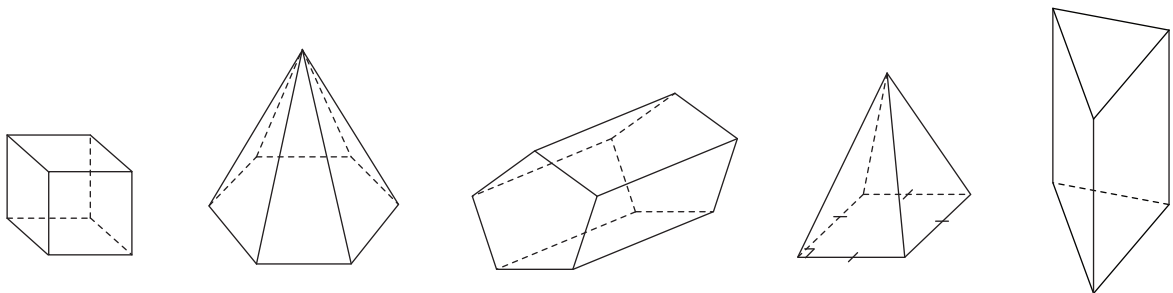
IDENTIFISEER PRISMAS EN PIRAMIDES

1. Kleur die basis van elkeen van die volgende figure in en skryf of dit 'n prisma of 'n piramide is.



A:
 B:
 C:
 D:
 E:
 F:
 G:
 H:

2. Verbind elke voorwerp met sy regte naam.



*Seshoekige
piramide*

*Driehoekige
prisma*

*Vierkantige
piramide*

Kubus

Vyfhoekige prisma

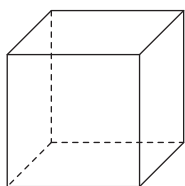
7.3 Beskryf, sorteer en vergelyk 3D-voorwerpe

OEFFEN OM 3D-VOORWERPE TE BESKRYF EN TE KLASSIFISEER

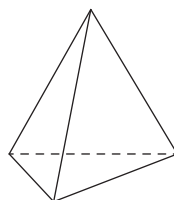
1. Doen die volgende vir elkeen van die voorwerpe hier onder:

(a) Benoem die voorwerp.

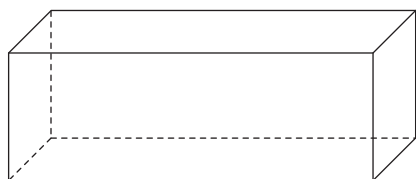
(b) Gee die getal vlakke en beskryf/benoem die vorm van die vlakke.



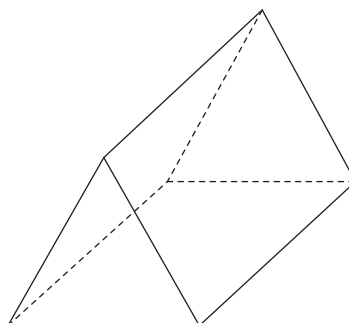
.....
.....
.....



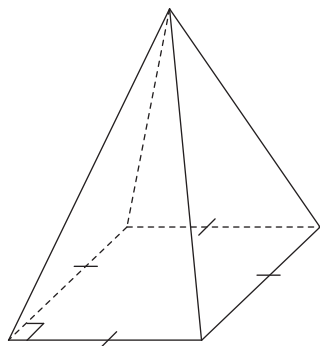
.....
.....
.....



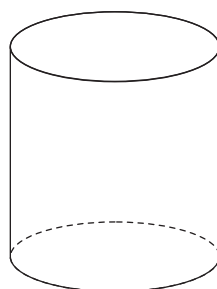
.....
.....
.....



.....
.....
.....



.....
.....
.....



.....
.....
.....

2. (a) Sorteer die 3D-voorwerpe hier onder in prisma's, piramides en silinders deur die regte letters neer te skryf.

Prisma's:

Piramides:

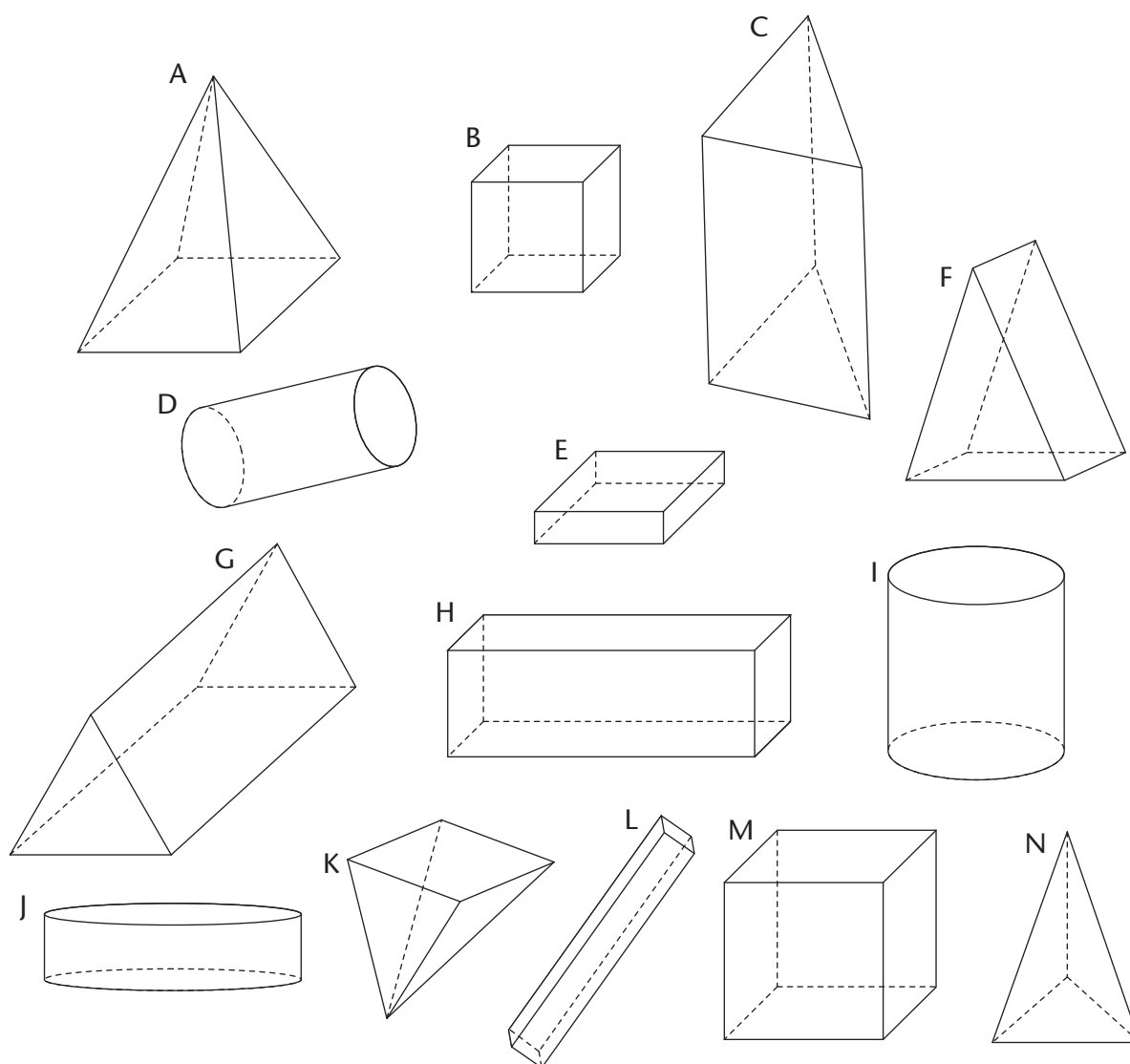
Silinders:

- (b) Verdeel die prisma's verder in drie groepe en benoem elke groep deur die letters neer te skryf.

Kubusse:

Reghoekige prisma's:

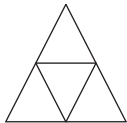
Driehoekige prisma's:



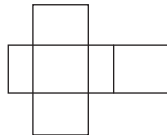
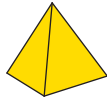
7.4 Nette van 3D-voorwerpe

WAT IS 'N NET?

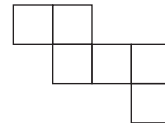
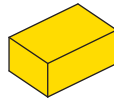
In wiskunde is 'n **net** 'n plat patroon wat 'n 3D-voorwerp kan vorm. 3D-voorwerpe het verskillende nette. Partykeer kan dieselfde 3D-voorwerp meer as een verskillende net hê. Hier is voorbeelde van verskillende 3D-voorwerpe en hulle nette.



Drieboekige piramide



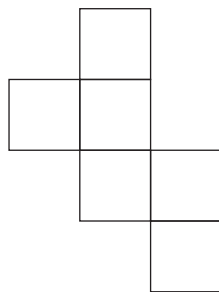
Reghoekige prisma



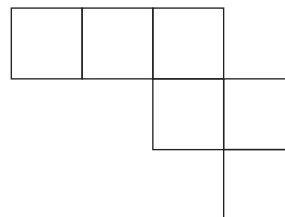
Kubus

In hierdie afdeling gaan jy op die net van 'n kubus fokus. 'n Net kan slegs 'n kubus vorm as dit uit 6 gelyke vierkante bestaan. Maar nie alle netpatrone met 6 vierkante sal in 'n kubus gevou kan word nie.

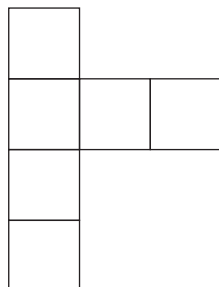
Slegs een van die nette hier onder kan in 'n kubus gevou word. Skryf sy letter neer.



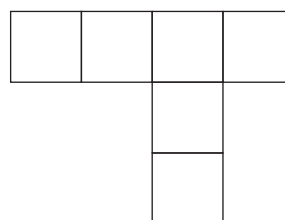
A



B



C

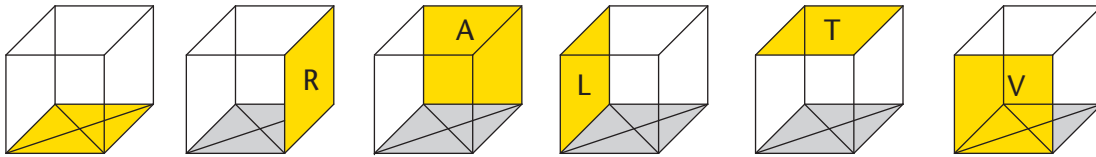


D

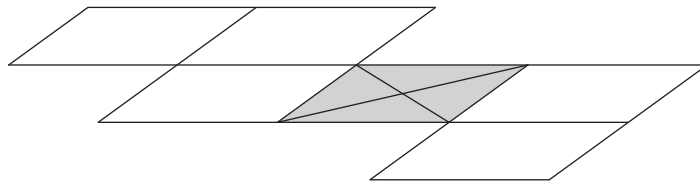
'N KUBUS OF NIE

Om te besluit of 'n net in 'n kubus kan vou, moet jy jou kan indink wat sal gebeur as jy die net vou. Lees die volgende stappe.

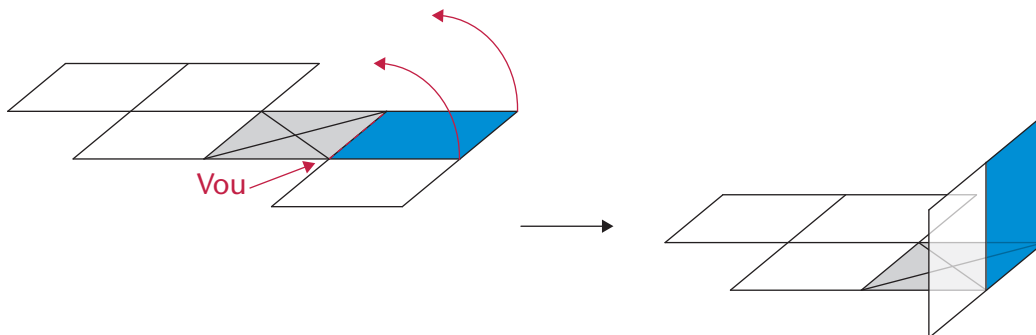
1. Ons kan die vlakke van die kubus benoem: onderste vlak (**X**), regtervlak (R), agterste vlak (A), linkervlak (L), topvlak (T) en voorste vlak (V). Ons sal hierdie letters in die res van die stappe gebruik.



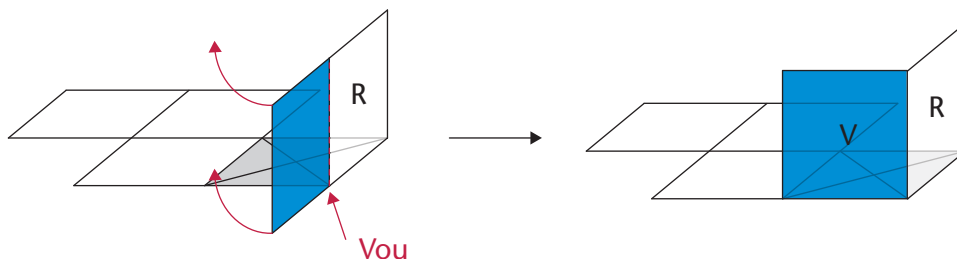
2. Begin om een vierkant van die net as die onderste vlak of basisvlak van die vierkant te kies (met 'n **X** gemerk).



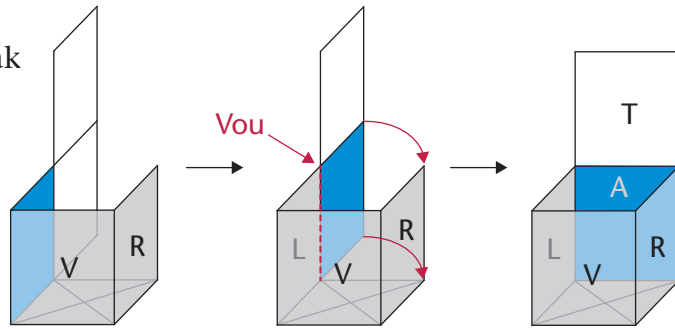
3. Kyk na die vierkant regs van die **X**. (Dis blou gekleur.) As jy die net op die rooi lyn vou, sal die blou vierkant die regtervlak van die kubus vorm.



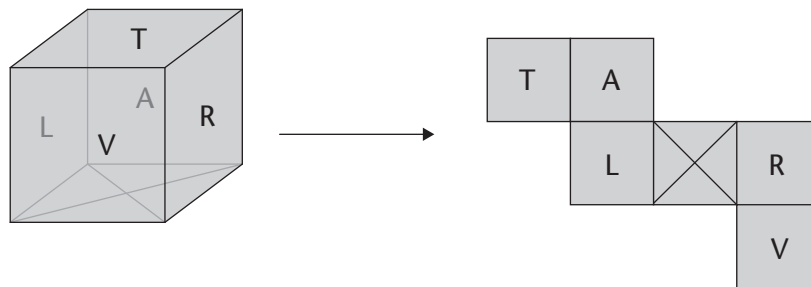
4. Kyk na die volgende vierkant links van die regtervlak. As jy hierdie vierkant op die rooi lyn vou, sal dit die voorste vlak van die kubus vorm.



5. Kyk na die vierkant links van die voorste vlak. Dit vou om die linkervlak van die kubus te vorm.
6. Die vierkant links van die linkervlak van die kubus sal die agterste vlak van die kubus vorm.
7. Die laaste vierkant vorm die topvlak.



8. Jy kan dus die vierkante in die net soos volg benoem:

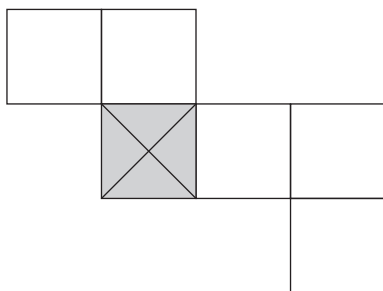


9. Aangesien elke vierkant op die net met 'n vlak van die kubus ooreenstem, kan hierdie net in 'n kubus gevou word.

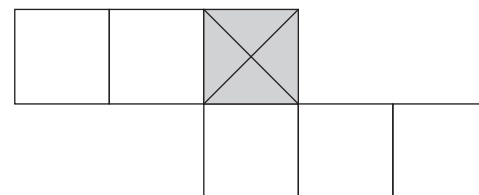
IDENTIFISEER DIE NETTE VAN 'N KUBUS

Stel vas of die nette hier onder in 'n kubus kan vou deur die verskillende vlakke te benoem en hulle dan met die vlakke van die kubus te vergelyk.

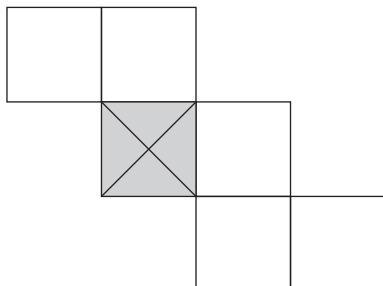
1.



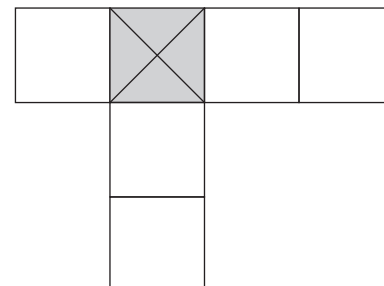
2.



3.

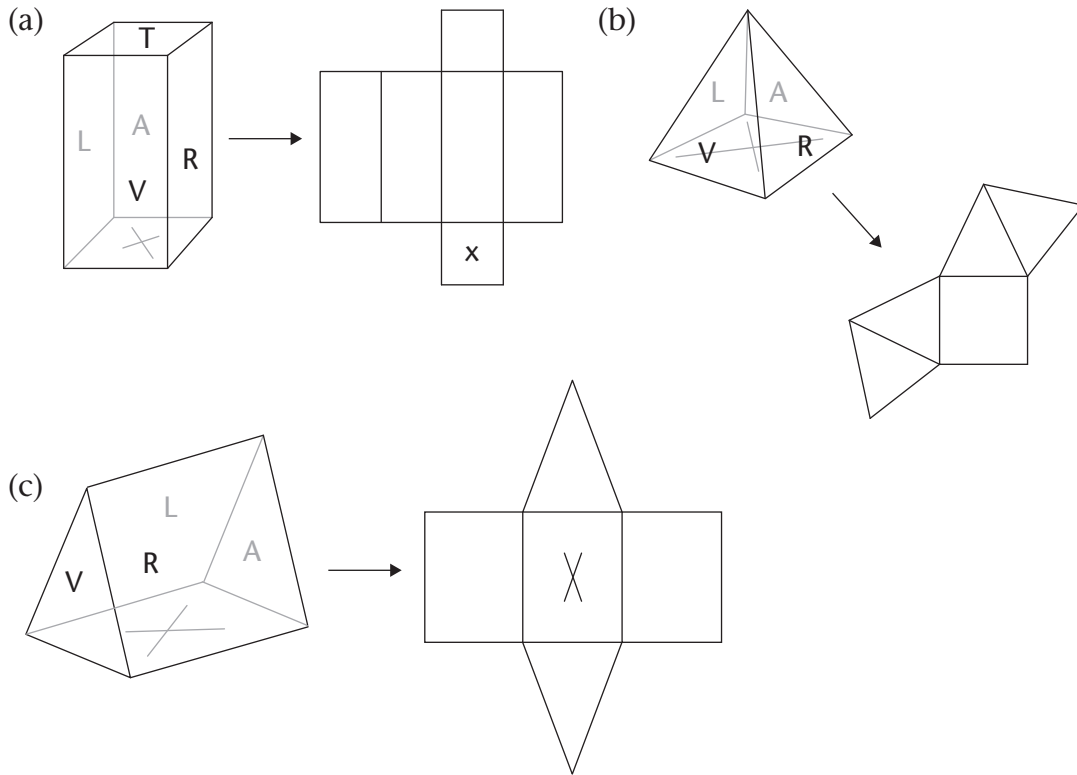


4.

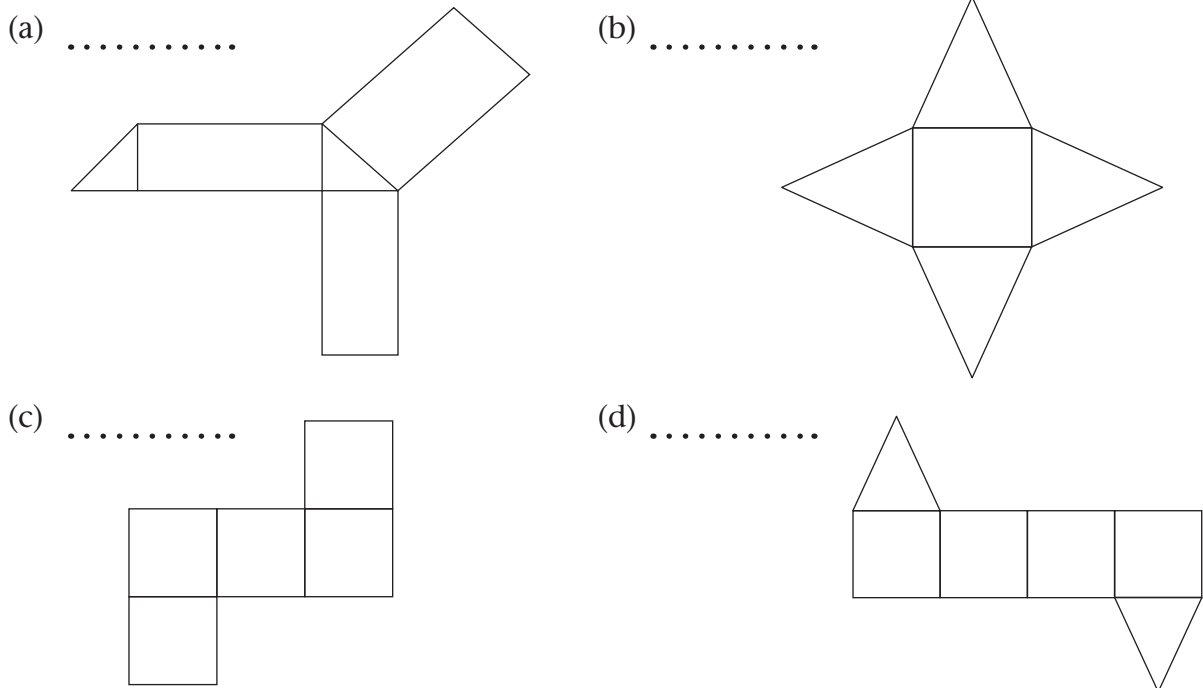


NETTE VAN ANDER 3D-VOORWERPE

1. Benoem telkens die vlakke van die net volgens die vlakke van die 3D-voorwerp.

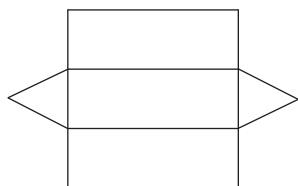


2. Besluit of die volgende nette 3D-voorwerpe sal vorm.

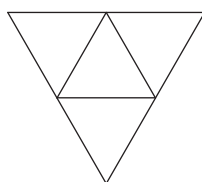


3. Identifiseer die volgende nette:

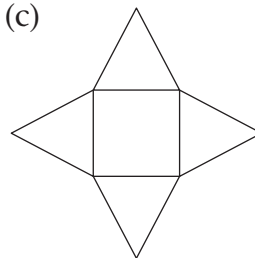
(a)



(b)

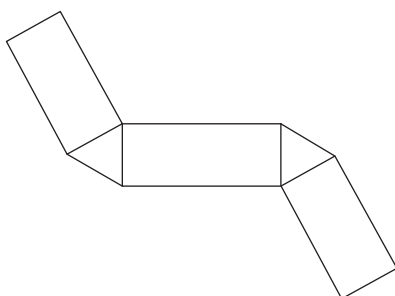


(c)

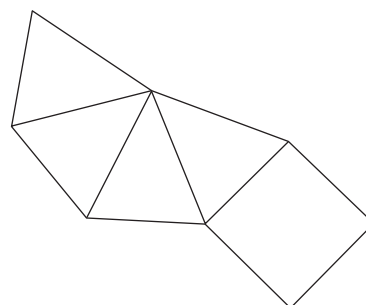


.....

(d)



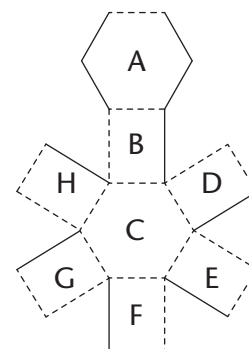
(e)



.....

4. (a) Stel vas uit watter vorms die net regs bestaan.

- A:
- B:
- C:
- D:
- E:
- F:
- G:
- H:



- (b) Hoeveel reghoekige vlakke het die net?
- (c) Hoeveel ander figure kom in die net voor? Wat is hulle?
- (d) Sal hierdie net 'n piramide of 'n prisma vorm?
- (e) Hoe weet jy dit?
-
- (f) Watter 3D-voorwerp sal die net vorm?

5. Antwoord die volgende vrae oor hierdie net.

(a) Uit watter figure bestaan die net?

.....

(b) Hoeveel driehoekige vlakke het die net?

.....

(c) Hoeveel ander figure het die net?

.....

(d) Sal die net 'n piramide of 'n prisma vorm?

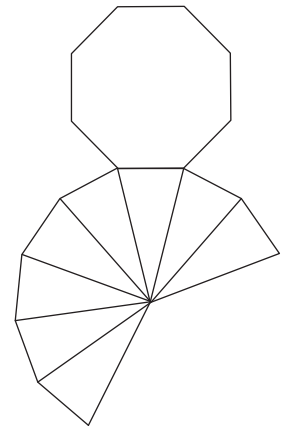
.....

(e) Hoe weet jy dit?

.....

(f) Benoem die 3D-voorwerp wat die net sal vorm.

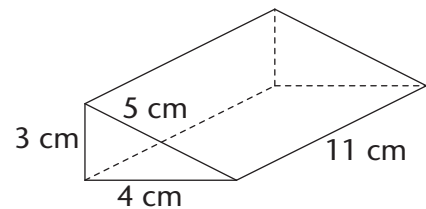
.....



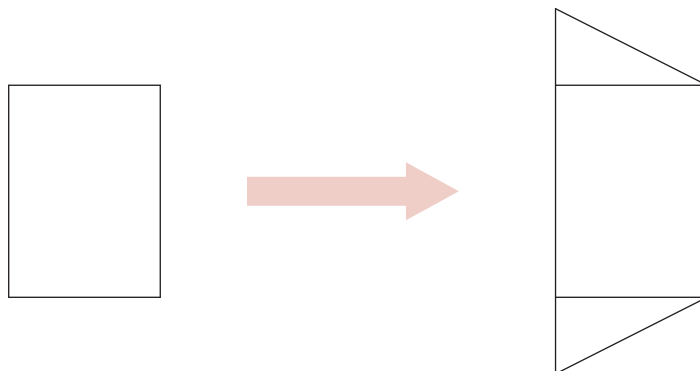
7.5 Gebruik nette om kubusse en prisma's te bou

HOE OM DIE NET VAN 'N PRISMA TE TEKEN

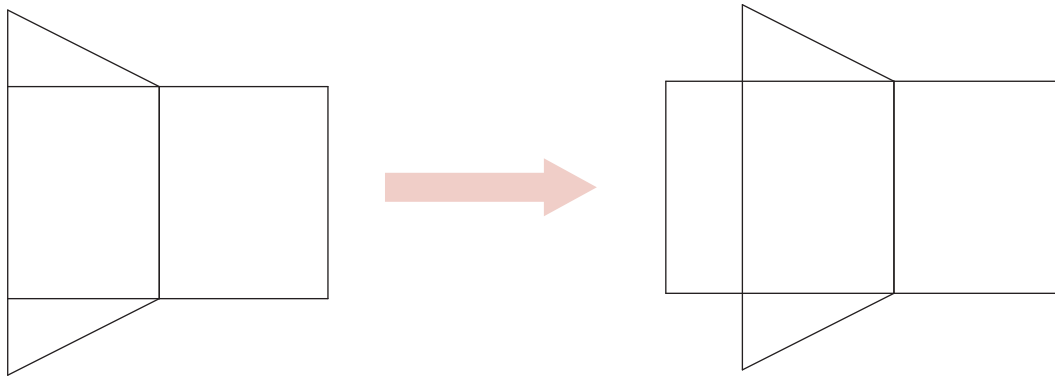
Kyk na hierdie driehoekige prisma wat op 'n reghoekige vlak lê. Sy vlakke bestaan uit 2 reghoekige driehoeke en 3 reghoeke. (Aangesien die basis 3 rande het, sal daar 3 reghoeke wees.)



1. Teken 'n reghoek wat die onderste vlak van die prisma sal vorm. Teken dan 'n reghoekige driehoek aan die bokant en 'n spieëlbeeld van die driehoek aan die onderkant van die reghoek.



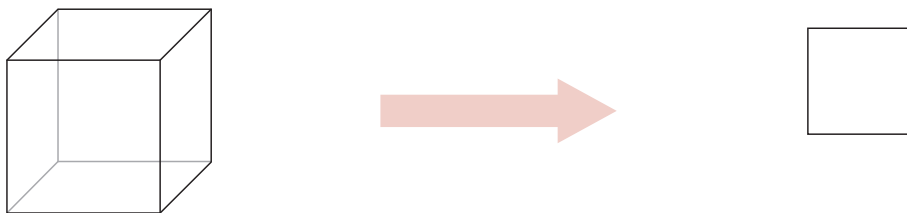
2. Trek die ander twee reghoeke aan weerskante van die middelste een. As die net gevou word, moet die reghoek aan die regterkant op die sy van driehoek pas wat teenoor die driehoek se regte hoek is. Die reghoek aan die regterkant is dus die grootste van die drie reghoeke. Die reghoek aan die linkerkant is die kleinste van die drie reghoeke.



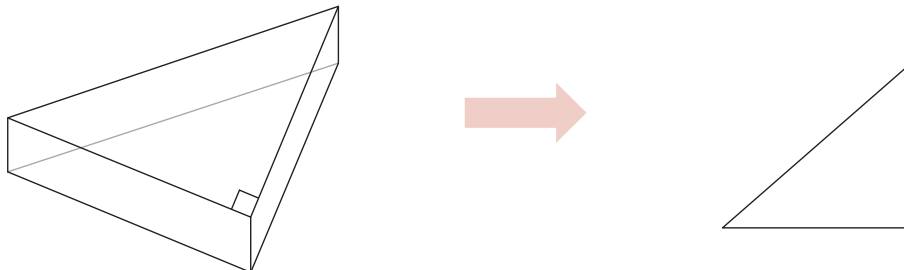
OEFFEN OM NETTE TE TEKEN EN 3D-MODELLE TE BOU

1. Voltooi die volgende nette:

(a)

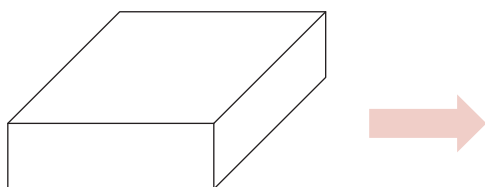


(b)

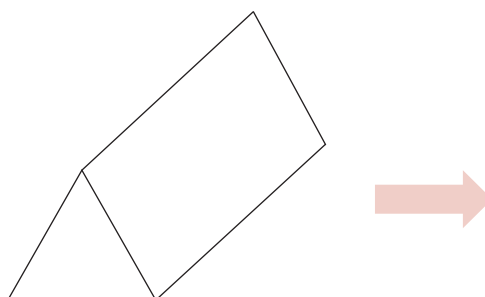


2. Teken nette vir die volgende voorwerpe:

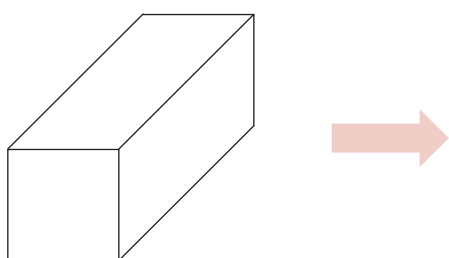
(a)



(b)



(c)



-
3. (a) Teken elkeen van die nette wat jy in vrae 1 en 2 geteken het op karton of papier oor.
- (b) Sny die nette uit. Vou en plak hulle om elk 'n 3D-voorwerp te maak.
- (c) Skryf neer wat jy moeilik gevind het toe jy jou 3D-modelle gemaak het, en hoe jy hierdie probleem oorkom het.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

KWARTAAL 3

Hersiening en assessering

Hersiening	98
• Numeriese en meetkundige patrone.....	98
• Funksies en verbande 1	100
• Algebraïese uitdrukkings 1	101
• Algebraïese vergelykings 1	102
• Grafieke.....	103
• Transformasiemeetkunde	105
• Meetkunde van 3D-voorwerpe	109
Assessering	111

Hersiening

Wys al die stappe van jou werk.

NUMERIESE EN MEETKUNDIGE PATRONE

1. Vir elk van die volgende rye, (i) beskryf die verband tussen die terme in die ry in woorde, en (ii) gebruik die verband om die volgende 3 terme in die ry te bepaal.

(a) 23; 19; 15; ...

.....
.....

(b) 0,1; 0,2; 0,4; 0,8; ...

.....
.....

(c) $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{2}$; $2\frac{1}{2}$; ...

.....
.....

(d) 1; 4; 9; 16; ...

.....
.....

(e) 2; 4; 7; 11; ...

.....
.....

(f) 2; 9; 28; 65; ...

.....
.....

(g) 21 200; 2 120; 212; ...

.....
.....

2. Skryf die eerste drie terme van 'n ry neer wat voldoen aan die gegewe beskrywing:

(a) Elke term is 2,3 groter as die vorige term.

.....

(b) Elke term is $\frac{1}{3}$ kleiner as die volgende term.

.....

(c) Elke term is die helfte van die vorige term.

.....

3. (a) Skryf die waardes van a tot d neer:

Termnommer	1	2	3	4	5	10
Waarde van die term	7,2	7,7	8,2	a	9,2	b

.....

.....

Termnommer	1	2	3	c	d	7
Waarde van die term	1	3	9	81	243	729

.....

.....

(b) Verduidelik hoe jy die waardes van b en d hier bo bepaal het.

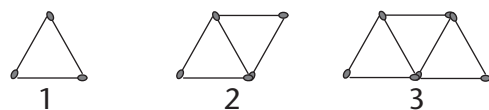
.....

.....

.....

.....

4. Die diagram hier onder wys 'n reeks patrone wat uit vuurhoutjies geskep is.



(a) Voltooi die tabel:

Patroonnommer	1	2	3	4	15	
Getal vuurhoutjies benodig	3	5				121

(b) Skryf die reël wat die getal vuurhoutjies sal gee wat nodig is vir elke nuwe patroon, in woorde neer.

.....

FUNKSIES EN VERBANDE 1

1. Gebruik die formule vir die oppervlakte van 'n reghoek ($A = l \times b$) om die volgende te bereken:

(a) Die oppervlakte, as die lengte 0,4 m is en die breedte 0,3 m is

.....

(b) Die lengte, as die oppervlakte $12,4 \text{ cm}^2$ is en die breedte 4 cm is

.....

(c) Die breedte, as die oppervlakte $14,4 \text{ m}^2$ is en die lengte 12 m is

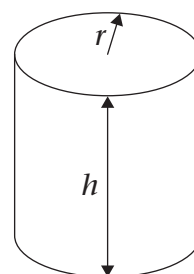
.....

2. Die formule om die totale buite-oppervlakte van 'n silinder met radius van die basis r en hoogte h te bereken is: $A = 2 \times \pi \times r^2 + 2 \times \pi \times r \times h$

π of pi (uitgespreek "paai") is 'n getal wat ongeveer gelyk is aan $\frac{22}{7}$.
 Jy sal in graad 8 meer oor pi leer.

Gebruik die formule om die buite-oppervlakte te bereken as $\pi = \frac{22}{7}$, die basis se radius 7 cm en die hoogte 3 cm is.

.....



3. Die formule om die temperatuur in grade Celsius ($^{\circ}\text{C}$) te bepaal, is $C = \frac{5}{9} \times (F - 32)$, waar F die temperatuur in grade Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$) is. Wat is die temperatuur in $^{\circ}\text{C}$ as dit 59°F is?

.....

ALGEBRAÏESE UITDRUKKINGS 1

- As Skumbuzo x jaar oud is, skryf die ouderdom in terme van x van die volgende mense neer:
 - Suzie, wat 2 jaar ouer as Skumbuzo is
 - Mohau, wat 2 jaar ouer as Suzie is
 - Lintle, wat twee keer so oud soos Skumbuzo is
- Die verband tussen 'n meisie se ouderdom (y jaar oud) en haar ma s'n is $y + 27$. Hoe oud is die meisie se ma as die meisie 13 jaar oud is?
.....
- Skryf getalle in die blokkies wat die bewerings waar sal maak. Al die getalle wat jy invul moet desimale getalle wees.
 - As $x = 4,5$, dan is $x + 7,7 =$
 - As $x = 2,6$, dan is $2 \times x =$
 - As $x =$, dan is $\frac{x}{3} =$
- Pas elke rekenvoorskrif by die korrekte uitdrukking. Die eerste een is reeds vir jou gedoen.

Tel y by 5

Trek 5 af van y

Vermenigvuldig y met 5

Deel 5 deur y

Trek 5 van y af en maal die antwoord met 5

Verhef y tot die derde mag

$$5 - y$$

$$\frac{5}{y}$$

$$5 + y$$

$$y - 5$$

$$\frac{y}{5}$$

$$y^3$$

$$5 \times y$$

$$y^2$$

$$5 \times (y - 5)$$

ALGEBRAÏESE VERGELYKINGS 1

1. Skryf 'n vergelyking ('n oop getalsin) neer wat by die gegewe beskrywing pas:
- (a) Christian is x jaar oud, sy beste maat Refilwe is y jaar oud, en die som van hulle ouderdomme is 27.

.....

- (b) Motor a is R5 000 goedkoper as motor b .

.....

2. Hier is 'n vergelyking: $3 + c = d$

- (a) Skryf 'n getallepaar neer wat die vergelyking waar sal maak.

.....

- (b) Skryf 'n ander getallepaar neer wat ook die vergelyking waar sal maak. Jou getalle moet gewone breuke wees.

.....

3. Los op vir x :

(a) $x - 6 = 15$

(b) $3 \times x = 45$

(c) $\frac{80}{x} = 4$

.....

.....

4. Daar word vir jou gegee dat $3 \times x + 5 = 11$. Skryf die waarde neer van:

(a) $3 \times x + 4$

(b) $(3 \times x + 5)^2$

.....

.....

.....

5. As $d = c^3 + 12$, bereken die waarde van d as c 'n waarde het van:

(a) 3

(b) 6

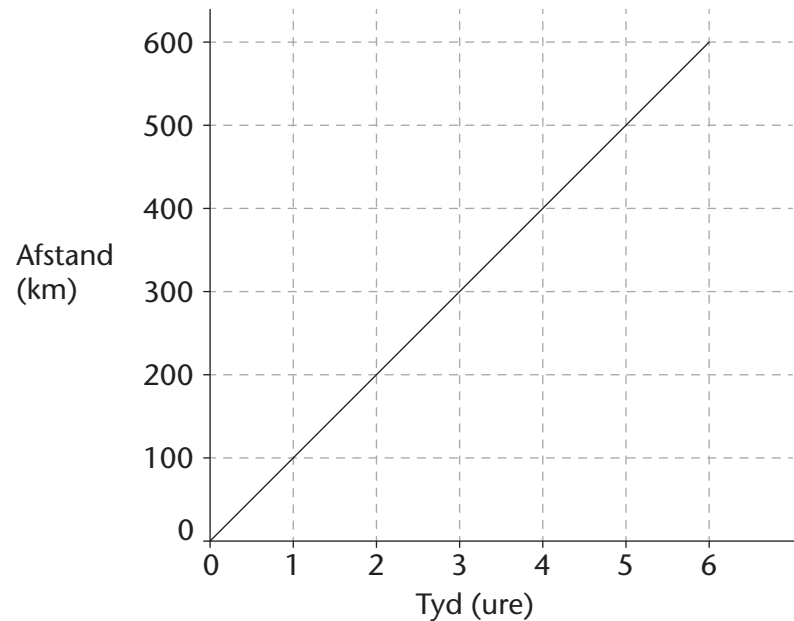
.....

.....

.....

GRAFIEKE

1. Bestudeer die volgende grafiek, wat die afstand wat afgelê is deur 'n motor op die N1 wys, en beantwoord die vrae wat volg:



- (a) Ahmed sê, "Dit is 'n lineêre grafiek." Is hy reg? Verduidelik jou antwoord.

.....

- (b) Sindi sê die grafiek is stygend. Is sy reg? Verduidelik jou antwoord.

.....

.....

.....

- (c) Hoe ver het die motor na 1,5 uur gery?

.....

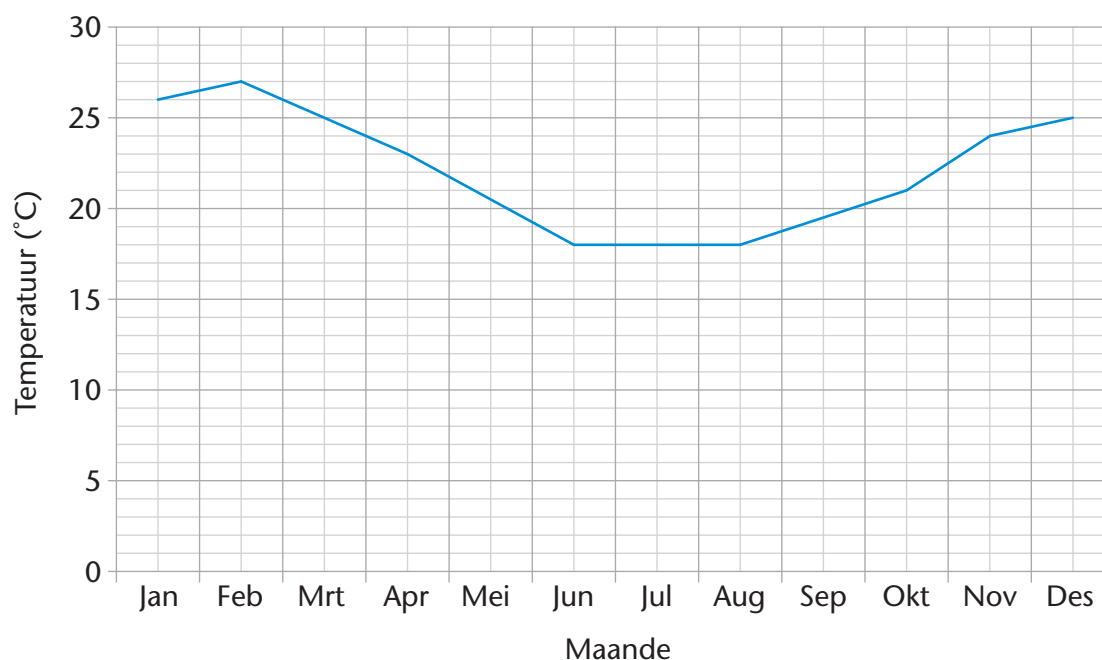
- (d) Voltooi die volgende tabel deur die waardes van die grafiek af te lees:

Tyd (uur)	1	2	3	4	5	6
Afstand (km)						

- (e) As die motor op dieselfde manier aanhou ry soos wat op die grafiek gewys word, hoe ver sou dit na 10 uur gery het?

.....

2. Bestudeer die volgende grafiek, wat die gemiddelde maksimum temperatuur in Kaapstad wys, en beantwoord dan die vrae wat volg:



- (a) Beskryf die neiging in maksimum temperatuur vanaf Februarie tot Junie.

.....

- (b) Beskryf die neiging in maksimum temperatuur vanaf Junie tot Augustus.

.....

- (c) Wat is die neiging in maksimum temperatuur van Augustus tot Oktober?

.....

- (d) Wat is die warmste maand in Kaapstad?

.....

Wat is die gemiddelde maksimum temperatuur in daardie maand?

.....

- (e) Skryf die name neer van die koudste maande in Kaapstad.

.....

Wat is hulle gemiddelde maksimum temperatuur?

.....

3. Trek grafieke wat by elk van die volgende beskrywings pas. Benoem die asse. Dis egter nie nodig om enige waardes op die asse aan te dui nie.

- (a) 'n Spoed-tyd-grafiek van 'n voertuig wat teen 'n konstante spoed ry (b) 'n Temperatuur-tyd-grafiek vir een dag (middernag tot middernag) in Durban



TRANSFORMASIEMEETKUNDE

1. (a) Maak regmerkies in die relevante blokkies in die tabel om te wys watter transformasies *kongruente* figure oplewer:

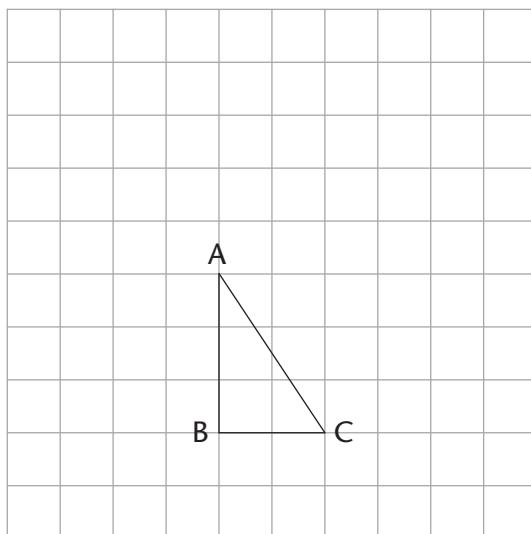
	Translasie	Refleksie	Rotasie	Vergroting
Kongruente figure				

- (b) Watter van die transformasies sal gelykvormige figure lewer wat nie kongruent is nie?

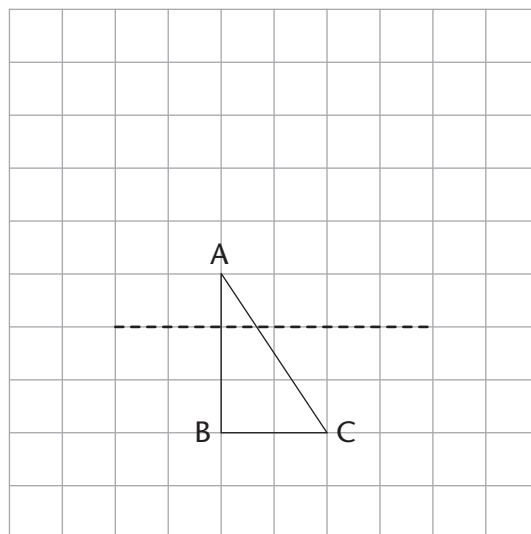
.....

2. Pas die transformasie wat beskryf is op figuur ABC toe, en merk die beeld-hoekpunte A', B' en C':

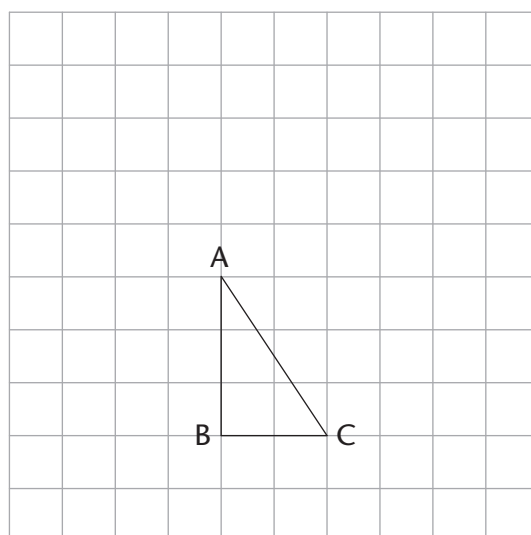
- (a) Translasie van 2 eenhede na links en 1 eenheid afwaarts



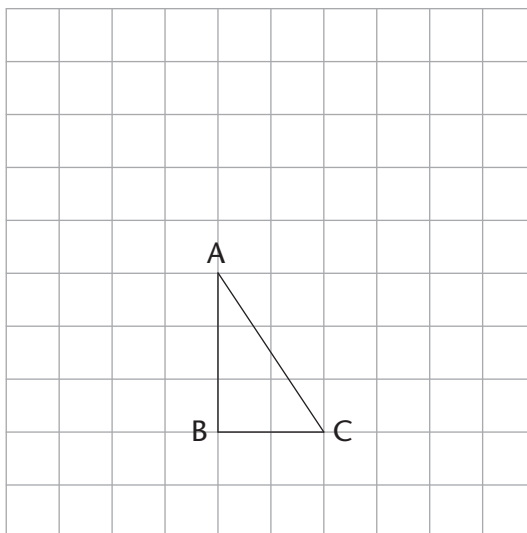
(b) Refleksie in die stippellyn



(c) Rotasie van 90° kloksgewys om hoekpunt A

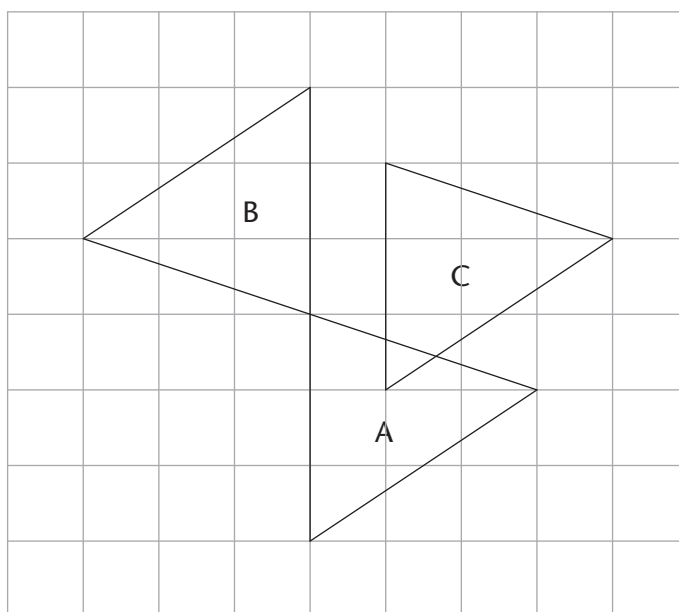


(d) Vergroting met faktor 2, met hoekpunt B as die middelpunt van vergroting



3. Beskryf in soveel besonderhede as moontlik die enkele transformasie wat driehoek A afbeeld op:

- (a) driehoek B
- (b) driehoek C.



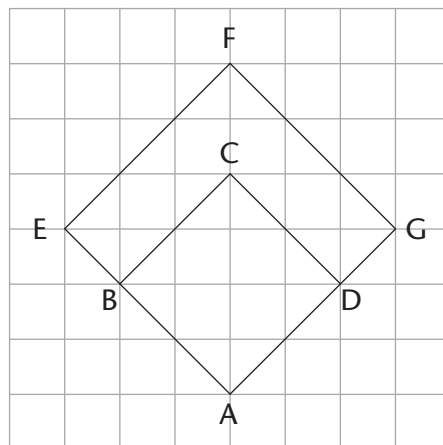
.....

.....

.....

.....

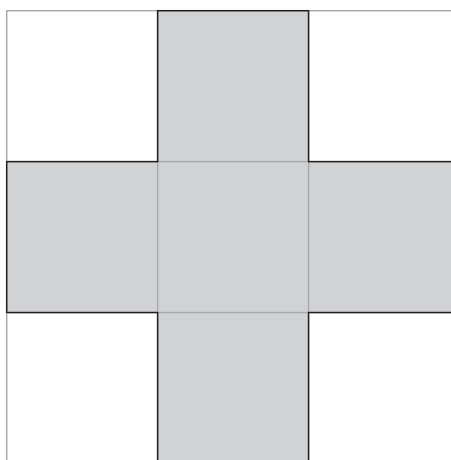
4. In hierdie afbeelding is vierhoek ABCD vergroot na vierhoek AEFG:



- (a) Skryf die vergrotingsfaktor neer.
- (b) Watter soort vierhoek is ABCD?
- (c) Watter soort vierhoek is AEFG?
- (d) Is die twee vierhoeke (ABCD en AEFG) kongruent, of is hulle gelykvormig of is hulle albei?

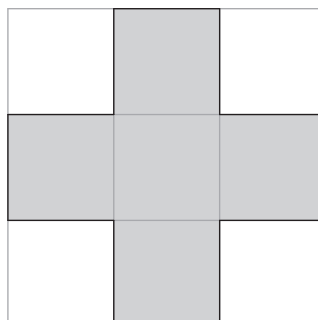
.....

5. Kyk na die vierkantrooster hier onder met sommige van die blokke ingekleur.

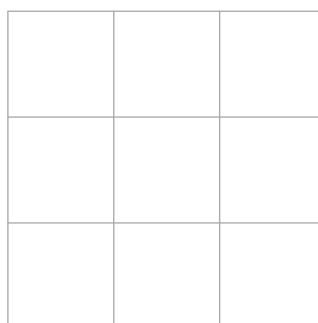


- (a) Hoeveel simmetrie-asse het die figuur?
Trek hulle in op die diagram deur stippellyne te gebruik.

- (b) Kleur meer van die blokke op die rooster hier onder in sodat die figuur presies twee simmetrie-asse het.



- (c) Kleur sommige blokke op die rooster hier onder in sodat die figuur presies een simmetrie-as het.



MEETKUNDE VAN 3D-VOORWERPE

- Wat is die naam van die vaste liggaam (3D-voorwerp) wat:
 - net vierkantige vlakke het?
 - 'n kombinasie van vierkantige vlakke en driehoekige vlakke het?
.....
 - 3 vlakke het maar geen hoekpunte het nie?
 - slegs uit 4 driehoekige vlakke bestaan?

2. (a) Voltooi die tabel.

	Getal vlakke	Getal hoekpunte	Getal rande
Reghoekige prisma			
Driehoekige prisma			

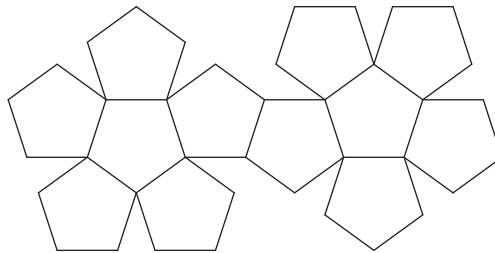
- (b) Euler was 'n Switserse wiskundige wat in die 18de eeu gelewe het. Hy het agtergekom dat die getal vlakke (V) plus die getal hoekpunte (H), minus die getal rande (R), omtrent altyd gelyk is aan 2 vir vaste liggame. Dus: $V + H - R = 2$. Kontroleer of Euler se formule werk vir die twee prisma's in vraag (a). Wys hoe jy gewerk het.

.....

.....

.....

3. Bestudeer die diagram hier onder, wat die net van 'n dodekaëder is:



Skryf die getal vlakke en hoekpunte wat 'n dodekaëder het, neer.

.....

4. Op die rooster hier onder, teken 'n moontlike net vir 'n reghoekige prisma wat vier blokkies lank, drie blokkies breed en twee blokkies hoog is.



Assessering

In hierdie afdeling dui die getalle in hakies aan die einde van 'n vraag die puntetelling aan wat die vraag werd is. Gebruik die inligting om vir jou te help besluit hoeveel werk nodig is. Die totale getal punte wat aan die assessering toegeken is, is 50.

1. Vir elk van die volgende rye, (i) beskryf die verband tussen die terme in die ry in woorde, en (ii) gebruik die verband om die volgende 3 terme in die ry neer te skryf:
- (a) 28,3; 31,1; 33,9; ... (2)

.....

- (b) $\frac{2}{5}$; $\frac{6}{5}$; $\frac{18}{5}$ (2)

.....

.....

2. (a) Vul die ontbrekende waardes in die tabel in. (2)

Termnommer	1	2	3	4	7	
Waarde van die term	0	3	8	15		143

- (b) Beskryf in woorde die reël waarmee jy enige term in die ry wat in die tabel gewys is, sou kon bepaal. (1)

.....

3. (a) As $a = b^3 - (2 \times c^2 + 8)$, wat is die waarde van a as $b = 5$ en $c = 4$? (3)

.....

.....

- (b) Gebruik die formule $p = \frac{4 \times s - a^2}{t}$ om die waarde van t te bereken as $p = 36$, $s = 45$ en $a = 6$. (3)

.....

.....

.....

4. 'n Sokkerbal kos x rand. Skryf neer in terme van x wat die koste van die volgende is:
- (a) vyf sokkerballe
 - (b) 'n rugbybal wat twee keer soveel as 'n sokkerbal kos
 - (c) 'n rok wat R150 meer as 'n sokkerbal kos
 - (d) drie sokkerballe en 'n rok (4)

5. Los op vir x :

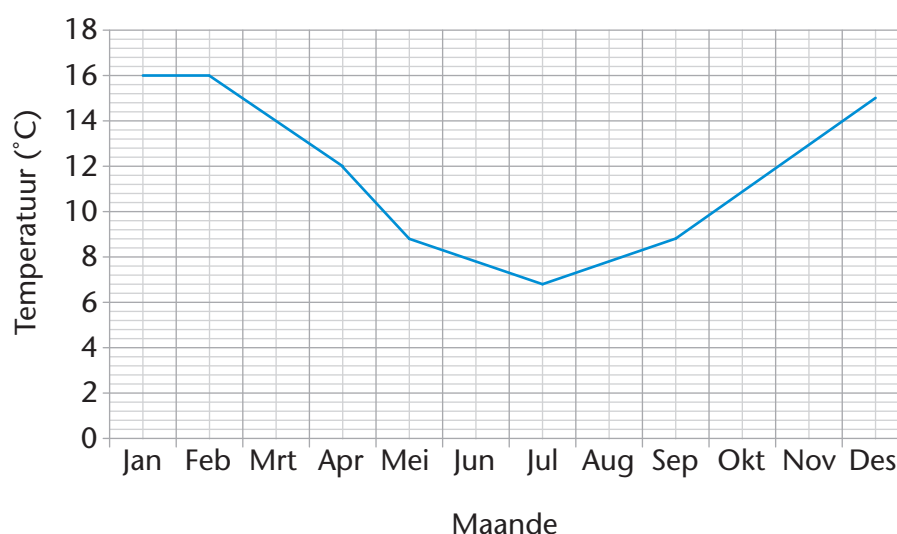
(a) $x + 18 = 52$ (b) $5 \times x = 60$ (c) $\frac{x}{3} = 12$ (3)

.....

6. Vir jou word gegee dat $2 \times x + 8 = 15$. Skryf die waarde van $2 \times x + 10$ neer. (1)

.....

7. Bestudeer die volgende grafiek, wat die gemiddelde minimum temperature in Kaapstad wys, en beantwoord die vrae wat volg:



- (a) Beskryf die tendens (d.w.s. die neiging) in die minimum temperature van Julie tot Desember. (1)

.....

- (b) Watter maand het die laagste minimum temperatuur in Kaapstad, en wat is die gemiddelde minimum temperatuur in hierdie maand? (2)

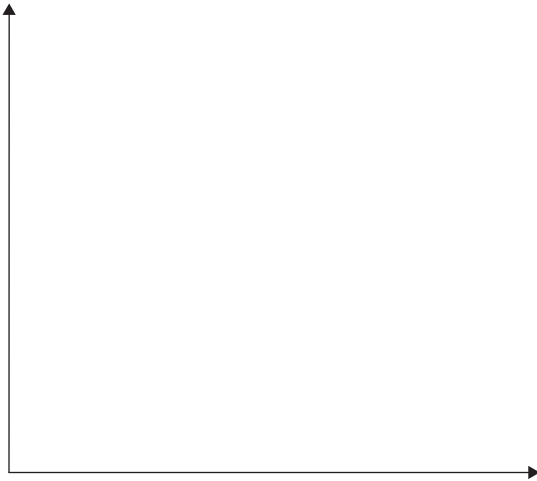
.....

- (c) Skryf die name neer van die maande wat die hoogste minimum temperatuur in Kaapstad het en hulle gemiddelde minimum temperatuur. (2)

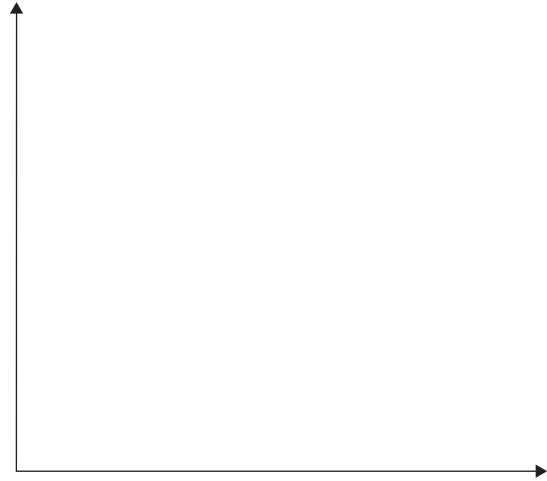
.....

8. Trek grafieke wat pas by elk van die volgende beskrywings. Benoem die asse. Geen waardes hoef op die asse gewys te word nie.

(a) 'n Grafiek van die totale koste van
verskillende massas bredie vleis (2)

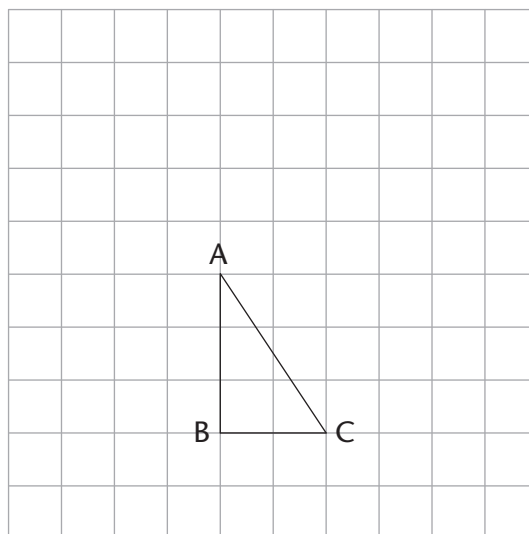


(b) 'n Spoed-tyd-grafiek vir 'n voertuig
wat versnel (2)



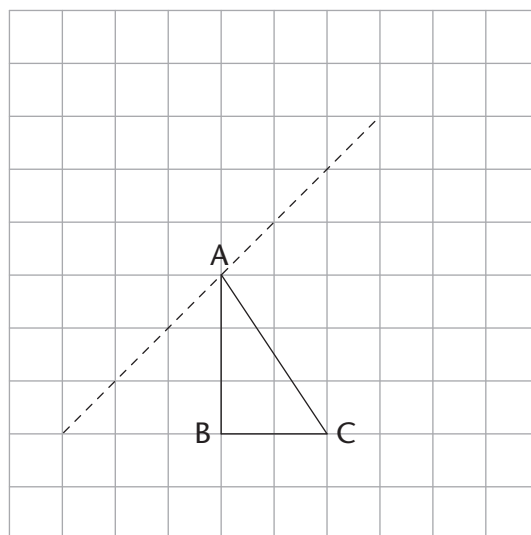
9. Pas die transformasie wat beskryf is toe op figuur ABC en merk die beeld se hoekpunte A', B' en C':

(a) Translasie van 3 eenhede regs en 2 eenhede opwaarts (2)



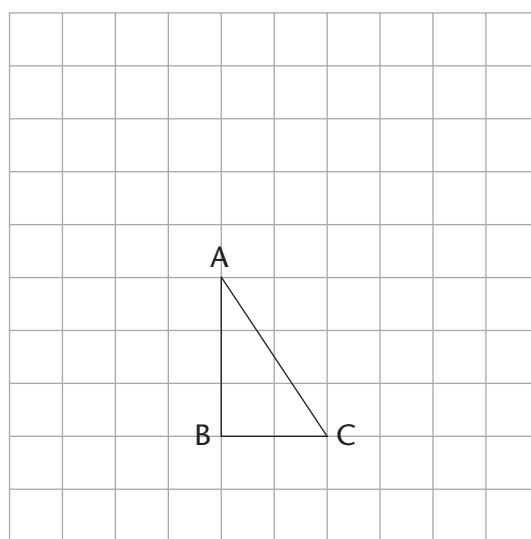
(b) Refleksie in die stippellyn

(2)

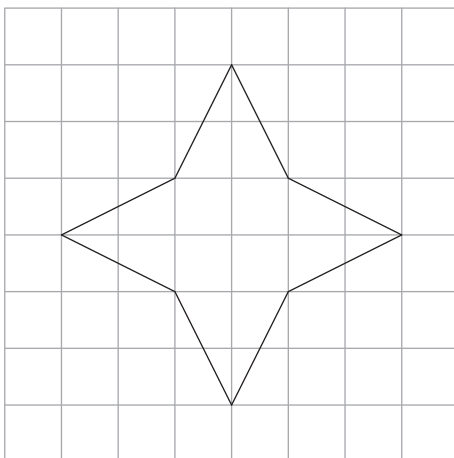


(c) Rotasie van 90° kloksgewys rondom hoekpunt C

(2)

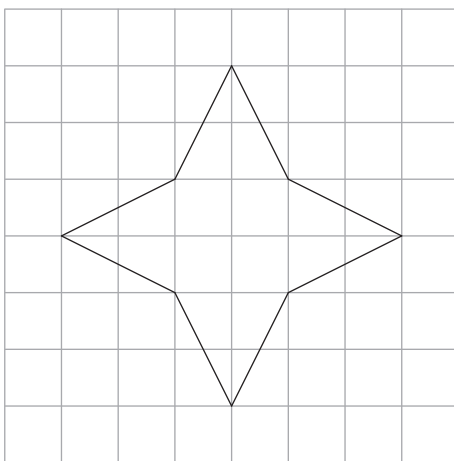


10. (a) Teken al die simmetrie-asse in (gebruik stippellyne) op die volgende figuur: (2)

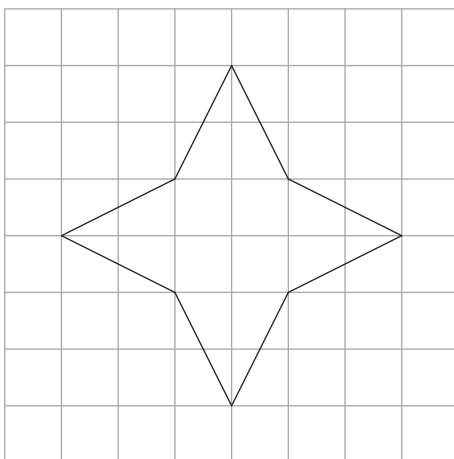


- (b) Voeg een lyn, van een kant van die figuur na die ander kant, by elk van die volgende diagramme, sodat elke figuur die volgende sal hê:

- (i) presies een simmetrie-asse (1)



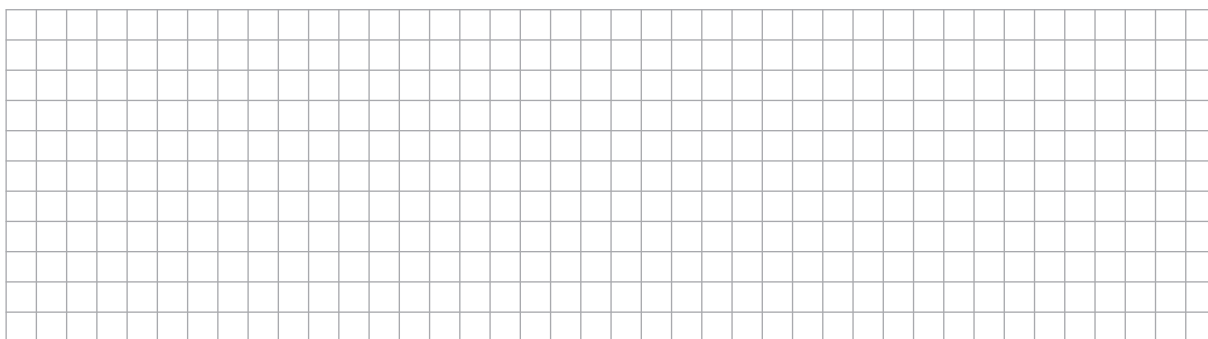
- (ii) geen simmetrie-asse (1)



11. Voltooi die tabel. (4)

	Getal vlakke	Getal hoekpunte	Getal rande
Kubus			
Vierkantige piramide			

12. (a) Teken 'n net vir 'n kubus waarvan die vlakke se sylengte 2 eenhede is op die rooster hier onder. (3)



(b) Teken 'n heeltemal verskillende net vir dieselfde kubus op die rooster hier onder. Dit behoort byvoorbeeld nie bloot 'n rotasie of refleksie van die een wat jy vir vraag (a) geteken het, te wees nie. (3)



HOOFSTUK 8

Heelgetalle

In hierdie hoofstuk gaan jy met getalle kleiner as 0 werk. Hierdie getalle word negatiewe getalle genoem. Wiskundiges het ooreengekom dat negatiewe getalle sekere eienskappe behoort te hê wat hulle op verskillende maniere bruikbaar maak. Jy gaan van hierdie eienskappe leer en hoe hulle dit moontlik maak om berekeninge met negatiewe getalle te doen.

8.1	Die behoefte aan getalle genaamd heelgetalle	119
8.2	Soek getalle wat stellings waar maak	125
8.3	Optel en aftrek van heelgetalle	128

Doen wat jy kan.

$5 - 0 = ?$

$5 - 7 = ?$

$5 + 5 = ?$

$5 - 1 = ?$

$5 - 6 = ?$

$5 + 4 = ?$

$5 - 2 = ?$

$5 - 5 = ?$

$5 + 3 = ?$

$5 - 3 = ?$

$5 - 4 = ?$

$5 + 2 = ?$

$5 - 4 = ?$

$5 - 3 = ?$

$5 + 1 = ?$

$5 - 5 = ?$

$5 - 2 = ?$

$5 + 0 = ?$

$5 - 6 = ?$

$5 - 1 = ?$

$5 + ? = ?$

$5 - 7 = ?$

$5 - 0 = ?$

$5 + ? = ?$

$5 - 8 = ?$

$5 - ? = ?$

$5 + ? = ?$

$5 - 9 = ?$

$5 - ? = ?$

$5 + ? = ?$

$5 - 10 = ?$

$5 - ? = ?$

$5 + ? = ?$

$5 - 11 = ?$

$5 - ? = ?$

$5 + ? = ?$

$5 - 12 = ?$

$5 - ? = ?$

$5 + ? = ?$

$5 - 13 = ?$

$5 - ? = ?$

$5 + ? = ?$

8 Heelgetalle

8.1 Die behoefte aan getalle genaamd heelgetalle

Getalle word vir baie verskillende doeleindes gebruik. Ons gebruik getalle om te sê hoeveel voorwerpe daar in 'n versameling is, byvoorbeeld die getal tafels of banke in 'n klaskamer. Vir hierdie doel gebruik ons die **telgetalle** 1, 2, 3, 4 . . . Getalle word ook gebruik om grootte te beskryf, byvoorbeeld die lengte van voorwerpe. Vir hierdie doel het ons meer as telgetalle nodig, ons het ook **breuke** nodig. Nog 'n gebruik van getalle is om posisie aan te dui, byvoorbeeld die posisie van die regtereindpunt van die rooi lyn in die prente hier onder.

Getalle kom ook voor as oplossings van vergelykings. Die natuurlike getalle en breuke bied egter nie oplossings vir alle vergelykings nie. Byvoorbeeld, daar is geen natuurlike getal of breuk wat die vergelyking $10 - x = 20$ kan oplos nie. Die getal wat hierdie vergelyking oplos, moet die volgende eienskap hê: as jy die getal aftrek, het dit dieselfde effek as om 10 by te tel!

Met die doel om getalle te hê wat meer kan doen as bloot tel en meet, het wiskundiges besluit om ook aan 'n ander soort getal, wat **heelgetalle** genoem word, te dink. Die heelgetalle sluit natuurlike getalle in, maar vir elke natuurlike getal, byvoorbeeld 24, is daar nog 'n getal wat die **optellingsinvers** of **additiewe inverse** genoem word. So is -24 die optellingsinvers van 24. As jy 'n getal by sy optellingsinvers tel, is die antwoord 0. Dus $24 + (-24) = 0$.

SÊ HOE KOUD DIT IS

Een van die gebruike van heelgetalle is die meting van temperature. As ons sê dat die temperatuur 0 is wanneer water begin vries en ys word, het ons getalle kleiner as 0 nodig om die temperatuur te beskryf as dit nog kouer sou word. As water begin kook, is die temperatuur 100 grade op 'n skaal wat die Celsius skaal genoem word.

Vloeistowwe sit uit wanneer hulle verhit word en krimp in as hulle afkoel. Wanneer dit dus warm is, kan 'n vloeistof in 'n dun buisie amper die hele buisie vol maak:

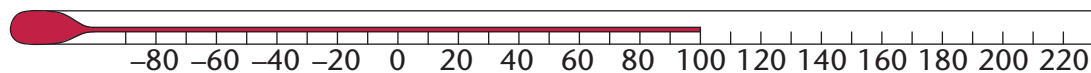


Wanneer dit koud is, sal die kolom vloeistof baie kort wees.

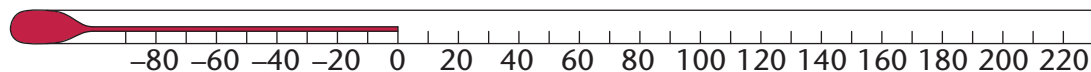


Hierdie eienskap van vloeistof word gebruik om temperatuur te meet. 'n Instrument soos die een hier bo word 'n **termometer** genoem.

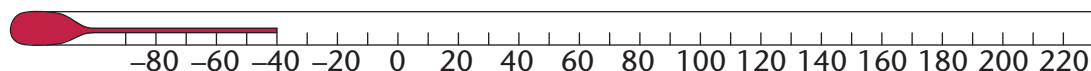
Dit is wat 'n termometer sal wys as dit in kokende water gesit word. Dit wys 'n temperatuur van 100 grade Celsius, wat ons skryf as 100°C .



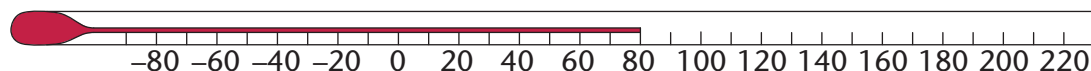
Op die skets hier onder kan jy sien wat 'n termometer sal wys as dit in water is wat begin vries. Dit wys 'n temperatuur van 0°C .



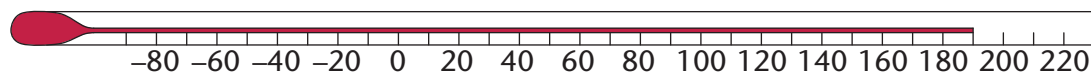
Op die volgende skets kan jy sien wat 'n termometer sal wys as die temperatuur -40°C is, wat kouer is as enige wintersnag wat jy nog ooit beleef het!



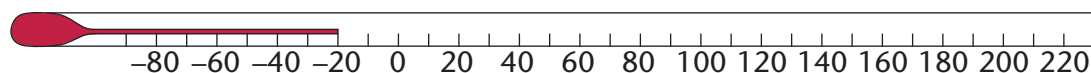
1. Skryf die temperatuur wat die termometers hier onder wys neer.



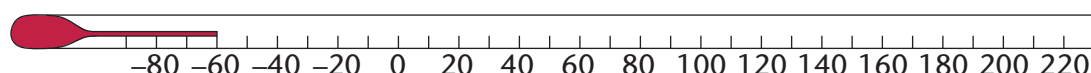
(a)



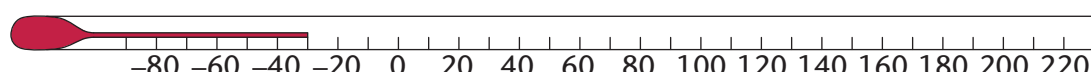
(b)



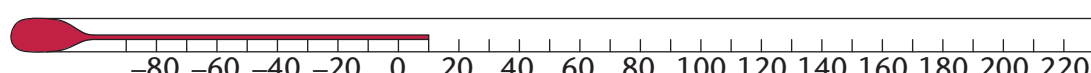
(c)



(d)

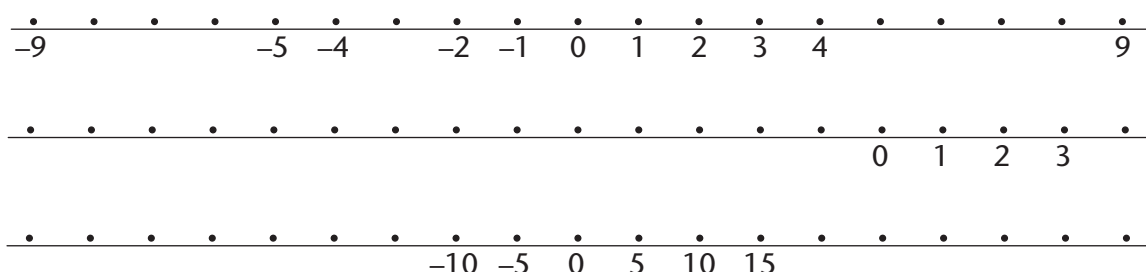


(e)



(f)

2. (a) Die temperatuur van water in 'n pot is 20°C . Dit word verhit totdat dit 30°C warmer is. Wat is die temperatuur van die water nou?
- (b) Die temperatuur van water in 'n bottel is 80°C . Gedurende die nag koel dit tot 30°C af. Met hoeveel grade het dit afgekoel?
- (c) In die middel van 'n baie koue wintersnag is die temperatuur buite -20°C . Teen nege-uur die volgende oggend het dit 30 grade warmer geword. Wat is die temperatuur om nege-uur?
3. (a) Die temperatuur is 8°C . Wat sal die temperatuur wees as dit 10 grade kouer word?
- (b) Die temperatuur is 8°C . Wat sal die temperatuur wees as dit 20 grade kouer word?
- (c) Die temperatuur is -8°C . Wat sal die temperatuur wees as dit 10 grade warmer word?
- (d) Die temperatuur is -24°C . Wat sal die temperatuur wees as dit 10 grade warmer word?
4. Vul die ontbrekende getalle op die getallelyne in.



SÊ HOVEEL GELD DIT IS

Simon is in graad 5. Hy het geld in 'n spaarblikkie gespaar. Toe hy 10 geword het, het sy ouma vir hom R100 gegee. Daardie dag het hy ook sy blikkie oopgemaak en daar was R260 in die blikkie. Simon was baie bly. Hy het vir homself gesê: "Ek is baie ryk!"

Hy besluit om 'n paar goed, wat hy altyd wou hê, met die geld te koop. Dit is wat hy wil koop:

- 'n sokkerbal teen R160
- 'n sonbril teen R180
- 'n boek oor diere teen R90

1. Hoeveel geld het Simon altesaam op die dag gehad toe hy gedink het dat hy baie ryk was?

.....

2. Hoeveel kos die drie items wat hy wil hê altesaam?

.....

3. Simon besluit om eers net die sokkerbal te koop. Hoeveel geld sal hy dan oorhê?

.....

4. Hoeveel geld sal hy hê as hy die sokkerbal en die sonbril koop?

.....

.....

5. Hoeveel geld sal hy hê as hy die sokkerbal, die sonbril en die diereboek koop?

.....

.....

Toe Simon daaraan gedink het om die items te koop, het hy soos volg gereken:

$$R360 - R160 = R200$$

$$R200 - R180 = R20$$

$$R20 - R90 = (-) R70?$$

6. Fatima besit 'n klein winkeltjie. Een aand met sluitingstyd het sy R120 kontant gehad, haar klante het haar R90 geskuld en sy het haar verskaffers R310 geskuld. Volgens Fatima was haar finansiële posisie soos volg: $R120 + R90 - R310 = -R100$.

(a) Aan die einde van 'n ander dag het Fatima afgesluit met R210 kontant, klante het haar R180 geskuld en sy het haar verskaffers R160 geskuld. Wat was haar finansiële posisie daardie dag?

.....

.....

(b) Op nog 'n dag het Fatima afgesluit met R150 kontant, klante het haar R130 geskuld en sy het R460 geskuld. Wat was haar finansiële posisie daardie dag?

.....

.....

Omtrent 500 jaar gelede het 'n klompie wiskundiges voorgestel dat 'n "negatiewe getal" gebruik kan word om die resultaat in 'n situasie soos die een hier bo, te beskryf. Dit is wanneer 'n getal van 'n kleiner getal afgetrek moet word.

Ons kan byvoorbeeld sê $10 - 20 = (-10)$

Hierdie voorstel is spoedig deur ander wiskundiges aanvaar en dit word nou oor die hele wêreld gebruik.

Wiskundiges is mense wat wiskunde vir 'n lewe doen. Wiskunde is hulle werk, soos gesondheidsorg die werk of professie van dokters en verpleegsters is.

7. Voltooi die lyste van getalle in die tabel.

(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)
10	100	3	-3	-20	150	0
9	90	6	-6	-18	125	-5
8	80	9	-9	-16	100	-10
7	70	12	-12	-14	75	-15
6	60	15	-15		50	-20
5	50					-25
4	40					
3	30					
2	20					
1	10					
0	0					
-1						

8. Bereken die volgende:

- (a) $16 - 20 = \dots\dots\dots$ (b) $16 - 30 = \dots\dots\dots$ (c) $16 - 40 = \dots\dots\dots$
 (d) $16 - 60 = \dots\dots\dots$ (e) $16 - 200 = \dots\dots\dots$ (f) $5 - 1\,000 = \dots\dots\dots$

9. Jeminah het R200 in 'n spaarrekening en R40 in haar beursie. Haar broer skuld haar R50. Hoe ryk is sy?

.....

10. Oeps! Jeminah het vergeet dat sy R60 by haar ma geleen het en dat sy nog R150 op 'n rok skuld wat sy die vorige maand gekoop het. Hoeveel geld het sy in werklikheid?

.....

11. Jeminah se finansiële posisie is egter nog swakker. Sy het ook 'n uitstaande rekening by haar dokter van R250. Hoeveel geld het sy in werklikheid?

.....

RANGSIK EN VERGELYK HEELGETALLE

1. Op 'n dag het die weerburo die volgende minimum temperature vir die volgende plekke voorspel:

Bethlehem	-4°C	Bloemfontein	-6°C
Kaapstad	7°C	Dordrecht	-9°C
Durban	12°C	Johannesburg	0°C
Pretoria	4°C	Queenstown	-1°C

Rangskik die temperature van die koudste tot die warmste.

.....

2. Posisioneer die volgende getalle so akkuraat as moontlik op die getallelyn:

50; -2 ; -23 ; 5; -36

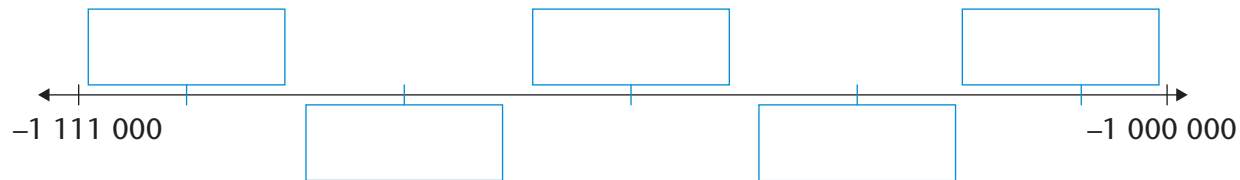


3. Plaas die getalle in die korrekte boksies:

(a) 125 000; $-178\,000$; $-100\,900$; 180 500



(b) $-1\,055\,500$; $-1\,010\,100$; $-1\,100\,100$; $-1\,032\,800$; $-1\,077\,500$



4. Vul die simbool $>$ of $<$ in elke blokkie in om aan te dui watter getal die kleiner een van die twee is.

(a) 978 543 978 534

(b) $-1\,043\,724$ $-1\,034\,724$

(c) $-864\,026$ $-864\,169$

(d) $-103\,232$ $-104\,326$

(e) $-710\,742$ 710 741

(f) $-904\,700$ $-904\,704$

8.2 Soek getalle wat stellings waar maak

Die getalle 1, 2, 3, 4 en so aan wat ons gebruik om te tel, word **natuurlike getalle** genoem. Natuurlike getalle is **heelgetalle** – hulle bevat geen breuke nie.

1. Is daar 'n natuurlike getal wat in die hakies geskryf kan word om die stelling waar te maak?

$$12 + (\dots) = 17$$

2. Skryf 'n natuurlike getal in die spasie tussen die hakies om die getalsinne waar te maak.

(a) $15 + (\dots) = 21$

(b) $15 - (\dots) = 10$

(c) $(\dots) + 10 = 34$

(d) $(\dots) - 10 = 34$

(e) $3 \times (\dots) = 18$

Hier is 'n ander manier om dieselfde vrae te vra:

(a) Wat is x as $15 + x = 21$?

(b) Wat is x as $15 - x = 10$?

(c) Wat is x as $x + 10 = 34$?

(d) Wat is x as $x - 10 = 34$?

(e) Wat is x as $3 \times x = 18$?

3. (a) Kan jy aan 'n natuurlike getal dink wat hierdie stelling waar sal maak?

$$2 \times (\dots) = 5 \dots\dots\dots$$

- (b) Kan jy aan 'n ander getal dink wat die stelling waar sal maak?

.....

4. (a) Kan jy aan 'n natuurlike getal dink wat die stelling waar sal maak?

$$8 + (\dots) = 5 \dots\dots\dots$$

- (b) Kan jy aan 'n ander getal dink wat die stelling waar sal maak?

.....

Ons dink normaalweg aan optel of bytel as iets wat groter maak. Vraag 4(a) dwing ons om anders te dink, om die moontlikheid te oorweeg dat om op te tel of by te tel ook iets kleiner kan maak.

Ons soek 'n getal om die volgende stelling waar te maak:

$$8 + (\dots) = 5$$

Wat van hierdie plan?

Laat ons ooreenkom om hierdie getal *negatief 3* te noem, en ons skryf dit (-3) . As ons saamstem, kan ons sê dat $8 + (-3) = 5$.

Dit mag vir jou snaaks lyk. Jy hoef ook nie saam te stem nie. Maar kom ons kyk nogtans hoe die plan by ander getalle mag werk, al stem jy nie nou saam nie. Watter antwoorde sal iemand wat wel met die plan saamgaan op die volgende vrae hê?

5. Bereken:

- (a) $10 + (-3)$ (b) $12 + (-3)$
 (c) $12 + (-5)$ (d) $10 + (-9)$
 (e) $8 + (-8)$ (f) $1 + (-1)$

Wat kan die antwoorde van die volgende wees?

$5 + (-8)$
 $(-5) + (-8)$

Jy stem waarskynlik saam dat $5 + (-5) = 0$ en $10 + (-10) = 0$ en $20 + (-20) = 0$.

Ons kan sê dat daar vir elke “positiewe” getal ’n **ooreenkomstige** of **teenoorgestelde** negatiewe getal bestaan. Twee positiewe en negatiewe getalle wat ooreenkom, soos byvoorbeeld 3 en (-3) , word **optellingsinverses** of **additiewe inverses** genoem. As jy hulle optel, kanselleer hulle mekaar.

Wanneer jy enige getal by sy optellingsinverses tel, is die antwoord 0, byvoorbeeld $120 + (-120) = 0$.

Die **versameling heelgetalle** sluit dus al die natuurlike getalle en hul optellingsinverses sowel as nul in.

Die getal nul word ook as ’n heelgetal beskou.

6. Skryf die optellingsinverses van die volgende getalle neer:

- (a) 24 (b) -24
 (c) -103 (d) 2 348

Ons kan met behulp van optellingsinverses verklaar hoekom $8 + (-5)$ gelyk is aan 3:

$$8 + (-5) = 3 + \boxed{5 + (-5)} = 3 + 0 = 3$$

7. Gebruik optellingsinverses om te verduidelik hoekom die volgende waar is:

- (a) $43 + (-30) = 13$

 (b) $150 + (-80) = 70$

8. Bereken:

- (a) $10 + 4 + (-4)$ (b) $10 + (-4) + 4$
 (c) $3 + 8 + (-8)$ (d) $3 + (-8) + 8$

Natuurlike getalle kan in enige volgorde gerangskik word as ons optel of aftrek. Dit sal dinge vergemaklik as ons saamstem dat dit ook vir negatiewe getalle die geval behoort te wees.

9. Bereken:

- (a) $18 + 12 =$ (b) $12 + 18 =$
 (c) $2 + 4 + 6 =$ (d) $6 + 4 + 2 =$ (e) $2 + 6 + 4 =$
 (f) $4 + 2 + 6 =$ (g) $4 + 6 + 2 =$ (h) $6 + 2 + 4 =$
 (i) $6 + (-2) + 4 =$ (j) $4 + 6 + (-2) =$ (k) $4 + (-2) + 6 =$
 (l) $(-2) + 4 + 6 =$ (m) $6 + 4 + (-2) =$ (n) $(-2) + 6 + 4 =$

10. Bereken:

(a) $(-5) + 10$

(b) $10 + (-5)$

(c) $(-8) + 20$

(d) $20 - 8$

(e) $30 + (-10)$

(f) $30 + (-20)$

(g) $30 + (-30)$

(h) $30 + (-40)$

(i) $10 + (-5) + (-3)$

(j) $(-5) + 7 + (-3) + 5$

(k) $(-5) + 2 + (-7) + 4$

11. Watter getal maak die stelling waar? Gee jou antwoord as 'n geslote getalsin.

(a) $20 + (\text{'n onbekende getal}) = 50$

.....

(b) $50 + (\text{'n onbekende getal}) = 20$

.....

(c) $20 + (\text{'n onbekende getal}) = 10$

.....

(d) $(\text{'n onbekende getal}) + (-25) = 50$

.....

(e) $(\text{'n onbekende getal}) + (-25) = (-50)$

.....

Stellings soos hierdie word ook getalsinne genoem.

'n Onvoltooide getalsin, waar sommige getalle aanvanklik nie bekend is nie, word soms 'n

oop getalsin genoem:

$8 - (\text{'n getal}) = 10$

'n **Geslote getalsin** is waar al die getalle bekend is:

$8 + 2 = 10$

12. Gebruik die idee van optellingsinverses om te verduidelik hoekom elkeen van die volgende stellings waar is:

(a) $43 + (-50) = -7$

(b) $60 + (-85) = -25$

.....

.....

STELLINGS WAT WAAR IS VIR BAIE VERSKILLENDE GETALLE

Vir hoeveel verskillende pare getalle kan die volgende stelling waar wees, as slegs natuurlike (positiewe) getalle toegelaat word?

$\text{'n getal} + \text{'n ander getal} = 10$

Vir hoeveel verskillende pare getalle kan die stelling waar wees as negatiewe getalle ook toegelaat word?

8.3 Optel en aftrek van heelgetalle

EIENSKAPPE VAN HEELGETALLE

1. Bereken:

(a) $80 + (-60) = \dots\dots\dots$

(b) $500 + (-200) + (-200) = \dots\dots\dots$

2. (a) Stem jy saam dat $20 + (-5) = 15$? $\dots\dots\dots$

(b) Wat dink jy behoort die antwoord van $20 - (-5)$ te wees? $\dots\dots\dots$

3. (a) Is $100 + (-20) + (-20) = 60$, of is dit gelyk aan iets anders? $\dots\dots\dots$

(b) Wat dink jy is die antwoord van $(-20) + (-20)$? $\dots\dots\dots$

Ons dink gewoonlik aan optel en aftrek as bewerkings wat die teenoorgestelde uitwerking het: wat die een doen, is die **teenoorgestelde** of **inverse** van wat die ander doen.

4. Voltooi so ver as jy kan:

(a)	(b)	(c)
$5 - 9 =$	$5 + 9 =$	$9 - 3 =$
$5 - 8 =$	$5 + 8 =$	$8 - 3 =$
$5 - 7 =$	$5 + 7 =$	$7 - 3 =$
$5 - 6 =$	$5 + 6 =$	$6 - 3 =$
$5 - 5 =$	$5 + 5 =$	$5 - 3 =$
$5 - 4 =$	$5 + 4 =$	$4 - 3 =$
$5 - 3 =$	$5 + 3 =$	$3 - 3 =$
$5 - 2 =$	$5 + 2 =$	$2 - 3 =$
$5 - 1 =$	$5 + 1 =$	$1 - 3 =$
$5 - 0 =$	$5 + 0 =$	$0 - 3 =$
$5 - (-1) =$	$5 + (-1) =$	$(-1) - 3 =$
$5 - (-2) =$	$5 + (-2) =$	$(-2) - 3 =$
$5 - (-3) =$	$5 + (-3) =$	$(-3) - 3 =$
$5 - (-4) =$	$5 + (-4) =$	$(-4) - 3 =$
$5 - (-5) =$	$5 + (-5) =$	$(-5) - 3 =$

5. Bereken:

(a) $20 - 20 = \dots\dots\dots$

(b) $50 - 20 = \dots\dots\dots$

(c) $(-20) - (-20) = \dots\dots\dots$

(d) $(-50) - (-20) = \dots\dots\dots$

6. Stel by elke vraag 'n getal voor wat die stelling waar sal maak. Gee ook 'n rede vir jou voorstel.

(a) $20 + (\text{'n getal}) = 8$

.....

.....

(b) $20 + (\text{'n getal}) = 28$

.....

.....

(c) $20 - (\text{'n getal}) = 28$

.....

.....

(d) $20 - (\text{'n getal}) = 12$

.....

.....

'N BIETJIE GESKIEDENIS

Die volgende stelling is waar as die getal 5 is:

$$15 - (\text{'n sekere getal}) = 10$$

'n Paar eeue gelede het 'n klompie wiskundiges besluit dat hulle getalle wou hê om sinne soos die volgende waar te maak:

$$15 + (\text{'n sekere getal}) = 10$$

Maar om van 15 by 10 uit te kom, moet jy **5 aftrek**.

Die getal wat 'n mens nodig het om die sin $15 + (\text{'n sekere getal}) = 10$ waar te maak, moet die volgende vreemde eienskap hê:

As jy hierdie getal **bytel**, moet dit **dieselfde effek** hê as wanneer jy **5 aftrek**.

Die wiskundiges het toe so gedink:

"Kom ons besluit tussen onself dat die getal wat ons *negatief 5* noem, die volgende eienskap sal hê as jy dit by 'n ander getal tel: die effek sal dieselfde wees as wanneer jy die natuurlike getal 5 aftrek."

Dit beteken dat die wiskundiges ooreengekom het dat $15 + (-5)$ gelyk is aan $15 - 5$. Met ander woorde: in plaas daarvan om *negatief 5* by 'n getal te tel, mag jy 5 aftrek.

Ons kan saamstem dat wanneer ons 'n negatiewe getal aftrek, ons dieselfde antwoord kry as wanneer ons die negatiewe getal se optellingsinvers bytel. As ons by hierdie ooreenkoms hou, behoort die volgende twee berekeninge dieselfde antwoord te hê:

$$10 - (-7) \quad \text{en} \quad 10 + 7$$

7. Bereken.

- (a) $20 - (-10) = \dots\dots\dots$ (b) $100 - (-100) = \dots\dots\dots$
 (c) $20 + (-10) = \dots\dots\dots$ (d) $100 + (-100) = \dots\dots\dots$
 (e) $(-20) - (-10) = \dots\dots\dots$ (f) $(-100) - (-100) = \dots\dots\dots$
 (g) $(-20) + (-10) = \dots\dots\dots$ (h) $(-100) + (-100) = \dots\dots\dots$

8. Voltooi so ver as jy kan:

(a)	(b)	(c)
$5 - (-9) =$	$(-5) + 9 =$	$9 - (-3) =$
$5 - (-8) =$	$(-5) + 8 =$	$8 - (-3) =$
$5 - (-7) =$	$(-5) + 7 =$	$7 - (-3) =$
$5 - (-6) =$	$(-5) + 6 =$	$6 - (-3) =$
$5 - (-5) =$	$(-5) + 5 =$	$5 - (-3) =$
$5 - (-4) =$	$(-5) + 4 =$	$4 - (-3) =$
$5 - (-3) =$	$(-5) + 3 =$	$3 - (-3) =$
$5 - (-2) =$	$(-5) + 2 =$	$2 - (-3) =$
$5 - (-1) =$	$(-5) + 1 =$	$1 - (-3) =$
$5 - 0 =$	$(-5) + 0 =$	$0 - (-3) =$
$5 - 1 =$	$(-5) + (-1) =$	$(-1) - (-3) =$
$5 - 2 =$	$(-5) + (-2) =$	$(-2) - (-3) =$
$5 - 3 =$	$(-5) + (-3) =$	$(-3) - (-3) =$
$5 - 4 =$	$(-5) + (-4) =$	$(-4) - (-3) =$
$5 - 5 =$	$(-5) + (-5) =$	$(-5) - (-3) =$

9. Is die volgende stellings waar of vals? Gee 'n numeriese voorbeeld om jou antwoord te demonstreer.

(a) Om 'n positiewe getal van 'n negatiewe getal af te trek, het dieselfde effek as om die optellingsinverses van die positiewe getal by te tel.

.....
(b) Om 'n negatiewe getal by 'n positiewe getal te tel, het dieselfde effek as om die optellingsinverses van die negatiewe getal by te tel.

.....
(c) Om 'n negatiewe getal van 'n positiewe getal af te trek, het dieselfde effek as om die optellingsinverses van die negatiewe getal af te trek.

.....
(d) Om 'n negatiewe getal by 'n positiewe getal te tel, het dieselfde effek as om die optellingsinverses van die negatiewe getal af te trek.

.....
(e) Om 'n positiewe getal by 'n negatiewe getal te tel, het dieselfde effek as om die optellingsinverses van die positiewe getal by te tel.

.....
(f) Om 'n positiewe getal by 'n negatiewe getal te tel, het dieselfde effek as om die optellingsinverses van die positiewe getal af te trek.

.....
(g) Om 'n positiewe getal van 'n negatiewe getal af te trek, het dieselfde effek as om die optellingsinverses van die positiewe getal af te trek.

.....
(h) Om 'n negatiewe getal van 'n positiewe getal af te trek, het dieselfde effek as om die optellingsinverses van die negatiewe getal by te tel.

.....

EIENSKAPPE VAN BEWERKINGS

1. Bereken:

(a) $(-3) + (-5) =$

(b) $(-5) + (-3) =$

(c) $5 + (-7) =$

(d) $(-7) + 5 =$

(e) $(-13) + 17 =$

(f) $17 + (-13) =$

(g) $15 + 19 =$

(h) $19 + 15 =$

(i) $(-21) + (-15) =$

(j) $(-15) + (-21) =$

In Hoofstuk 1 van Boek 1 (wat oor telgetalle gaan) het ons gesê:

Optel is kommutatief: die getalle kan omgeruil word.

Of, met simbole: $a + b = b + a$, waar a en b telgetalle is.

2. (a) Sou jy sê dat optel ook kommutatief is wanneer die getalle heelgetalle is?

.....

(b) Verduidelik jou antwoord.

.....

.....

3. Bereken:

(a) $9 - 5 =$

(b) $5 - 9 =$

(c) $(-7) - 3 =$

(d) $3 - (-7) =$

(e) $15 - (-12) =$

(f) $(-12) - 15 =$

(g) $(-40) - (-23) =$

(h) $(-23) - (-40) =$

4. (a) Dink jy aftrek is kommutatief?

.....

(b) Verduidelik jou antwoord.

.....

.....

In Hoofstuk 1 van Boek 1 het ons ook gesê:

Wanneer drie of meer telgetalle bymekaargetel word, maak die manier waarop jy die getalle groepeer geen verskil nie. Ons sê: **Optel is assosiatief.**

5. Dink jy optel is ook assosiatief wanneer ons met heelgetalle werk? Stel ondersoek in.

.....

.....

.....

.....

HOOFSTUK 9

Numeriese patrone

In hierdie hoofstuk gaan jy getalpatrone met heelgetalle – wat negatiewe getalle insluit – ontleed en uitbrei. Jy gaan ook jou eie getalpatrone maak.

9.1	Ondersoek en brei getalpatrone uit	135
9.2	Gebruik reëls om getalpatrone te maak	137
9.3	Gebruik uitdrukkings om getalpatrone te maak	138

-100	-91	-82	-73	-64	-55	-46	-37
-100	-92	-84	-76	-68	-60	-52	-44
-100	-93	-86	-79	-72	-65	-58	-51
-100	-94	-88	-82	-76	-70	-64	-58
-100	-95	-90	-85	-80	-75	-70	-65
-100	-96	-92	-88	-84	-80	-76	-72
-100	-97	-94	-91	-88	-85	-82	-79
-100	-98	-96	-94	-92	-90	-88	-86
-100	-99	-98	-97	-96	-95	-94	-93
-100	-100	-100	-100	-100	-100	-100	-100
-100	-101	-102	-103	-104	-105	-106	-107
-100	-102	-104	-106	-108	-110	-112	-114
-100	-103	-106	-109	-112	-115	-118	-121
-100	-104	-108	-112	-116	-120	-124	-128
-100	-105	-110	-115	-120	-125	-130	-135
-100	-106	-112	-118	-124	-130	-136	-142
-100	-107	-114	-121	-128	-135	-142	-149
-100	-108	-116	-124	-132	-140	-148	-156

9 Numeriese patrone

9.1 Onderzoek en brei getalpatrone uit

PATRONE IN TWEE RIGTINGS

1. Die getalle in elke ry van die tabel vorm 'n getalry, maar nie al die getalle is gegee nie.

A						4	6	8	10					
B						10	8	6	4					
C						5	8	11	14					
D						20	17	13	8					

- (a) Vul die ontbrekende getalle in die tabel in.
- (b) Wat is die konstante verskil in getalry A?
- (c) Wat is die konstante verskil in getalry C?
2. Die eerste term van 'n getalry is 100 en die konstante verskil is 20.
- (a) Wat is die tweede, die derde en die vierde term?
-
- (b) Wat is die 10de term in die getalry?
-
- 'n Getalry met 'n konstante verskil word gevorm deur elke keer dieselfde getal by te voeg om die volgende term te kry.
3. Die eerste term van 'n getalry is 100 en die konstante verskil is -20.
- (a) Wat is die tweede, die derde en die vierde term?
-
- (b) Wat is die 10de term in die getalry?
-
4. (a) Wat is die konstante verskil in getalry B in vraag 1?
-
- (b) Wat is die konstante verskil in getalry D in vraag 1?
-

5. Die sesde term van getalrye E, F en G word in die tabel hier onder gegee. Vul die ander terme in.

Termnommer	1	2	3	4	5	6	7	8	9
E met konstante verskil 10						30			
F met konstante verskil -5						30			
G met konstante verskil -10						30			

6. Vind die patroon in elke getalry en skryf die volgende vier terme in die ry neer.

- (a) 1 4 9 16 25
- (b) 3 6 11 18 27
- (c) 20 19 17 14 10
- (d) 20 25 29 32 34

7. Skryf jou eie getalrye.

- (a)
- (b)
- (c)
- (d)
- (e)
- (f)
- (g)
- (h)

9.2 Gebruik reëls om getalpatrone te maak

1. (a) Begin by 30. Tel -5 by en skryf die antwoord neer. Tel weer -5 by en skryf die antwoord neer. Hou so aan totdat jy 'n getalry met 10 terme het.

.....

- (b) Begin by -30 . Tel -5 by en skryf die antwoord neer. Tel weer -5 by en skryf die antwoord neer. Hou so aan totdat jy 'n getalry met 10 terme het.

.....

- (c) Begin by -30 . Tel 5 by en skryf die antwoord neer. Tel weer 5 by en skryf die antwoord neer. Hou so aan totdat jy 'n getalry met 10 terme het.

.....

2. (a) Die eerste term van 'n getalry is -10 en daar is 'n konstante verskil van 5 tussen die terme. Skryf die eerste 10 terme van die getalry neer.

.....

- (b) Die eerste term van 'n getalry is -10 en daar is 'n konstante verskil van -5 tussen die terme. Skryf die eerste 10 terme van die getalry neer.

.....

3. Kies 'n getal vir jou eerste term en 'n ander getal om die konstante verskil te wees. Skryf die eerste 10 terme van jou getalry neer.

.....

4. Kies 'n getal kleiner as -10 vir jou eerste term en 'n ander getal vir die konstante verskil. Skryf die eerste 10 terme van jou getalry neer.

.....

5. Kies 'n getal vir jou eerste term en 'n negatiewe getal vir die konstante verskil. Skryf die eerste 10 terme van jou getalry neer.

.....

6. Kies 'n negatiewe getal vir jou eerste term en 'n ander negatiewe getal vir die konstante verskil. Skryf die eerste 10 terme van jou getalry neer.

.....

7. Kies 'n getal om jou tiende term te wees en 'n ander getal vir die konstante verskil. Skryf die eerste 10 terme van jou getalry neer.

.....

8. Kies 'n negatiewe getal om jou tiende term te wees en 'n ander negatiewe getal vir die konstante verskil. Skryf die eerste 10 terme van jou getalry neer.

.....

9.3 Gebruik uitdrukkings om getalpatrone te maak

1. (a) Voltooi die tabel.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$2 \times x - 10$									

- (b) Vorm die uitvoerwaardes van $2 \times x - 10$ in die tabel hier bo 'n patroon met 'n konstante verskil? Indien wel, wat is die konstante verskil?

.....

- (c) Voltooi die tabel.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$3 \times x - 20$									

- (d) Wat is die konstante verskil in (c)?

.....

- (e) Voltooi die tabel.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$2 - 3 \times x$									

- (f) Wat is die konstante verskil in (e)?

.....

.....

- (g) Voltooi die tabel.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$1 - 2 \times x$									

- (h) Wat is die konstante verskil in (g)?

.....

2. In die patroon $-15; -19; -23; -27; -31; \dots$ word -19 gevolg deur -23 en -23 word gevolg deur -27 .

- (a) Watter getal in die patroon word deur -19 gevolg?
- (b) Watter getal in die patroon word deur -31 gevolg?
- (c) In die patroon volg -19 op -15 en -23 volg op -19 .
Watter getal volg op -31 ?

3. 'n Getalry met 'n konstante verskil van 6 word gevorm.

- (a) Watter getal volg op 23 in hierdie patroon?
- (b) Watter getal word deur 23 in hierdie patroon gevolg?
- (c) Watter getal volg op 47 in die patroon?
- (d) Watter getal word deur 47 in hierdie patroon gevolg?

Die volgende getalry word gegee: 10 6 2 -2 -6

In hierdie getalry volg 2 op 6. Hulle word opeenvolgende terme genoem.

Wanneer een getal op 'n ander getal in 'n getalry volg, praat ons van **opeenvolgende terme**.

4. Skryf enige twee opeenvolgende terme van die patroon wat gevorm word deur $2 \times x + 3$, as die invoergetalle opeenvolgende telgetalle is.

.....

5. Elkeen van die patrone hier onder is gevorm deur die gebruik van een van die volgende uitdrukkings. Bepaal watter uitdrukking by watter patroon hoort.

- (a) $2 \times x + 5$
- (b) $3 \times x + 2$
- (c) $4 \times x + 1$
- (d) $5 \times x + 6$
- (e) $6 \times x - 5$
- (f) $7 \times x - 2$
- (g) $1 - 4 \times x$
- (h) $5 - 5 \times x$
- (i) $-5 - 6 \times x$

A.	6	11	16	21	26	Uitdrukking
B.	13	17	21	25	29	Uitdrukking
C.	20	23	26	29	32	Uitdrukking
D.	1	-3	-7	-11	-15	Uitdrukking
E.	31	33	35	37	39	Uitdrukking
F.	-20	-25	-30	-35	-40	Uitdrukking
G.	25	31	37	43	49	Uitdrukking
H.	26	33	40	47	54	Uitdrukking
I.	-11	-17	-23	-29	-35	Uitdrukking

Getalry I in vraag 5 is 'n **afnemende** ry; die getalle word kleiner soos wat die ry aangaan:

-11 -17 -23 -29 -35

Getalry H is 'n **toenemende** ry; elke term is groter as die vorige term:

26 33 40 47 54

6. (a) Watter ry in vraag 5 is toenemende ry?

(b) Watter ry in vraag 5 is afnemende ry?

7. (a) Met hoeveel neem ry A toe van een term tot die volgende?

(b) Met hoeveel neem ry B toe van een term tot die volgende?

(c) In watter ry in vraag 5 is die toename van term tot term die grootste, en hoeveel is dit?

.....

Getalry G neem van term tot term met 6 toe, terwyl getalry E slegs met 2 toeneem.

Ons kan dus sê dat getalry G **vinniger toeneem** as getalry E.

8. (a) Watter getalry in vraag 5 neem die vinnigste af?

(b) Watter getalry in vraag 5 neem die stadigste af?

9. (a) Skryf 5 opeenvolgende terme in 'n getalry van jou eie wat vinniger afneem as getalry D in vraag 5.

.....

(b) Skryf 5 opeenvolgende terme in 'n getalry van jou eie wat stadiger toeneem as getalry B in vraag 5.

.....

10. (a) Elkeen van hierdie uitdrukkings kan gebruik word om 'n getalry te vorm.

Watter uitdrukking sal die getalry vorm wat die vinnigste toeneem?

$3 \times x + 5$ $2 \times x + 10$ $6 \times x - 1$ $20 + 3 \times x$ $4 \times x - 9$

.....

(b) Dink aan 'n manier om jou antwoord te toets, en toets dit dan.

.....

.....

.....

11. Skryf onder elke uitdrukking of dit 'n toenemende of afnemende getalry sal vorm.

$10 + 3 \times x$ $10 - 3 \times x$ $10 \times x + 3$ $3 \times x - 10$

.....

HOOFSTUK 10

Funksies en verbande 2

Die manier waarop 'n uitvoergetal bereken kan word, word die reël vir die verband genoem. Die reël kan in woorde of met 'n formule beskryf word, en in sommige gevalle met 'n vloeiagram.

Die werk in hierdie hoofstuk bou voort op dit wat jy verlede kwartaal in hoofstuk 2 gedoen het.

10.1 Verbande tussen veranderlikes.....	143
10.2 Heelgetalle in die reëls vir verbande	146

10 Funksies en verbande 2

10.1 Verbande tussen veranderlikes

VERSKILLENDE MANIERE OM DIE REËL VIR 'N VERBAND VOOR TE STEL

'n Verband tussen twee veranderlikes bestaan uit twee stelling getalle soos aangedui in die tabel hier onder. In die eerste ry is daar die **invoergetalle** en in die tweede ry die **uitvoergetalle**.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	32	39	46	53	60	67	74	81	88

Vir die verband wat in die tabel aangedui is, kan enige uitvoergetal bereken word deur die invoergetal met 7 te vermenigvuldig en 25 by die antwoord te tel.

Die manier waarop 'n uitvoergetal bereken kan word, word die **reël** vir die verband genoem. Die reël kan in **woorde** of met 'n **formule** beskryf word, en in sommige gevalle met 'n **vloeidiagram**.

Die invoergetalle kan ook die waardes van die **invoer-veranderlike** genoem word, en die uitvoergetalle kan die waardes van die **uitvoer-veranderlike** genoem word.

Die reël “vermenigvuldig met 7 en tel 25 by” kan met hierdie vloeidiagram voorgestel word:



Dieselfde reël kan ook deur hierdie formule voorgestel word:

$$y = 7 \times x + 25$$

1. Bereken die waarde van $7 \times x + 25$ vir elkeen van die volgende waardes van x :

(a) $x = 10$

(b) $x = 20$

.....

(c) $x = 5$

(d) $x = 15$

.....

2. (a) Wat is die waarde van $3 \times x - 5$ as $x = 10$?

(b) Wat is die waarde van $3 \times x - 5$ as $x = 20$?

(c) Wat is die waarde van $3 \times x - 5$ as $x = 25$?

(d) Wat is die waarde van $3 \times x - 5$ as $x = 100$?

3. Voltooi die tabel vir die waardes van x en $3 \times x - 5$ soos in die tabel gegee.

x	0	1	2	5	15		50	200	
$3 \times x - 5$						61		595	994

4. Toe jy die invoergetal uitgewerk het wat met die uitvoergetal 994 in vraag 3 ooreenstem, het jy die **vergelyking** $3 \times x - 5 = 994$ opgelos. Skryf die vergelyking neer wat jy opgelos het toe jy die invoergetal uitgewerk het wat met die uitvoergetal 61 ooreenstem.

.....

5. (a) Druk elkeen van hierdie reëls in woorde uit.

A $\rightarrow$ $\boxed{\times 5}$ $\rightarrow$ $\boxed{+ 3}$ $\rightarrow$

B $\rightarrow$ $\boxed{- 5}$ $\rightarrow$ $\boxed{\times 3}$ $\rightarrow$

C $\rightarrow$ $\boxed{\times 3}$ $\rightarrow$ $\boxed{- 5}$ $\rightarrow$

- (b) Watter van die vloeiagramme hier bo stel dieselfde berekeninge voor as die uitdrukking $3 \times x - 5$?

.....

In plaas daarvan om $3 \times x - 5$ te skryf, kan ons $3x - 5$ skryf. $3x$ beteken $3 \times x$.

Die maalteken kan uitgelaat word. In plaas van $3 \times (x - 5)$ kan ons $3(x - 5)$ skryf.

6. (a) Watter van die formules hier onder verskaf dieselfde inligting as vloeiagram B in vraag 5?

$$y = 5x - 3$$

$$y = 3x - 5$$

$$y = 3 + 5x$$

$$y = 5x + 3$$

$$y = 5(x - 3)$$

$$y = 3(x - 5)$$

.....

- (b) Watter van die formules hier bo verskaf dieselfde inligting as vloeiagram A in vraag 5?

.....

FORMULES VIR TABELLE

1. Hierdie tabel wys die waardes van y wat met sommige van die gegewe waardes van x ooreenkom. In hierdie geval vorm die uitvoergetalle 'n patroon met 'n konstante verskil, as die invoergetalle natuurlike getalle is.

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	13	21		37	45	53		

- (a) Vind die uitvoergetalle wat met die invoergetalle 3, 7 en 8 ooreenkom.

.....

.....

.....

- (b) Vind die uitvoergetalle wat ooreenkom met die invoergetalle 20, 21 en 22.

.....

.....

.....

- (c) Watter van die formules hier onder is die reël vir die verband tussen x en y in die tabel hier bo?

$$y = 10x + 3 \quad y = 8x + 5 \quad y = 6x + 7 \quad y = 4x + 9 \quad y = 2x + 11$$

.....

2. Voltooi hierdie tabelle vir die formules in vraag 1(c).

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$10x + 3$								

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$8x + 5$								

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$6x + 7$								

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$4x + 9$								

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$2x + 11$								

3. In elke tabel in vraag 2 vorm die uitvoergetalle 'n getalpatroon met 'n konstante verskil tussen opeenvolgende terme. Wat is die konstante verskil in die patroon wat deur elk van die volgende uitdrukkings gevorm word, as die invoergetalle opeenvolgende natuurlike getalle is? Skryf jou antwoorde in die tabel hier onder. Vul ook die waardes van die uitdrukkings vir $x = 0$ in die laaste kolom in.

Uitdrukking	Konstante verskil tussen uitvoergetalle	Waarde van die uitdrukking vir $x = 0$
$2x + 11$		
$4x + 9$		
$6x + 7$		
$8x + 5$		
$10x + 3$		

4. As die invoergetalle vir die uitdrukkings in hierdie tabel opeenvolgende natuurlike getalle is, wat dink jy sal die konstante verskille tussen opeenvolgende uitvoergetalle wees? En wat sal die waardes van die uitdrukkings wees as $x = 0$?

Uitdrukking	Konstante verskille tussen uitvoergetalle	Waarde van die uitdrukking vir $x = 0$
$5x + 7$		
$3x + 10$		
$12x + 5$		
$5x - 5$		
$(-10x) + 3$		

10.2 Heelgetalle in die reëls vir verbande

REËLS WAT AAN DIE BEGIN VREEMD MAG LYK

1. Voltooi hierdie vloeiagramme.

A. $5 \rightarrow \boxed{\times 3} \rightarrow \boxed{- 5} \rightarrow$

B. $5 \rightarrow \boxed{\times 3} \rightarrow \boxed{+ (-5)} \rightarrow$

C. $5 \rightarrow \boxed{- 3} \rightarrow \boxed{\times 5} \rightarrow$

D. $5 \rightarrow \boxed{+ (-3)} \rightarrow \boxed{\times 5} \rightarrow$

E. $5 \rightarrow \boxed{\times 3} \rightarrow \boxed{- (-5)} \rightarrow$

F. $5 \rightarrow \boxed{\times 3} \rightarrow \boxed{+ 5} \rightarrow$

2. Beskryf elke reël in vraag 1 in woorde, byvoorbeeld “maal met 6 en tel dan -3 by”.

- A.
- B.
- C.
- D.
- E.
- F.

Die reël *maal met 6 en trek die antwoord van 100 af* kan met die formule $y = 100 - 6x$ uitgedruk word. Hierdie formule kan ook as $y = 100 + (-6x)$ of as $y = (-6x) + 100$ geskryf word.

Die hakies om die $-6x$ kan weggelaat word. Die laaste formule hier bo kan dus ook geskryf word as $y = -6x + 100$.

3. Bereken y as $y = -10x + 3$, vir elkeen van die volgende waardes van x :

- | | |
|--------------|--------------|
| (a) $x = 5$ | (b) $x = 10$ |
| | |
| | |
| (c) $x = 20$ | (d) $x = 1$ |
| | |
| | |

4. Beskryf elkeen van die reëls in vraag 1 met 'n formule, byvoorbeeld $y = 5x + 8$.

- | | |
|---------|---------|
| A. | B. |
| C. | D. |
| E. | F. |

5. Voorspel watter van die uitdrukkings in elk van die drie vrae hier onder dieselfde resultate sal lewer. Jy gaan jou voorspellings later toets, en dan kan jy jou antwoorde sommer self merk.

- | | | | | |
|---------------|-----------|-----------------|-----------------|------------|
| (a) $20 - 5x$ | $5x - 20$ | $(-5x) + 20$ | $20 + (-5x)$ | |
| | | | | |
| (b) $20 + 5x$ | $5x + 20$ | $20x + 5$ | $20 - (-5x)$ | $5(x + 4)$ |
| | | | | |
| (c) $5x - 20$ | $20x - 5$ | $(-20) - (-5x)$ | $-((-5x) + 20)$ | |
| | | | | |

6. Voltooi die tabel en gebruik dan die resultate om jou antwoorde op vraag 5 te kontroleer.

x	0	1	5	10	100
$20 - 5x$					
$5x - 20$					
$(-5x) + 20$					
$20 + (-5x)$					
$20 + 5x$					
$5x + 20$					
$20x + 5$					
$20 - (-5x)$					
$5(x + 4)$					
$5x - 20$					
$20x - 5$					
$(-20) - (-5x)$					
$-((-5x) + 20)$					

7. Gebruik jou resultate in die tabel hier bo of gebruik enige ander metodes om te bepaal vir watter waardes van x die twee uitdrukkings in elke vraag hier onder dieselfde waarde(s) het.

(a) $20 - 5x$ en $20 + 5x$

.....

(b) $20 - 5x$ en $(-5x) + 20$

.....

(c) $5x - 20$ en $(-20) - (-5x)$

.....

(d) $5(x + 4)$ en $5x - 20$

.....

(e) $20 + 5x$ en $20 - (-5x)$

.....

HOOFSTUK 11

Algebraïese uitdrukkings 2

Jy weet reeds dat 'n algebraïese uitdrukking 'n rekenvoorskrif is. Dit sê vir jou presies watter berekening jy met die waarde van een veranderlike moet doen om vir jou die waarde van 'n ander veranderlike te gee. In hierdie hoofstuk gaan jy jou kennis van algebraïese uitdrukkings verder uitbrei, onder meer deur met algebraïese uitdrukkings te werk waarin die konstantes heelgetalle is, wat dus negatiewe getalle insluit.

11.1 Interpreteer reëls om die waardes van 'n veranderlike te bereken	151
11.2 Reëls wat 'n bietjie anders is	154

$$\begin{array}{rcl}
 & 45 & -228 \\
 & 41 & -208 \\
 & 37 & -188 \\
 & 33 & -168 \\
 & 29 & -148 \\
 & 25 & -128 \\
 (-3) - 5 \times \textcolor{red}{x} = & & \\
 & 21 & -108 \\
 & 17 & -88 \\
 & 13 & -68 \\
 & 9 & -48 \\
 & 5 & -28 \\
 & 1 & -8
 \end{array}$$

11 Algebraïese uitdrukkings 2

11.1 Interpreteer reëls om die waardes van 'n veranderlike te bereken

REËLS IN VERBALE EN SIMBOLIESE VORM

1. Doen die volgende met elkeen van die getalle in die eerste ry van die tabel en skryf jou antwoorde in die tweede ry: *maal die invoergetal met 20 en tel 50 by die antwoord.*

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y									

Die sin, *maal die invoergetal met 20 en tel 50 by die antwoord*, is die reël wat beskryf hoe die uitvoergetal wat ooreenkom met elk van die invoergetalle in die verband tussen die veranderlikes x en y hier bo, bereken kan word.

Dieselfde reël kan met die algebraïese uitdrukking $20x + 50$ beskryf word. In hierdie uitdrukking verteenwoordig die simbool x die invoerveranderlike (die waardes van x). Die getalle 20 en 50 is konstant; hulle bly dieselfde vir al die verskillende waardes van x .

Die reël *tel 50 by die invoergetal en maal die antwoord met 20* kan deur die uitdrukking $20(x + 50)$ beskryf word.

As daar geen hakies in 'n uitdrukking voorkom nie, word vermenigvuldiging eerste gedoen, selfs as dit later in die uitdrukking voorkom, soos in $30 + 5x$.

As daar wel hakies in 'n algebraïese uitdrukking is, word die bewerkings in die hakies eerste gedoen.

2. Beskryf elk van die volgende reëls in woorde.

- (a) $15x + 30$
- (b) $30 + 15x$
- (c) $15(x + 30)$
- (d) $15(x + 2)$
- (e) $15x - 30$
- (f) $15(x - 30)$
- (g) $15(x - 2)$

3. Wat is die verskil tussen $3(x + 5)$ en $3x + 5$?

.....

4. Voltooi die tabel.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$15x + 30$									
$30 + 15x$									
$15(x + 30)$									
$15(x + 2)$									

5. Voltooi die tabel.

x	30	40	50	60	70	80	90
$15x - 30$							
$15(x - 30)$							
$15(x - 2)$							

6. (a) Ondersoek watter van die volgende reëls dieselfde uitvoergetalle sal gee. Jy sal met verskillende invoergetalle moet toets.

A: Maal die invoergetal met 10 en tel dan 20 by.

B: Tel 20 by die invoergetal en maal dan met 10.

C: Tel 2 by die invoergetal en maal dan met 10.

D: Maal die invoergetal met 3, tel 15 by, tel 7 keer die invoergetal by en tel dan 5 by.

x								
A								
B								
C								
D								

.....

(b) Beskryf elkeen van die reëls hier bo met 'n algebraïese uitdrukking.

A:

B:

C:

D:

7. (a) Watter van die volgende reëls dink jy sal dieselfde uitvoergetalle gee?

A: $5x + 20$

B: $4x + 19$

C: $5(x + 20)$

D: $20 + 5x$

E: $5(x + 4)$

F: $3x + 7 + 2x + 13$

(b) Druk elkeen van die reëls hier bo in woorde uit.

A:

B:

C:

D:

E:

F:

(c) Voltooi die tabel vir die reëls wat in (a) gegee is.

x	0	5	10	15
$5x + 20$				
$4x + 19$				
$5(x + 20)$				
$20 + 5x$				
$5(x + 4)$				
$3x + 7 + 2x + 13$				

(d) Gebruik jou voltooide tabel om jou antwoord in vraag (a) te kontroleer.

8. (a) Watter van die volgende reëls dink jy sal dieselfde uitvoergetalle gee?

A: $5x - 20$

B: $20 - 5x$

C: $5(x - 20)$

D: $3x - 18$

E: $5(x - 4)$

F: $9x + 10 - 4x - 30$

(b) Druk die reëls hier bo in woorde uit.

A:

B:

C:

D:

E:

F:

(c) Voltooi die tabel vir die reëls wat in (a) gegee is.

x	20	30	40	50	60	70	80	90
$5x - 20$								
$20 - 5x$								
$5(x - 20)$								
$3x - 18$								
$5(x - 4)$								
$9x + 10 - 4x - 30$								

(d) Gebruik die voltooide tabel om jou antwoord vir vraag (a) te kontroleer.

11.2 Reëls wat 'n bietjie anders is

TREK POSITIEWE EN NEGATIEWE HOEVEELHEDE AF

1. Voltooi die tabel.

x	1	10	5	20	25
$10x$					
$50 - 10x$					
$20 - 10x$					
$0 - 10x$					

2. (a) Voltooi die tabel.

x	0	5	10	15	20	25	30
$10x - 5$							
$5x - 10$							
$100 - 5x$							
$-100 + 5x$							
$5x - 100$							
$5 - 10x$							

(b) Die waardes van $10x - 5$ neem toe soos wat die waardes van x van 0 tot 30 toeneem. Vir watter uitdrukkings in (a) neem die waardes af as x toeneem?

.....

(c) Neem die waardes van $-100 + 5x$ toe of af wanneer x van 0 tot 30 toeneem?

.....

3. (a) Die waardes van die uitdrukking $5x - 10$ neem toe soos wat x van 0 to 30 toeneem. Dink jy die waardes sal aanhou toeneem wanneer x groter as 30 is, of dink jy dit sal op 'n stadium begin afneem?

- (b) Dink jy die waardes van die uitdrukking $100 - 3x$ sal toeneem soos wat x van 0 tot 30 toeneem? Verduidelik hoekom jy dink dit sal of sal nie.

.....

Die optellingsinse van 'n getal kan aangedui word deur 'n minusteken voor die getal te skryf. Byvoorbeeld, die optellingsinse van 8 kan geskryf word as -8 .

4. Skryf die optellingsinse van elk van die volgende getalle neer:

20 30 -25 -20 40

.....

Wanneer 'n getal by sy optellingsinse getal word, is die antwoord 0.
 Byvoorbeeld $45 + (-45) = 0$
 en $(-12) + 12 = 0$.

5. Verskillende waardes van x is in die boonste ry van die tabel gegee. Skryf die optellingsinse van die x -waardes in die tweede ry, en voltooi dan die tabel.

x	5	10	15	20	25	30
die optellingsinse van x						
$20 +$ (die optellingsinse van x)						
$20 -$ (die optellingsinse van x)						
$20 + x$						
$20 - x$						

6. Voltooi die tabel.

x	-5	-10	-15	-20	-25	-30
die optellingsinse van x						
$20 +$ (die optellingsinse van x)						
$20 -$ (die optellingsinse van x)						
$20 + x$						
$20 - x$						

7. Voltooi die tabel.

x	3	2	1	0	-1	-2	-3
$-x$							
$5 + (-x)$							
$5 - (-x)$							
$5 - x$							
$5 + x$							

UITDRUKKINGS MET OPTELLINGSINVERSE

1. Voltooi die tabel.

x	1	5	10	20	25
$5x$					
die optellingsinverses van $5x$					
$20 +$ (die optellingsinverses van $5x$)					
$20 -$ (die optellingsinverses van $5x$)					
$3x$					
$-3x$					
$10 + (-3x)$					
$10 - 3x$					
$10 - (-3x)$					

2. Voltooi die volgende tabel.

Let wel: $(-10x)$ beteken die optellingsinverses van $10x$.

x	1	2	3	4	-4	-3	-2
$10x - 1\,000$							
$1\,000 - (-10x)$							
$1\,000 - 10x$							
$(-10x) + 1\,000$							
$10x + 1\,000$							
$10x + (-1\,000)$							
$(-10x) - 1\,000$							
$1\,000 + (-10x)$							
$1\,000 + 10x$							
$10x - (+1\,000)$							

In plaas van $(-10x) - 1\,000$ kan ons skryf $-10x - 1\,000$. Met ander woorde, ons kan die hakies rondom die optellingsinverses weglaat.

Net so kan ons $(-10x) + 1\,000$ skryf as $-10x + 1\,000$.

3. Voltooi die tabel.

x	1	5	10	20	25	30
$-5x + 20$						
$-5x + (-20)$						

HOOFSTUK 12

Algebraïese vergelykings 2

Jy het alreeds vroeër met vergelykings gewerk. Ons gaan daardie werk nou uitbrei om negatiewe getalle, wat ook nie vir jou vreemd is nie, in te sluit.

12.1	Beskryf probleemsituasies.....	159
12.2	Ontleed en interpreteer vergelykings.....	160
12.3	Voltooi en los vergelykings op	161
12.4	Identifiseer veranderlikes en konstantes	165
12.5	Numeriese waardes van uitdrukkings	166

$$5 \times 21 - 3 = 102$$

$$5 \times ? - 3 = 97$$

$$5 \times ? - 3 = 92$$

$$5 \times ? - 3 = 87$$

$$5 \times ? - 3 = 82$$

$$5 \times x - 3 = 77$$

$$5 \times ? - 3 = 72$$

$$5 \times ? - 3 = 67$$

$$5 \times ? - 3 = 62$$

$$5 \times ? - 3 = 57$$

$$5 \times ? - 3 = 52$$

$$5 \times ? - 3 = 47$$

12 Algebraïese vergelykings 2

12.1 Beskryf probleemsituasies

'n **Geslote getalsin** is 'n stelling wat oor getalle gemaak word wat waar is, byvoorbeeld $21 + 5 = 26$. Al die getalle word gegee.

In 'n **oop getalsin**, byvoorbeeld $15 + x = 21$, is een of meer van die getalle onbekend.

'n Oop getalsin word ook 'n **vergelyking** genoem.

1. Jan is 3 jaar ouer as sy suster Amanda. Amanda is 14 jaar oud. Skryf 'n geslote getalsin om te wys hoe oud Jan is.

.....

2. Getalle is opeenvolgend as hulle opmekaar volg. Die getalle -1 , 0 , 1 is opeenvolgend. Die som van -1 , 0 en 1 is 0 .

(a) Skryf 'n geslote getalsin waar die som van twee opeenvolgende getalle -33 is.

.....

(b) Skryf 'n geslote getalsin waar die produk van twee opeenvolgende getalle 6 is.

.....

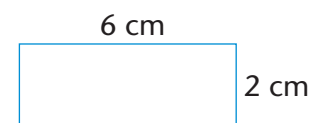
3. Na 'n afslag van R150, kos 'n selfoon R500. Skryf 'n geslote getalsin om te wys wat die selfoon se oorspronklike prys was.

.....

4. Toe die bus by die busteterminus weggetrek het, was daar 55 mense op die bus. By die eerste bushalte het 12 mense afgeklim en 9 mense het opgeklim. By die tweede bushalte het 12 mense opgeklim en 9 mense het afgeklim. Skryf 'n geslote getalsin om te wys hoeveel mense daar toe in die bus was.

.....

5. 'n Reghoek met afmetings word hier regs gegee. Skryf 'n geslote getalsin om elk van die volgende te bereken:



(a) die oppervlakte van die reghoek

(b) die omtrek van die reghoek

12.2 Ontleed en interpreteer vergelykings

1. x stel die koste van 'n skooluniform in rand voor. Die verstelwerk daaraan was R20. Mnr. Malan betaal altesaam R520.

(a) Watter vergelyking beskryf hierdie situasie?

A. $20 \times x = 520$ B. $x - 20 = 520$ C. $x + 20 = 520$ D. $20 + 20 = x$

.....

(b) Hoeveel kos die uniform?

2. Vyf leerders kry elkeen ewe veel suiglekkers. Daar is 60 suiglekkers om te verdeel.

(a) Watter vergelyking beskryf hierdie situasie?

A. $5 + s = 60$ B. $5s = 60$ C. $s - 5 = 60$ D. $\frac{s}{5} = 60$

.....

(b) Hoeveel suiglekkers kry elke leerder?

.....

(c) Waarvoor staan die letter s in die vergelyking wat jy gekies het?

.....

3. 'n Minibustaxi laai n passasiers by die lughawe op en ry na die naaste hotel. Toe die taxi weer by die hotel wegy, het die getal passasiers met 6 verminder. Daar was toe 7 passasiers in die taxi.

(a) Watter vergelyking beskryf hierdie gebeurte?

A. $n - 6 = 7$ B. $7 - n = 6$ C. $n + 6 = 7$ D. $n - 7 = 6$

.....

(b) Hoeveel passasiers was in die taxi toe dit vanaf die lughawe vertrek het?

.....

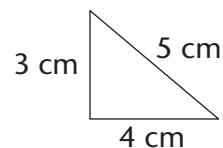
4. Skryf 'n geslote getalsin vir die berekening van die omtrek van 'n gelyksydige driehoek waarvan die sye 5 cm lank is.

.....

Onthou: 'n Gelyksydige driehoek se sye is almal ewe lank.

5. Skryf 'n geslote getalsin om die omtrek van hierdie driehoek te bereken.

.....



12.3 Voltooi en los vergelykings op

LOS OP DEUR INSPEKSIE

1. Die getalsinne hier onder is nie waar nie. Maak dit waar deur die getalle in blou te verander.

(a) $13 + 7 = 22$

(b) $50 + (-50) = -100$

(c) $7 \times 8 = 54$

.....

.....

.....

(d) $9 - (-3) = 6$

(e) $-5 + 12 = -7$

(f) $4 \times 6 = 28$

.....

.....

.....

(g) $6 - 9 = 3$

(h) $9 - 6 = -3$

(i) $5 + (-12) = 7$

.....

.....

.....

(j) $10 + (-2) = 12$

(k) $(-1) - (-1) = -2$

(l) $0 + (-2) = 0$

.....

.....

.....

2. Kyk of die waardes wat in hakies gegee word die oplossings vir die vergelykings hier onder is. Skryf net *ja* of *nee* met 'n verduideliking.

(a) $x + 3 = 0$ ($x = -3$)

.....

(b) $3 - x = 4$ ($x = 1$)

.....

(c) $-5 + x + x = -11$ ($x = -2$)

.....

(d) $3 - x = 4$ ($x = -1$)

.....

Om te kontroleer of 'n gegewe waarde die oplossing is of nie, moet ons die volgende vraag beantwoord: **Maak die gegewe waarde die vergelyking waar?** Indien wel, dan is daardie waarde die oplossing.

3. Vind die waarde van die onbekende wat die vergelyking waar maak:

(a) $x + 6 = 8$

(b) $x + 6 = 4$

(c) $x + 6 = 0$

.....

.....

.....

(d) $6 - x = 8$

(e) $6 - x = 4$

(f) $6 - x = 0$

.....

.....

.....

(g) $\frac{x}{4} = 2$

(h) $x = 4 \times 2$

(i) $\frac{x}{2} = \frac{1}{4}$

.....

.....

.....

4. Daar is drie moontlike oplossings onder elke vergelyking gegee. Slegs een is reg. Vind die regte oplossing.

(a) $x + 27 = 27$
 $\{-27; 0; 1\}$

(b) $12 = 4 - x$
 $\{8; 16; -8\}$

(c) $x + 3 = 0$
 $\{-3; 0; 3\}$

(d) $5 - x = 10$
 $\{-5; 0; 5\}$

(e) $5 + x = 10$
 $\{-5; 0; 5\}$

(f) $-5 + x = 10$
 $\{-5; -15; 15\}$

(g) $-5 - x = 10$
 $\{-5; -15; 15\}$

(h) $-5 - x = 0$
 $\{-5; -15; 15\}$

(i) $5 - x = -10$
 $\{-5; -15; 15\}$

(j) $x = \frac{10}{10}$
 $\{0; 1; 100\}$

(k) $10x = 0$
 $\{0; 1; \frac{1}{10}\}$

(l) $\frac{x}{10} = 0$
 $\{0; 1; 10\}$

5. Watter waarde sal elke vergelyking hier onder waar maak?

(a) Laat $x = \dots$ dan is $x + 3 = 10$

(b) Laat $x = \dots$ dan is $x + 3 = -4$

(c) $x + x + x = -6$ is waar vir $x = \dots$

(d) $x + x + x + x = -8$ is waar vir $x = \dots$

6. Vul die tabel in totdat jy kan sien vir watter waarde van x die vergelyking wat bo die tabel staan waar is. Jy mag x -waardes van jou eie keuse byvoeg. Om tyd en werk te spaar, mag jy ook kolomme oorslaan as jy dink dat hulle jou nie sal help om die oplossing te vind nie.

(a) $37 - 4x = 5$

x	1	10	5	6	7				
$37 - 4x$									

(b) $50 - 7x = 22$

x	1	10	5	6					
$50 - 7x$									

(c) $100 - 3x = 49$

x	10	20	25	15	16				
$100 - 3x$									

LOS OP MET DIE PROBEER-EN-VERBETERMETODE

'n Getalsin met 'n onbekende, d.w.s. 'n vergelyking, is soos 'n vraag: Watter waarde kan ons aan die **onbekende** toeken om die vergelyking waar te maak?

Kom ons kyk na die vergelyking $82 + m = 23$. Ons moet 'n waarde vir m soek totdat ons een kry wat die vergelyking waar maak, soos in dié tabel gebeur.

	Vergelyking	Waar/Vals
Laat $m = -50$	$82 + (-50) = 82 - 50 = 32$	Vals
Laat $m = -30$	$82 + (-30) = 82 - 30 = 52$	Vals
Laat $m = -60$	$82 + (-60) = 82 - 60 = 22$	Vals
Laat $m = -59$	$82 + (-59) = 82 - 59 = 23$	Waar

Dus $m = -59$ omdat $82 + (-59) = 82 - 59 = 23$

1. Bepaal die waarde van t wat die vergelyking $28 - t = 82$ waar maak, deur van die probeer-en-verbetermetode gebruik te maak.

	Vergelyking	Waar/Vals

Oplossing:

2. Bepaal die waarde van w wat die vergelyking $w + 32 = -68$ waar maak, deur van die probeer-en-verbetermetode gebruik te maak.

	Vergelyking	Waar/Vals

Oplossing:

3. Watter waarde van t maak die vergelyking $200 - 5t = 110$ waar? Gebruik die tabel om die oplossing te vind.

	Vergelyking	Waar/Vals

Oplossing:

4. Watter waarde van p maak die vergelyking $18p = 90$ waar?

	Vergelyking	Waar/Vals

Oplossing:

5. Watter waarde van x maak die vergelyking $88 - 6x = 46$ waar?

	Vergelyking	Waar/Vals

Oplossing:

12.4 Identifiseer veranderlikes en konstantes

1. Die massa van 'n leë vragmotor is 2 680 kg. Die vragmotor word gebruik om sement te vervoer. Elke sak sement het 'n massa van 90 kg. Die totale massa van die vragmotor en die sement kan met behulp van die volgende formule bereken word: $y = 90 \times x + 2\,680$.

Gebruik die terme **veranderlike** en **konstante** om elke simbool in die formule te beskryf. Verduidelik jou antwoord.

- (a) y (b) 90 (c) x (d) 2 680

.....

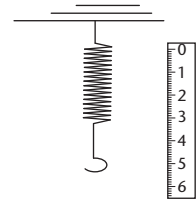
.....

.....

.....

.....

2. 'n Staalveer is aan 'n staander vasgemaak. Massastukke met dieselfde massa word onderaan gehaak. Die lengte van die veer word gemeet as 1 massastuk, 2 massastukke, 3 massastukke ensovoorts, aangehaak word.



Getal massastukke	1	2	3	4	5	7	10
Lengte van veer in cm	48	56	64	72	80	96	120

Die formule $y = 8x + 40$ word gebruik om die lengte van die veer vir verskillende hoeveelhede aangehaakte massastukke te voorspel.

Gebruik die terme **veranderlike** of **konstante** om elke simbool in die formule te beskryf. Verduidelik jou antwoord.

- (a) y (b) 8 (c) x (d) 40

.....

.....

.....

.....

.....

.....

12.5 Numeriese waardes van uitdrukkings

VERVANG WAARDES IN DIE UITDRUKKINGS

1. (a) Bereken die waardes van elke uitdrukking vir die gegewe waardes van x , en skryf jou antwoorde in die tabel.

x	0	2	5	10	20	50	100
$100 - 9x$							
$100 - 8x$							
$100 - 7x$							
$100 - 6x$							
$100 - 5x$							
$100 - 4x$							
$100 - 3x$							

- (b) Watter ry in die tabel neem die vinnigste af, en watter ry neem die stadigste af?

.....

.....

2. (a) Voltooi die tabel.

x	1	2	3	4	5	6	7
$2x + 3$							
$3x - 3$							
$3x - 2$							
$3x - 1$							

- (b) Vir watter waarde van x is $2x + 3$ gelyk aan $3x - 1$?

- (c) Vir watter waardes van x is $2x + 3$ kleiner as $3x - 1$?

.....

.....

- (d) Dink jy $2x + 3$ is kleiner as $3x - 1$ vir alle waardes van x groter as 4? Jy mag 'n paar getalle toets terwyl jy oor die antwoord op die vraag nadink.

.....

- (e) Watter ry neem vinniger toe, die ry wat $2x + 3$ vorm of die ry wat $3x - 3$ vorm?

.....

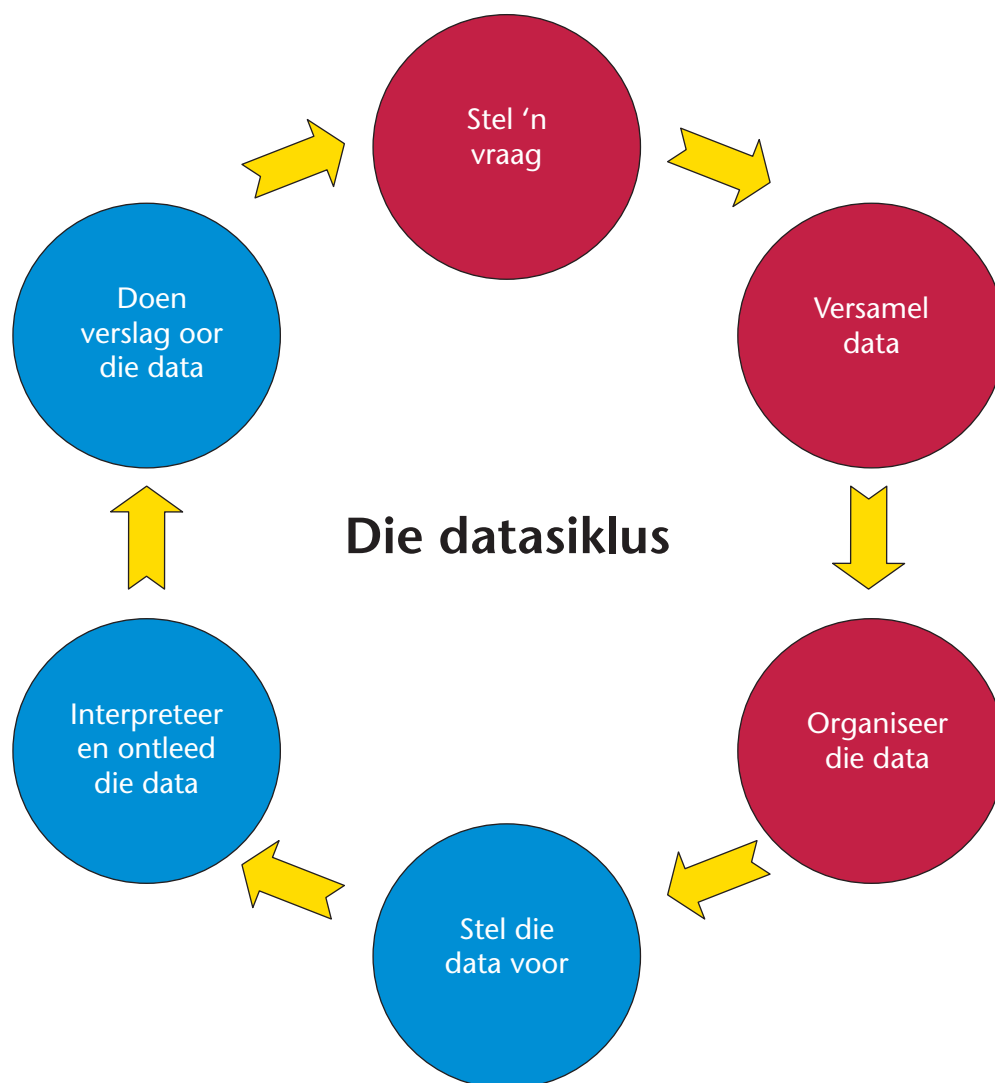
HOOFSTUK 13

Versamel, organiseer en som data op

Datahantering is daardie deel van wiskunde wat gaan oor getalle en feite wat ons oor ons leefwêreld versamel. Data kan baie dinge wees, byvoorbeeld mense se menings oor politiek en die suksessyfer van die behandeling van mense met 'n sekere soort medisyne. Ons gebruik data om ons te help om besluite te neem en om probleme oor die wêreld rondom ons op te los.

In hierdie hoofstuk gaan ons fokus op die insameling van data deur die gebruik van vraelyste; hoe die data georganiseer kan word deur onder meer die gebruik van stingel-en-blaarvoorstellings en die groepering van data in intervalle. Die volgende stap is om die data op te som deur die modus, mediaan en gemiddelde te bepaal en om die omvang of verspreiding van stelle numeriese data te bepaal.

13.1 Versamel data.....	169
13.2 Organiseer data	174
13.3 Som data op	184



13 Versamel, organiseer en som data op

13.1 Versamel data

Dink aan iets wat jy graag oor jou eie gemeenskap wil weet, of oor kinders van jou ouderdom in ander skole. Byvoorbeeld, “Hoeveel graad 7-leerders in Suid Afrika het toegang tot ’n rekenaar?” Wat sou vir jou interessant wees om te weet?

As ons met die siklus van datahantering begin, begin ons met ten minste een vraag, maar daar kan natuurlik ook baie meer vrae wees.

As ons navorsing in gedagte het, moet ons beplan hoe ons die data gaan versamel. Die volgende is belangrik:

- watter soort vraag vra jy
- waar kry jy die data om die vraag te beantwoord (bv. van mense uit jou ouderdomsgroep, familie of gemeenskap; of uit gepubliseerde bronne soos koerante, boeke of tydskrifte)
- hoe gaan jy die data insamel (bv. met behulp van vraelyste of onderhoude)
- by wie gaan jy die data verkry (die hele gemeenskap of ’n steekproef [monster]).

POPULASIES EN STEEKPROEWE: BY WIE OM DIE DATA TE VERKRY

In datahantering beteken **populasie** die hele groep waaroor jy inligting insamel. **Steekproef** verwys na ’n klein groepie wat jy dink die hele groep of populasie sal verteenwoordig.

Byvoorbeeld: Thandeka wil weet hoeveel verskillende huistale die graad 7’s in die hele Suid-Afrika praat. Al die graad 7’s in Suid-Afrika vorm dan die populasie van hierdie data. Dit is egter onmoontlik om elke graad 7-leerder in Suid-Afrika te ondervra, dus moet Thandeka ’n steekproef van graad 7-leerders neem. Sy kan byvoorbeeld die data by die leerders in haar eie graad-7 klas of in twee graad 7-klasse van twee ander skole kry.

Maar as Thandeka haar eie graad 7-klas en slegs twee ander klasse van ander skole sou kies, dan sou haar steekproef nie werklik inligting oor die hele Suid-Afrika gee nie omdat die leerders in daardie drie skole almal aan dieselfde taalgroep sou kon behoort.

Hoe kan ons probeer om te verseker dat die inligting wat ons met 'n steekproef sal insamel die hele populasie sal weerspieël? Met ander woorde, hoe kan ons verseker dat die steekproef **verteenwoordigend** van die populasie is?

1. *Kies 'n groot genoeg steekproef.* Dit is oor die algemeen so dat hoe groter die steekproef is, hoe groter is die moontlikheid dat dit die eienskappe van die populasie sal verteenwoordig.
2. *Maak seker dat jou steekproef nie slegs een of twee groepe binne die populasie insluit nie.* As jy byvoorbeeld werklik wil uitvind of mense graag sokker kyk, sou dit nie 'n verteenwoordigende steekproef wees as jy net die mense by 'n wedstryd waar die Chiefs teen die Pirates speel betrek nie. Die meerderheid van hulle sal daar wees omdat hulle sokker-entoesiaste is.

Voorbeeld

Ganief wil uitvind of die leerders in sy skool van hulle skooluniform se styl en kleur hou, en ondervra 10 leerders in graad 7. Daar is 2 000 leerders in die skool.

Gee twee redes om te verduidelik waarom die steekproef waarskynlik nie verteenwoordigend van die populasie sal wees nie.

Antwoord

1. Die steekproef is te klein.
2. Hy kry net die graad 7's se siening, nie dié van leerders in enige ander graad (wat dalk ander sienings sal hê) nie.

DINK NA OOR POPULASIES EN STEEKPROEWE

1. Hier volg 'n paar navorsingsvrae. Gebruik **P** om te wys watter stelling die populasie verteenwoordig en **S** om die steekproef te beskryf.
 - (a) Watter persentasie plante in die groentetuin het 'n siekte?
☐ Al die plante in die groentetuin
☐ Elke vierde of vyfde plant in die groentetuin
 - (b) Hoe dikwels herwin tieners plastiek?
☐ Elke tiener in Suid-Afrika
☐ Ongeveer 40 tieners in die gemeenskap
 - (c) Hoeveel ure slaap 10-jariges in my gemeenskap per nag?
☐ Alle 10-jariges in die gemeenskap
☐ Omtrent tien 10-jariges in die gemeenskap

2. Jy wil uitvind watter kleur die gewildste by die leerders van jou skool is.

(a) Wie is die populasie vir jou data-insameling?

.....

(b) Watter steekproef sou jy gebruik?

.....

3. Die Census@School is in 2001 en 2009 opgeneem. Statistiek Suid-Afrika het hierdie opnames gedoen om leerders te wys hoe inligting oor mense ingesamel en ontleed word. Hulle het persoonlike, gemeenskaps- en huishoudelike inligting van leerders in graad 3 tot 12 ingesamel. Hulle het hulle steekproef só gekies:

- 'n Steekproef van 2 500 skole is gekies uit die Departement van Basiese Onderwys se databasis van ongeveer 26 000 geregistreerde skole.
- Die skole is gegroepeer volgens provinsie, tipe skool (dit is laerskole: slegs gr 3–7; intermediêre skole: slegs gr 5–9; hoërskole: slegs gr 8–12; gekombineerde skole: gr 3–12), en skooldistrik.
- 'n Steekproef is uit elkeen van die groepe gekies.
- Ongeveer 790 000 leerders is by die 2009-sensus betrek.

Hierdie inligting verskyn in die finale verslag.

(a) Watter persentasie was die steekproef van al die skole in die land?

.....

(b) Hoekom dink jy het hulle die skole eers in groepe verdeel?

.....

(c) Sou die inligting wat hulle in hierdie opname gemaak het jou interesseer?
Verduidelik.

.....

.....

4. Susan is in die Emily Hobhouse Meisieskool. Sy wil vasstel of 13-jariges in haar dorp rugby of netbal verkies. Sy kry haar data van 10 leerders uit elkeen van die drie graad 7-klasse by haar skool. Is die steekproef verteenwoordigend van die populasie (van 13-jariges in haar gemeenskap)? Verduidelik jou antwoord.

.....

.....

.....

.....

SAMESTELLING VAN VRAELYSTE: HOE OM DATA TE VERSAMEL

'n **Vraelys** is 'n lys vrae wat opgestel is met die doel om data van mense te verkry. Elke persoon in die steekproef vul 'n vraelys in. Die vraelys kan verskillende tipes vrae bevat, byvoorbeeld:

- Die vrae kan slegs “ja” of “nee” antwoorde vereis.
- Verskeie antwoorde (meervoudigekeuse-antwoorde) waaruit die **respondent** kan kies, kan verskaf word.
- Die respondente kan hulle eie inligting of mening op die vraelys invul.

'n **Respondent** is 'n persoon wat 'n vraelys invul, of iemand van wie jy data verkry.

Die soort data wat jy wil inwin sal die vrae bepaal wat jy moet vra (bv. of dit 'n eenvoudige “ja” of “nee” respons sal wees en of meer besonderhede verlang word).

Kyk na die voorbeelde hier onder. Let op dat elke vraag se bewoording so is dat die vraag so duidelik as moontlik is en die data so maklik as moontlik ingesamel kan word. (Die vrae in voorbeelde 4 en 5 kom uit Census@School se 2009-vraelys.)

Voorbeeld 1

Help jy met werkies by die huis?

☐ Ja ☐ Nee

Voorbeeld 2

Met watter van hierdie werkies help jy?

☐ skottelgoed was ☐ klere was
☐ vee / stofsuig ☐ beddens opmaak

Voorbeeld 3

Hoe oud is jy?

☐ 5–8 jaar ☐ 9–11 jaar
☐ 12–15 jaar ☐ 16–19 jaar

Merk op hoe die ouderdomme van 5 tot 19 in voorbeeld 3 gedek word: sonder oorvleuelings.

Voorbeeld 4

14. Merk af as jy die volgende het:

- | | |
|--|--|
| 1 ☐ Lopende water in die huis | 6 ☐ 'n Selfoon |
| 2 ☐ Elektrisiteit in die huis | 7 ☐ Toegang tot 'n rekenaar |
| 3 ☐ 'n Radio by die huis | 8 ☐ Toegang tot die internet |
| 4 ☐ 'n TV by die huis | 9 ☐ Toegang tot 'n biblioteek |
| 5 ☐ 'n Telefoon by die huis | |

Voorbeeld 5

6. Hoe lank is jy as jy geen skoene aan het nie? Antwoord tot die naaste cm.

sentimeter

7. Hoe lank is jou regtervoet sonder 'n skoen? Antwoord tot die naaste cm.

sentimeter

8. Hoe lank is die spanwydte van jou arms? (Sprei jou arms wyd oop en meet die afstand vanaf jou regterhand se middelvingerpunt tot jou linkerhand se middelvingerpunt.) Antwoord tot die naaste cm.

sentimeter

STEL VRAELYSTE OP

1. (a) Refue wil uitvind hoeveel sakgeld leerders in haar klas elke maand kry en stel die volgende meervoudigekeusevraag op:

Hoeveel sakgeld kry jy?

☐ 0–10

☐ 10–20

☐ 20–30

☐ 30–40

Verduidelik hoekom hierdie vraag swak saamgestel, of swak bewoord is. Gee soveel redes as moontlik.

.....

.....

.....

.....

.....

- (b) Stel die meervoudigekeusevraag so op, dat dit die data wat Refue nodig het, korrek sal verskaf.

2. Jy wil uitvind watter sportsoorte leerders in jou skool beoefen.

(a) Beskryf die populasie van jou data.

.....

(b) Beskryf die steekproef wat jy sal gebruik.

.....

3. Stel 'n vraag op met ja/nee-antwoorde of meervoudigekeuse-antwoorde om jou te help om die data wat jy nodig het, in te samel:

4. Versamel jou data uit die populasie van die steekproef wat jy gekies het. Hou jou ingesamelde data vir die volgende hoofstuk.

13.2 Organiseer data

Om data wat ons ingesamel het te organiseer, kan ons telstrepies en tabelle, puntstippings (dotplots), en stingel-en-blaarvoorstellings gebruik. Ons kan ook die data groepeer, veral as daar baie datawaardes is. Die manier waarop ons die data organiseer hang af van die soort data wat ons verkry het.

VERSKILLENDE SOORTE DATA

Kyk na die vyf voorbeelde van vrae op bladsye 172 en 173.

1. Watter van die vrae sal data soos die volgende oplewer?

Ja	1 235 leerders
Nee	1 265 leerders

.....

2. Watter van die vrae sal data soos die volgende oplewer?

132 cm; 141 cm; 160 cm; 132 cm; 154 cm; 145 cm; 147 cm; 129 cm; 121 cm;
143 cm; 135 cm; 154 cm; 156 cm; 133 cm; 156 cm; 123 cm; 137 cm

.....

3. Hoe kan die data vir voorbeeld 4 daar uitsien as 30 leerders die vraag sou beantwoord?
Voltooi die tabel met getalle wat jy opmaak.

	Getal leerders

4. Watter van die vrae sal 'n stel data soos die volgende oplewer?

5–8 jaar	15
9–11 jaar	45
12–15 jaar	32
16–19 jaar	28

.....

Die soort data in vrae 1 en 3 word **kategoriese data** genoem. Dit word dikwels in woorde gegee.

Die kategorieë hoef nie opmekaar te volg nie.

Die soort data in vrae 2 en 4 is **numeriese data**.

Numeriese data kan slegs heelgetalle wees, of dit kan breuke insluit.

Vir albei hierdie soorte data sal jou vraelys se resultate 'n hele lys moontlike response lewer. Kom ons kyk hoe ons die response kan organiseer.

5. Klassifiseer die datastelle as kategorieë of numerieë.

- (a) die getal bladsye in boeke
- (b) die spanwydte van leerders se arms
- (c) leerders se gunstelingsokkerspanne
- (d) die tyd wat dit neem om 1,5 km te hardloop
- (e) die koste van verskillende soorte selfone
- (f) die kleure van nuut vervaardigde motors

ORGANISEER KATEGORIESE DATA

Thandeka het die vraag gestel: Watter van Suid-Afrika se amptelike tale is die huistaal van die leerders in my klas?

Sy het 'n tabel met elke leerder se naam daarop opgestel. Toe het sy die data verkry deur elke leerder te vra wat sy of haar huistaal is, en dit op die tabel ingeskryf:

Naam	Taal	Naam	Taal	Naam	Taal
Nonkhanyiso	isiXhosa	Marike	Afrikaans	Herbert	Sepedi
Anna	Afrikaans	Jennifer	Sepedi	Thabo	isiXhosa
Mpho	Ndebele	Nomonde	isiXhosa	Nomi	isiXhosa
Nontobeko	isiZulu	Thandeka	Sepedi	Manare	Sepedi
Jonathan	Engels	Siza	isiZulu	Unathi	Sesotho
Sibongile	isiZulu	Prince	Sesotho	Gabriel	Ndebele
Dumisani	isiZulu	Duma	isiZulu	Marlene	Afrikaans
Matshediso	Sesotho	Thandile	Sepedi	Simon	Sesotho
Chokocha	Sepedi	Nicholas	Sesotho	Miriam	Setswana
Khanyisile	isiXhosa	Jabulani	isiZulu	Sibusiso	isiZulu
Ramphamba	Tshivenda	Nomhle	isiXhosa	Mishack	isiZulu
Portia	isiZulu	Frederik	Afrikaans	Peter	Setswana
Erik	Afrikaans	Lola	Afrikaans	Maya	Afrikaans
Jan	Afrikaans	Zinzi	isiXhosa	Thobile	Sesotho
Palesa	isiZulu	Jacob	Setswana		

Ons het nie die leerders se name vir hierdie data nodig nie. Dit kan as 'n lys van tale geskryf word:

isiXhosa, Afrikaans, Sepedi, Afrikaans, Sepedi, isiXhosa, Ndebele, isiXhosa, isiXhosa, isiZulu, Sepedi, Sepedi, Engels, isiZulu, Sesotho, isiZulu, Sesotho, Ndebele, isiZulu, isiZulu, Afrikaans, Sesotho, Sepedi, Sesotho, Sepedi, Sesotho, Setswana, isiXhosa, isiZulu, isiZulu, Tshivenda, isiXhosa, isiZulu, isiZulu, Afrikaans, Setswana, Afrikaans, Afrikaans, Afrikaans, Afrikaans, isiXhosa, Sesotho, isiZulu, Setswana

Kom ons werk met hierdie stel data om te sien wat dit vir ons sê.

1. Wat probeer ons deur hierdie lys van tale uitvind?

.....
.....

2. Maak dit saak in watter volgorde die tale geskryf is? Hoekom of hoekom nie?

.....
.....

3. (a) Die grafiek hier onder word 'n **puntstipping** (of dotplot) genoem. Gebruik Thandeka se tabel. Maak 'n kol bokant die taal vir elke leerder wat dit praat. Die tale is in alfabetiese volgorde. Probeer om die kolle ewe ver uitmekaar te maak. Die kolle vir Afrikaans is reeds vir jou ingeteken.



Afrikaans	Engels	isiXhosa	isiZulu	Ndebele	Sepedi	Sesotho	Setswana	Siswati	Tshivenda	Xitsonga
Tale										

(b) Watter tale het dieselfde getalle leerders?

.....

(c) Lys die tale in volgorde van die taal wat die meeste deur die leerders gepraat word, tot die wat die minste gepraat word.

.....
.....

Jy kan die inligting ook in 'n **telstrepie tabel** organiseer. Om dit te doen, trek jy een strepie (|) vir elke item wat jy tel. Die strepie is 'n **telstrepie**.

Ons groepeer die **telstrepies** in groepe van vyf. Die vyfde telstrepie word altyd horisontaal, dwarsdeur die vorige vier strepies getrek om te wys dat dit 'n voltallige groep van vyf is. Dan begin ons met 'n nuwe groep. So kan ons die telstrepies in 'n bepaalde kategorie vinniger en noukeuriger tel.

Voorbeelde van telstrepies:

'n telling van drie = |||

'n telling van vier = ||||

'n telling van vyf = |||||

'n telling van sewe = ||||| ||

4. (a) Voltooi die tabel.

Huistaal van leerders in die graad 7-klas

Taal	Getal leerders wat die huistaal praat	Totaal
Afrikaans		8
Engels		1
isiXhosa		
isiZulu		
Ndebele		
Sepedi		
Sesotho		
Setswana		
Siswati		
Tshivenda		
Xitsonga		
Totaal (hele klas)		

(b) Hoeveel leerders is altesaam gevra wat hulle huistaal is?

(c) Watter huistaal word die meeste in die klas gepraat?

(d) Watter tale word nie deur enige van die leerders as huistaal gepraat nie?

.....

(e) Skryf 'n kort verslag oor die bevindings rakende huistale in Thandeka se klas.

.....

.....

.....

.....

Puntstippings (dotplots) en telstreprietabelle word ook vir **numeriese data** gebruik. Jy kan die datawaardes direk in 'n voorafbereide tabel of puntstipping neerskryf soos jy hulle aanteken. Die data word dan terselfdertyd gesorteer.

STINGEL-EN-BLAARVOORSTELLINGS

'n **Stingel-en-blaarvoorstelling** is 'n manier om numeriese data of getalldata in twee kolomme, wat deur 'n vertikale lyn verdeel is, te organiseer. Elke getal word oor die twee kolomme geskryf.

Byvoorbeeld, as die getalle in die datastel uit syfers met tiene en ene bestaan (bv. 23, 25, 34), word die ene in die regterkantse kolom (die blaarkolom) geskryf en die tiene in die linkerkantse kolom (die stingel-kolom).

Numeriese data of getalldata is data wat uit getalle bestaan.

Voorbeeld 1

Wys hierdie data in 'n stingel-en-blaarvoorstelling:

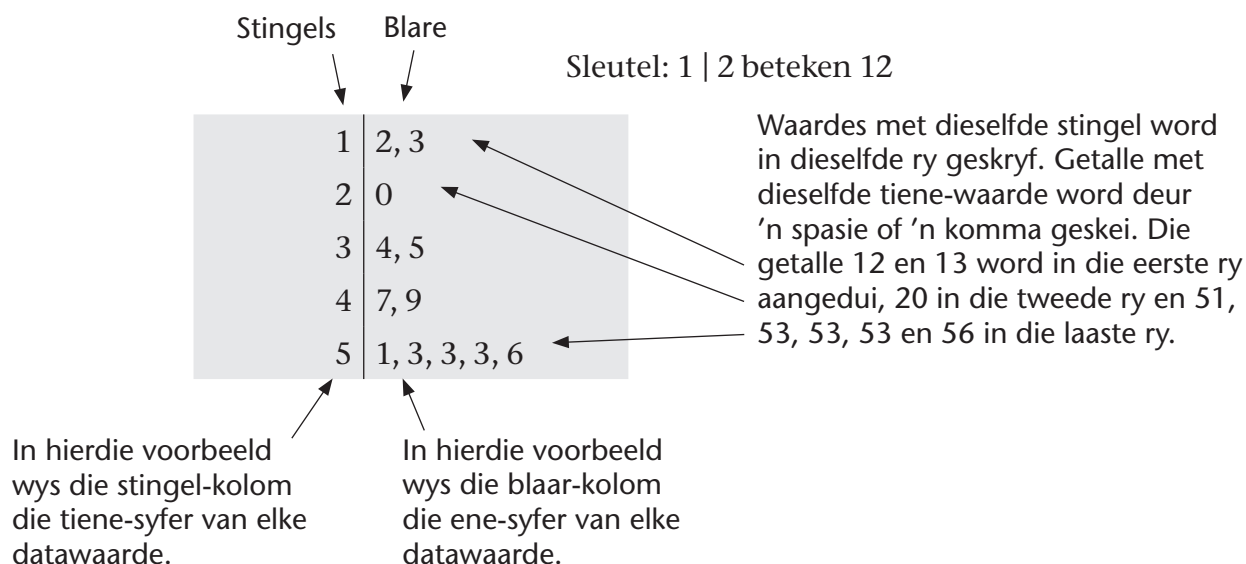
13, 56, 20, 35, 47, 53, 12, 51, 53, 49, 34, 53

Ons organiseer eers die waardes in die datastel van klein na groot:

12, 13, 20, 34, 35, 47, 49, 51, 53, 53, 53, 56

In hierdie voorbeeld strek die tiene-syfers van 1 tot 5, dus word hulle in die stingel-kolom geskryf. Dan skryf ons al die ene in die blaarkolom.

Die stingel-en-blaarvoorstelling van die datawaardes lyk so:



Voorbeeld 2

Hierdie stingel-en-blaarvoorstelling wys die ene as die blare, terwyl die honderde én die tiene as stingels geskryf word:

10	2, 5
11	0, 6
12	1, 4, 4
13	
14	7, 9
15	
16	1, 3, 8

Sleutel: 10 | 2 beteken 102

Die datawaardes is: 102, 105, 110, 116, 121, 124, 124, 147, 149, 161, 163, 168.

Let op die volgende: Wanneer daar 'n 0 in die blaar-kolom staan, beteken dit dat die ene-syfer 'n nul is soos in 110 hier bo. Wanneer daar niks in die blaar-kolom teenoor 'n stingel staan nie, beteken dit dat daar geen datawaarde met daardie spesifieke stingel is nie. Hier bo is daar byvoorbeeld geen waardes tussen 129 en 140 nie.

Wanneer jy stingel-en-blaarvoorstellings maak is dit belangrik om die getalle vertikaal in lyn ondermekaar te skryf, sodat jy die “blare” kan vergelyk. Trek strepies om jou te help. (Of jy kan blokkiespapier gebruik as jy het.)

PUNTSTIPPINGS EN STINGEL-EN-BLAARVOORSTELLINGS

1. Kyk na die volgende stingel-en-blaarvoorstelling en beantwoord dan die vrae:

13	1, 9
14	0
15	
16	2, 3, 5, 5, 5
17	6, 8, 8
18	
19	4, 6, 7

Sleutel: 13 | 1 beteken 131

(a) Skryf die datawaardes van die datastel in die stingel-en-blaarvoorstelling neer.

.....

(b) Val die meeste van die datawaardes in die 160's of die 170's?

(c) Watter datawaarde kom die meeste voor?

(d) Voeg hierdie datawaardes by die stingel-en-blaarvoorstelling: 143; 167; 199.

(e) Daar is geen datawaardes in die 150's nie. Kan ons die volgende by die stingel-en-blaarvoorstelling byvoeg om te wys dat dit so is? Verduidelik jou antwoord.

15 | 0

.....

.....

2. (a) Rangskik die volgende datawaardes van die kleinste tot die grootste:
378, 360, 390, 378, 378, 400, 379, 382, 354, 394, 399, 395, 378, 361, 375

.....

- (b) Organiseer die data in 'n stingel-en-blaarvoorstelling.

Sleutel:



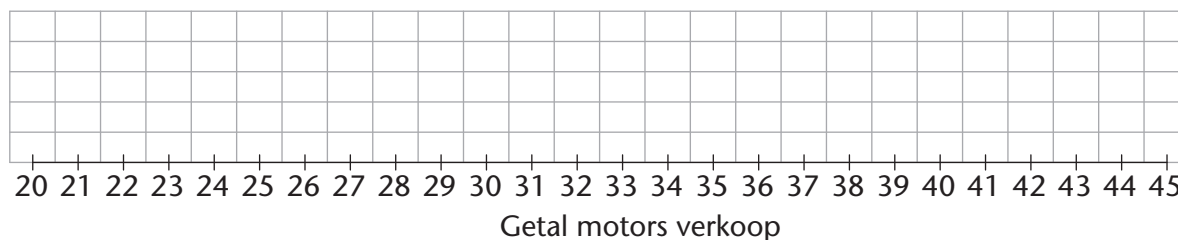
- (c) Watter datawaarde kom die meeste voor?

3. (a) Hierdie datastelle wys die verkope van twee nuwe motorfabrikate (Jupiter en Mercury) oor 24 maande. Maak 'n puntstipping (dotplot) op die getallelyne vir elke datastel.

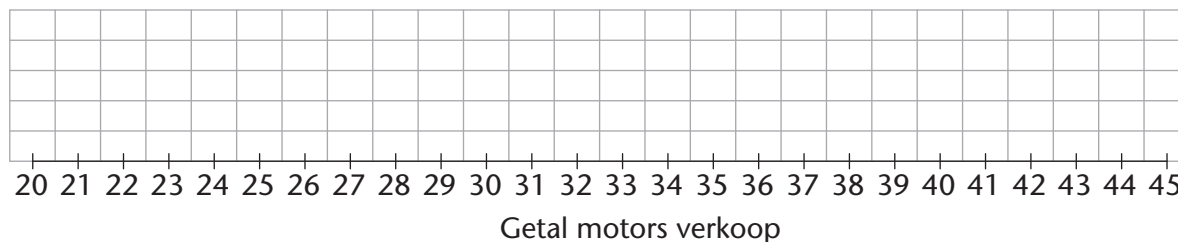
Mercury: 23, 27, 30, 27, 32, 31, 32, 32, 35, 33, 28, 39, 32, 29, 35, 36, 33, 25, 35, 37, 26, 28, 36, 30

Jupiter: 31, 44, 30, 36, 37, 34, 43, 38, 37, 35, 36, 34, 31, 32, 40, 36, 31, 44, 26, 30, 37, 43, 42, 33

Mercury



Jupiter



- (b) Wat word jy wys uit die verkope van die twee soorte motors as jy na die kolle op die grafiek kyk? Wat beteken dit?

.....
.....
.....

WERK MET GEGROEPEERDE DATA

1. Anita het data van 'n steekproef van graad 7-leerders ingesamel om te bepaal hoe ver hulle van die naaste kruidenierswinkel af woon. Die resultate is hier onder. Die waardes is in kilometer, korrek tot 2 desimale syfers, aangedui.

0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,5	0,6
0,6	0,7	0,7	0,7	0,8	0,8	0,8	0,9	0,9	0,9	1	1	1	1,5	1,5
2	2	2	2	2,5	2,5	3	3	3	3,5	3,5	4	4	4	4,5
5	5	6	6	7	7	8	8	9	10	10	15	20	23	30

- (a) Voltooi die tabel hier regs om aan te dui hoeveel van die datawaardes in elkeen van die intervale voorkom.
- (b) Hoe ver woon die meeste leerders van die naaste kruidenierswinkel af?

Interval	Frekwensie
minder as 1,0 km	
1,0–5,9 km	
6,0–9,9 km	
10 km of verder	

.....

2. Hier is die lengtes van 50 graad 7-seuns (in cm):

165	148	150	160	165	150	156	155	164	162
160	158	138	158	140	146	160	148	152	139
165	148	152	139	165	148	160	163	178	138
142	179	156	160	160	171	140	160	164	135
159	143	167	138	163	164	155	160	167	165

- (a) Maak 'n stingel-en-blaarvoorstelling van hierdie datastel.

Sleutel:

--	--

- (b) Skryf 'n paar reëls oor wat jy uit die data wys word.

.....

.....

.....

- (c) Voltooi die frekwensietabel vir die gegroepeerde data deur gebruik te maak van jou stingel-en-blaarvoorstelling.

Klasinterval (cm)	Frekwensie
130–139	
140–149	
150–159	
160–169	
170–179	
Totaal	

13.3 Som data op

Wanneer jy data versamel het, is dit dikwels nodig om vir ander te vertel wat jy gevind het. Ander mense sal wil weet wat jou gevolgtrekkings is sonder om na al die data wat jy ingesamel het te kyk.

Dit is dikwels nuttig om 'n stel numeriese of getalldata op te som deur slegs *een* datawaarde te gebruik. Byvoorbeeld, watter waarde beskryf die volgende datastel die beste?

0 1 1 5 8 8 9 9 10 10 10 11 11

Statistici gebruik enige van drie datawaardes wat die mees sentrale waardes in die stel aandui, of die datawaarde waarom ander datawaardes oënskynlik opeenhoop. Hierdie datawaardes word die **sentrale waardes** of **opsommende statistiek** genoem.

- Die **modus** is die datawaarde wat meer dikwels as enige ander waarde in 'n datastel voorkom. In die voorbeeld hier bo is die modus 10, want dit kom die meeste (3 keer) voor.
- Die **mediaan** is die datawaarde wat presies in die middel van die stel datawaardes lê as dit van die kleinste na die grootste gerangskik is. Vir die stel data hier bo is die mediaan 9, omdat daar ses datawaardes regs van die eerste 9 lê en ses datawaardes links daarvan.
- Die **gemiddelde** is die som (totaal) van al die datawaardes gedeel deur die totale getal datawaardes in die stel. Dus:

$$\text{Gemiddelde} = \frac{\text{Totaal van waardes}}{\text{Getal waardes}} = \frac{93}{13} = 7,15$$

Statistici is wiskundiges wat spesialiseer daarin om data te versamel, dit te organiseer en te ontleed.

'n Datastel kan meer as een modus hê.

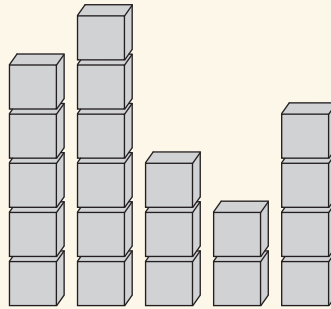
As die datawaardes uit 'n ewe getal datawaardes bestaan, is die mediaan = som van die twee middelste waardes gedeel deur 2.

In die datastel hier bo, kan óf 10 (modus), 9 (mediaan), óf 7,15 (gemiddelde) gebruik word om die datastel voor te stel.

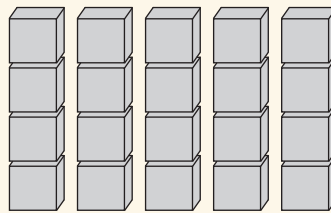
WAT BETEKEN GEMIDDELDE?

Hierdie aktiwiteit sal jou help om te verstaan hoe die gemiddelde die hele stel data voorstel.

Bou blokkiestorings van verskillende hoogtes:



Skuif nou die blokkies van die hoër torings na die laer torings om hulle gelyk te maak:



Jy het so pas die gemiddelde gekry: elke toring bestaan nou uit 4 blokkies. Maar hoe werk dit as jy net met die getalle 5, 6, 3, 2 en 4 moet werk? Jy tel hulle bymekaar en deel die antwoord met die aantal getalle wat jy het:

$$5 + 6 + 3 + 2 + 4 = 20$$

$$20 \div 5 = 4$$

Dit beteken dat jy 'n enkele getal kan uitwerk om in die plek van die verskillende getalle te gebruik en steeds dieselfde totaal kan kry.

Dit is ook nuttig om te weet hoe ver die datawaardes uitmekaar versprei is.

Die **omvang** van 'n stel data is die verskil tussen die hoogste waarde en die laagste waarde.

Byvoorbeeld, vir die stel datawaardes op die vorige bladsy is die omvang:

$$11 - 0 = 11$$

Hoe groter die omvang, hoe meer is die data versprei. Hoe kleiner die omvang, hoe meer is die data om gelyke waardes gekonsentreer.

STEL DIE MODUS, MEDIAAN, GEMIDDELDE EN OMVANG VAS

- Hierdie stel data wys die skoengroottes van 'n steekproef leerders by 'n skool:
1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6
 (a) Wat is die modus van die datastel?
 (b) Wat is die mediaan van die datastel?
 (c) Wat is die gemiddelde? (Rond jou antwoord af tot die naaste telgetal.)

 (d) Wat is die omvang van die datastel?
- 'n Steekproef van graad 7-leerders het hierdie data opgelewer. Dit wys die getal broers en susters van die leerders:
0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 5
 (a) Hoeveel leerders is in die steekproef?
 (b) Wat is die modus van die datastel?
 (c) Wat is die mediaan van die datastel?
 (d) Wat is die gemiddelde? (Rond jou antwoord af tot die naaste telgetal.)

 (e) Wat is die omvang van die datastel?
- Die volgende datastel wys die getal ure wat 'n steekproef van ouers by Skool A in 'n week gewerk het:
15, 16, 20, 25, 25, 30, 40, 40, 40, 40, 40, 42, 45, 45, 48, 48
 (a) Hoeveel ouers is in die steekproef?
 (b) Wat is die modus van die datastel?
 (c) Wat is die mediaan van die datastel?

 (d) Wat is die gemiddelde? (Rond jou antwoord af tot een desimale plek.)

 (e) Wat is die omvang van die datastel?

Onthou, as die getal datawaardes in 'n stel data ewe is, is die mediaan = die som van die twee middelste getalle gedeel deur 2.

4. Hierdie datastel wys hoeveel uur ouers in 'n steekproef by Skool B in 'n week gewerk het:

25, 30, 35, 35, 35, 40, 40, 40, 40, 40, 42, 45, 45, 45, 48, 50

(a) Hoeveel ouers is in die steekproef?

(b) Wat is die modus van die datastel?

(c) Wat is die mediaan?

.....

.....

.....

(d) Wat is die gemiddelde? (Rond jou antwoord af tot een desimale plek.)

.....

.....

.....

(e) Wat is die omvang van die datastel?

.....

5. Die volgende is 'n lys met toetspunte van leerders in 'n graad 7-klas:

40, 42, 44, 13, 10, 23, 68, 31, 69, 91, 30, 49, 50, 53, 67, 94, 61, 64, 67, 34

(a) Rangskik die toetspunte van die laagste tot die hoogste.

.....

(b) Hoeveel leerders is in die populasie?

(c) Wat is die modus van die datastel?

(d) Wat is die mediaan van die datastel?

.....

.....

.....

(e) Wat is die gemiddelde?

.....

.....

.....

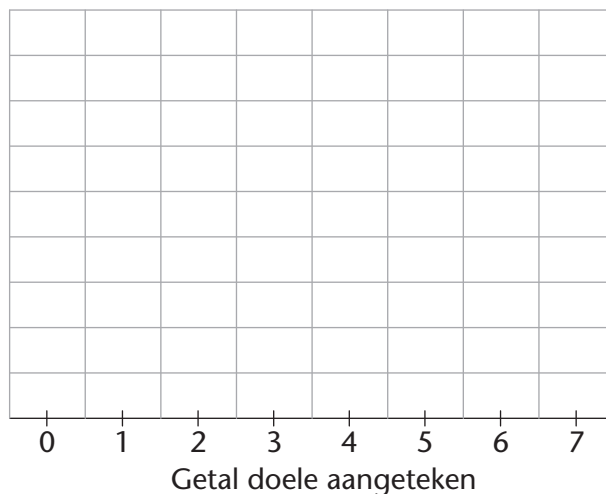
(f) Wat is die omvang van die datastel?

.....

6. 'n Hokkiespeelster het die getal doele wat sy in haar laaste 30 wedstryde aangeteken het, neergeskryf:

1 1 3 2 0 0 4 2 2 4 3 1 0 1 0
2 1 5 1 3 7 2 2 2 4 3 1 1 0 3

- (a) Maak 'n puntstipping om hierdie datawaardes te organiseer.



Gebruik nou die puntstipping om die volgende vrae te beantwoord.

- (b) Watter van die waardes verskil baie van die ander?

.....

- (c) Watter getal doele het sy die meeste keer in 'n wedstryd aangeteken?

.....

- (d) Hoeveel doele het sy in die twee groepe van vyf wedstryde elk aangeteken?

.....

- (e) Wat is volgens die puntstipping die modus van die data?

.....

- (f) Gebruik die puntstipping om die mediaan te bepaal.

.....

- (g) Wat is die gemiddelde getal doele wat sy aangeteken het?

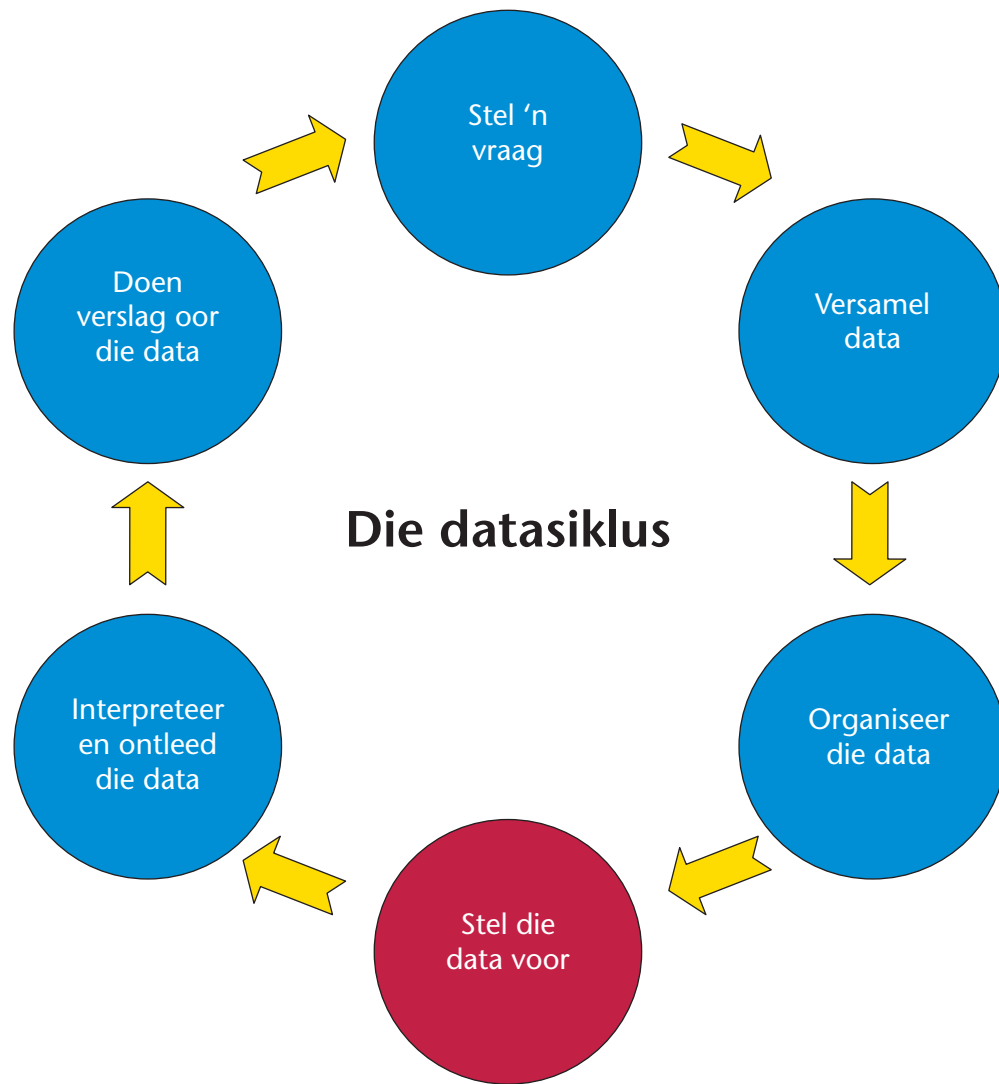
.....

HOOFSTUK 14

Stel data voor

Nadat data bymekaar gemaak en georganiseer is, stel ons dit dikwels grafies voor. Dit help ons om die data en patrone in die data duideliker te sien. In hierdie hoofstuk gaan jy staafgrafieke, dubbele staafgrafieke en sirkeldiagramme waaroor jy reeds in vorige grade geleer het, hersien. Jy gaan ook van 'n nuwe soort grafiek, die histogram, en hoe dit van 'n staafgrafiek verskil, leer. Verder sal jy leer hoe om jou eie sirkeldiagramme te teken deur breuke van 'n volle sirkel te skat.

14.1 Staafgrafieke en dubbele staafgrafieke.....	191
14.2 Histogramme	194
14.3 Sirkeldiagramme	202



14 Stel data voor

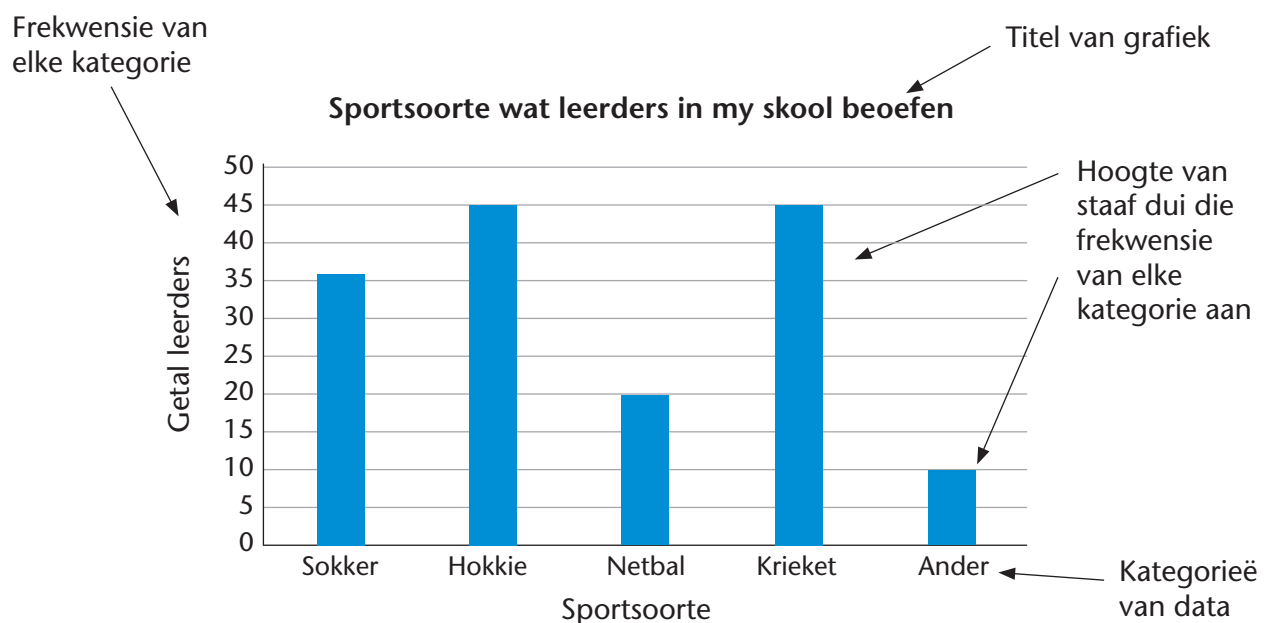
Nadat ons data ingesamel en georganiseer het, moet ons die resultate in 'n toeganklike en bruikbare formaat voorstel.

Toe jy in die vorige hoofstuk puntstippings (dotplots) geteken het, kon jy duidelik sien watter kategorieë of metings dikwels voorgekom het en watter minder dikwels. Daar is 'n paar verskillende grafieke waarmee ons belangrike aspekte van die data duidelik kan wys. Jy moet weet hoe om sulke grafieke te teken.

14.1 Staafgrafieke en dubbele staafgrafieke

TEKEN 'N STAAFGRAFIEK

'n **Staafgrafiek** wys gewoonlik kategorieë (of klasse) data langs die horisontale as, en die frekwensie van elke kategorie langs die vertikale as. (Die asse word soms omgeruil.) Hier onder is 'n voorbeeld van 'n staafgrafiek.



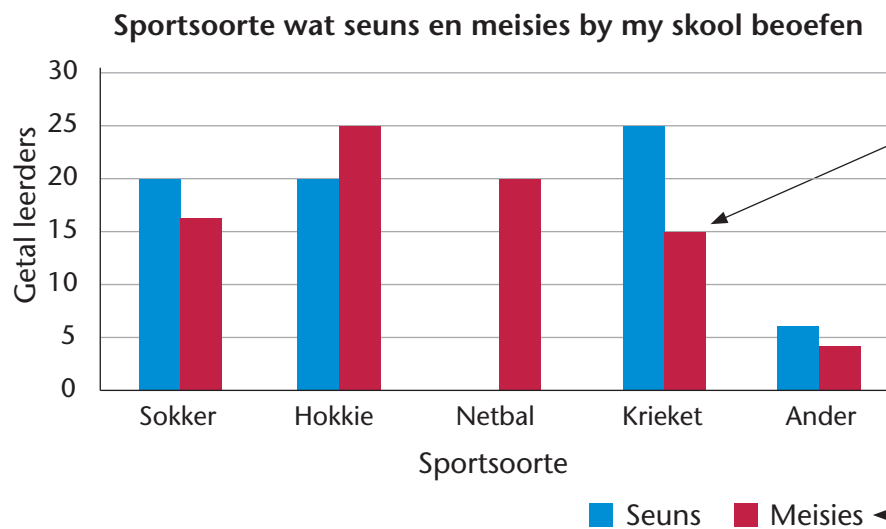
Blaai terug na afdeling 13.2 van Hoofstuk 13, waar jy 'n puntstipping gemaak het van die data wat Thandeka oor die huistale van leerders in haar klas ingesamel het. Teken 'n staafgrafiek op die stel asse op die volgende bladsy. Teken die stawe sodat hulle die regte hoogte het deur na die getalle op die vertikale as te kyk.

Huistale van die graad 7-klas



DUBBELE STAAFGRAFIEKE

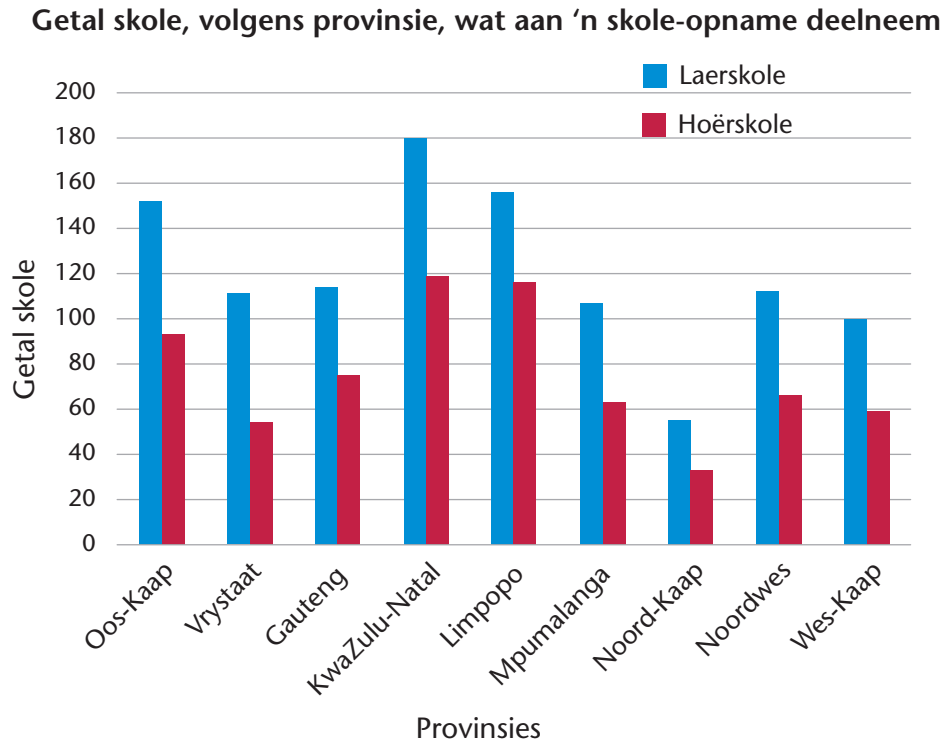
'n **Dubbele staafgrafiek** stel twee stelle data vir elke kategorie voor. Byvoorbeeld, die dubbele staafgrafiek hier onder stel data voor wat by seuns en meisies afsonderlik in elke kategorie versamel is.



Twee stawe word by elke kategorie gewys. Die blou stawe dui die data vir seuns aan en die rooi stawe die data vir meisies.

'n Sleutel verduidelik die kleure wat gebruik is om tussen die twee stelle data te onderskei.

1. Kyk na die data hier onder en beantwoord die vrae wat volg.



- (a) Het meer laerskole of meer hoërskole aan die opname deelgeneem?

.....

- (b) In watter provinsie het daar minder as 50 hoërskole deelgeneem?

.....

- (c) In watter provinsies het meer as 150 van hul laerskole deelgeneem?

.....

2. Teken 'n dubbele staafgrafiek om die volgende data voor te stel. Doen dit op die rooster op die volgende bladsy.

Geriewe beskikbaar by skole in Provinsie A en Provinsie B

Geriewe	Persentasie van skole in Provinsie A	Persentasie van skole in Provinsie B
Elektrisiteit	73	50
Lopende water	68	45
Rekenaars	60	20
Internet	30	10



14.2 Histogramme

'N SITUASIE WAAR DATA GEORGANISEER MOET WORD

1. Mnr. Marais wil 'n lemoenplaas koop. Daar is drie plase beskikbaar, elk met 'n lemoenboord en die drie plase kos ongeveer dieselfde. Daar is 40 bome op elke plaas. Die totale massa lemoene (in kg) wat oor die afgelope drie jaar van elke boom op elke plaas gepluk is, word hier onder gegee. Watter plaas moet hy koop?

Plaas A:

426	628	467	413	862	585	652	600	734	611
741	605	536	643	833	438	613	704	623	719
719	701	501	768	642	444	751	579	695	726
616	619	441	703	902	947	785	952	725	721

Plaas B:

822	736	773	674	884	463	644	433	688	487
884	530	448	410	982	638	492	638	725	621
743	661	744	530	560	745	455	943	760	734
888	457	621	969	507	500	542	831	576	801

Plaas C:

438	530	743	947	450	777	859	748	473	724
750	852	428	464	725	554	758	997	467	743
722	438	779	690	785	543	752	898	474	483
460	772	544	756	491	576	482	744	701	803

2. Hoe kan 'n mens die data van die lemoenbome organiseer, sodat die boer 'n duidelike prentjie kan kry van die verskil in opbrengs tussen die lemoenboorde op die drie plase? Skryf vir eers net neer hoe jy dink die data georganiseer kan word. Jy sal die data later organiseer wanneer jy die vrae wat volg beantwoord.

.....

.....

3. Voltooi hierdie telstrepie- en frekwensietabelle vir die data oor die massas van lemoene wat op die drie plase geoes is.

Massas van lemoene wat van verskillende bome op Plaas A geoes is

Massa van lemoene vanaf elke boom geoes, volgens klasintervalle	Getal bome wat die massa in die interval gelever het	Totaal
400 kg of meer maar minder as 500 kg	HHH	
500 kg of meer maar minder as 600 kg	IIII	
600 kg of meer maar minder as 700 kg	HHH HHH II	
700 kg of meer maar minder as 800 kg	HHH HHH III	

Massas van lemoene wat van verskillende bome op Plaas B geoes is

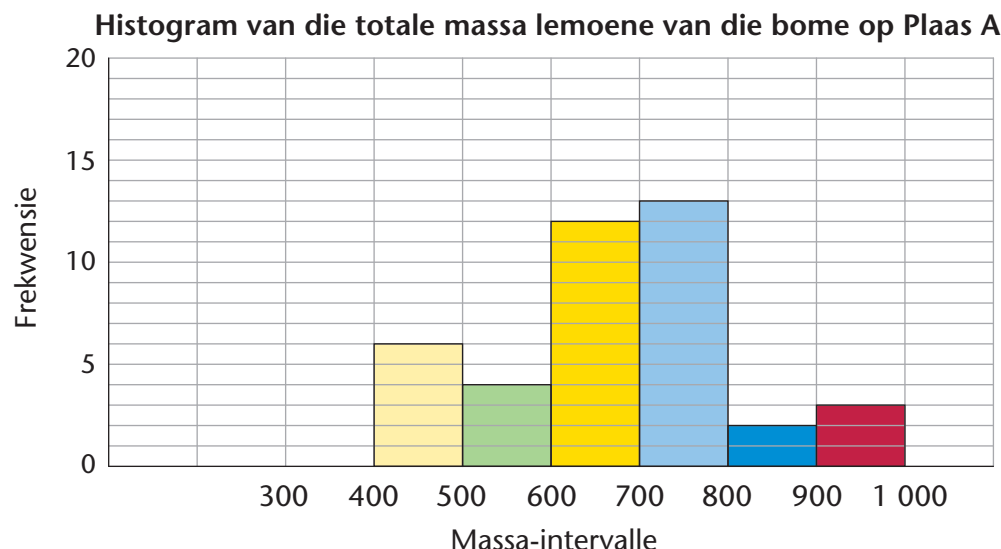
Klasinterval	Getal bome wat die massa in die interval gelever het	Totaal
400 kg of meer maar minder as 500 kg	HHH III	8
500 kg of meer maar minder as 600 kg	HHH II	7
600 kg of meer maar minder as 700 kg	HHH III	
700 kg of meer maar minder as 800 kg	HHH III	
800 kg of meer maar minder as 900 kg		
900 kg of meer maar minder as 1 000 kg		

Massas van lemoene wat van verskillende bome op Plaas C geoes is

Klasinterval	Getal bome wat die massa in die interval gelever het	Totaal
400 kg of meer maar minder as 500 kg		
700 kg of meer maar minder as 800 kg		

Op die volgende bladsy gaan jy leer om grafieke van die data vir die drie plase te teken.

Hierdie grafiek stel die data vir Plaas A voor.



Hierdie soort grafiek word 'n **histogram** genoem.

(Die kolomme in 'n histogram word gewoonlik nie verskillend ingekleur nie of glad nie ingekleur nie. Hier word hulle wel ingekleur, sodat jy die vrae oor hulle in vraag 4 kan beantwoord.)

Die getalle 400 links van die liggeel kolom en 500 regs van die liggeel kolom dui aan dat massas van 400 kg of meer, maar minder as 500 kg, in daardie interval getel is.

Die hoogte van elke kolom stel die getal van elke massa (die frekwensie) voor wat in daardie interval voorkom.

4. (a) 'n Totaal van 536 kg lemoene is van een van die bome op Plaas A oor 'n tydperk van 3 jaar geoes. In watter kolom van die histogram hier bo word die boom voorgestel? Verduidelik jou antwoord.

.....

.....

.....

- (b) Watter massas word in die rooi kolom voorgestel?

.....

.....

- (c) Watter klasinterval word deur die ligblou kolom voorgestel?

.....

.....

- (d) Hoeveel massas word in die groen kolom voorgestel?

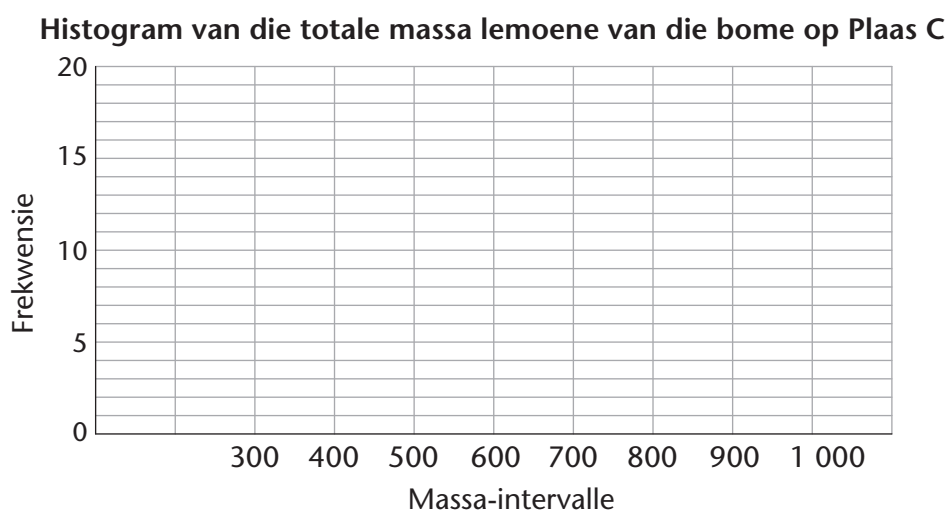
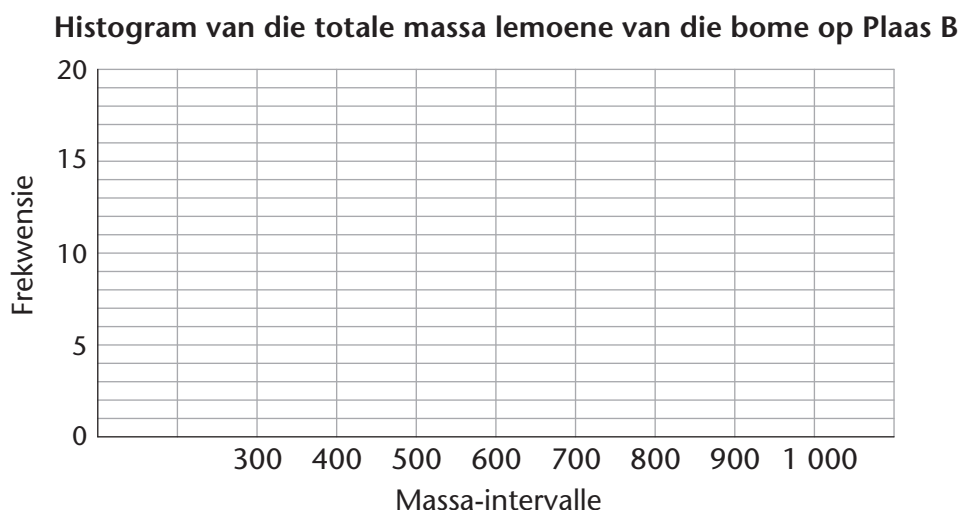
.....

.....

- (e) Watter kolom stel die hoogste frekwensie voor?

.....

5. Voltooi die histogramme hier onder.



Die verskillende klasintervalle is **opeenvolgend** en kan nie waardes hê wat oorvleuel nie. Ons kan byvoorbeeld lengtes in klasintervalle van 10 cm indeel, soos hier gedoen is:

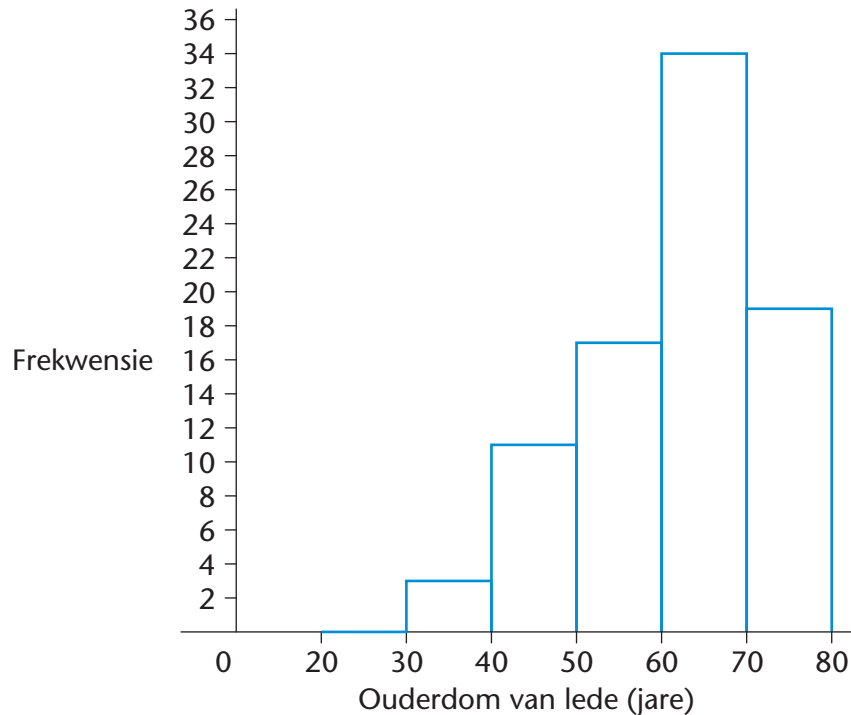
Lengte (m)	Lengtes binne die klasinterval	Frekwensie
1,20–1,30	1,20; 1,25; 1,29	3
1,30–1,40	1,30; 1,31; 1,35; 1,39	4
1,40–1,50	1,40; 1,46; 1,48; 1,48; 1,49	5
1,50–1,60	1,53; 1,53; 1,57; 1,58; 1,59; 1,59	6

Ons volg die konvensie dat die hoogste waarde (ook genoem die **boonste grens**) van elke klasinterval *nie* by die interval ingesluit word nie.

'n Lengte van 1,20 m val dus in die interval 1,20–1,30 m, maar die lengte 1,30 m val in die interval 1,30–1,40 m.

INTERPRETEER 'N HISTOGRAM

Bestudeer hierdie histogram wat die getal lede, in verskillende ouderdomsgroepe, van 'n sportklub voorstel. Beantwoord dan die vrae wat volg.



1. Teken 'n frekwensietabel om die inligting voor te stel.

2. Hoeveel van die lede is in hulle vyftigs?

3. Hoeveel lede is daar in die klub?

.....

4. Toe jy 'n staafgrafiek geteken het, het dit nie saak gemaak in watter volgorde die stawe was nie. Maak die volgorde van die kolomme in die histogram saak? Verduidelik.

.....

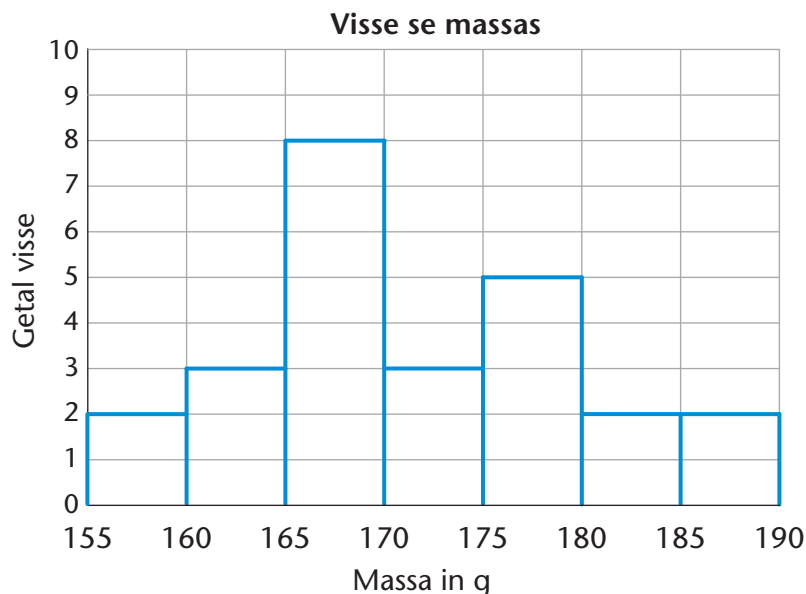
.....

Let daarop dat jy nie individuele datawaardes van 'n histogram kan aflees nie – dit het “verdwyn”. Byvoorbeeld, dieselfde datastel is gebruik vir die stingel-en-blaarvoorstelling en die histogram hier onder:

Visse se massas in g

15	7, 8
16	2, 3, 3
16	5, 5, 6, 7, 8, 8, 9, 9
17	1, 2, 3
17	6, 7, 7, 8, 8
18	0, 3
18	6, 7

Sleutel: 15|7 beteken 157



'n Histogram het gewoonlik baie meer datawaardes as 'n stingel-en-blaarvoorstelling – te veel om op laasgenoemde manier aangedui te kan word. Dit sou byvoorbeeld moeilik wees om die 84 waardes vir die sportklublede in 'n stingel-en-blaarvoorstelling op te teken.

TEKEN NOG HISTOGRAMME

- Die tabel wys hoe lank dit leerders van 'n graad 7-klas by Suidland Laerskool neem om by die skool te kom. Jy gaan die data in die tabel netnou in vraag (d) met 'n histogram voorstel.

Tyd (minute)	Frekwensie
0–10	7
10–20	18
20–30	11
30–40	3

- Hoeveel leerders is uitgevra na hoe lank dit hulle neem om by die skool te kom?

.....

- Kyk na die rooster in vraag (d). Wat moet jy in ag neem om jou te help besluit op 'n skaalindeling vir die vertikale as?

.....

.....

- Watter skaal sal jy op die horisontale as gebruik? Verduidelik jou antwoord.

.....

.....

(d) Teken 'n histogram van die data.



2. Die tabel wys die bedrag geld wat verskillende straatverkopers elke week uit die verkoop van hulle ware maak.

(a) Hoeveel straatverkopers is oor hulle inkomste uitgevra?

.....

(b) Kyk na die rooster hier onder. Besluit op 'n skaal vir die vertikale as van 'n histogram en dui dit aan.

(c) Besluit op 'n skaal vir die horisontale as en dui dit aan.

(d) Voltooi die histogram om die data te illustreer.

Geld (R)	Frekwensie
0–100	6
100–200	9
200–300	11
300–400	7
400–500	5



3. In Natuurwetenskappe het leerders boontjies geplant en die hoogtes van die plantjies na 2 maande gemeet. Hier is die data wat hulle aangeteken het (in sentimeter):

34 65 72 42 37 29 78 43 79 91 43 45 28 42 79
34 92 87 40 43 43 78 82 47 85 43 32 86 76

- (a) Voltooi die frekwensietabel:

Hoogte van boontjieplante (cm)	Telstrepies	Frekwensie
20–30		
30–40		
40–50		
50–60		
60–70		
70–80		
80–90		
90–100		
Totaal		

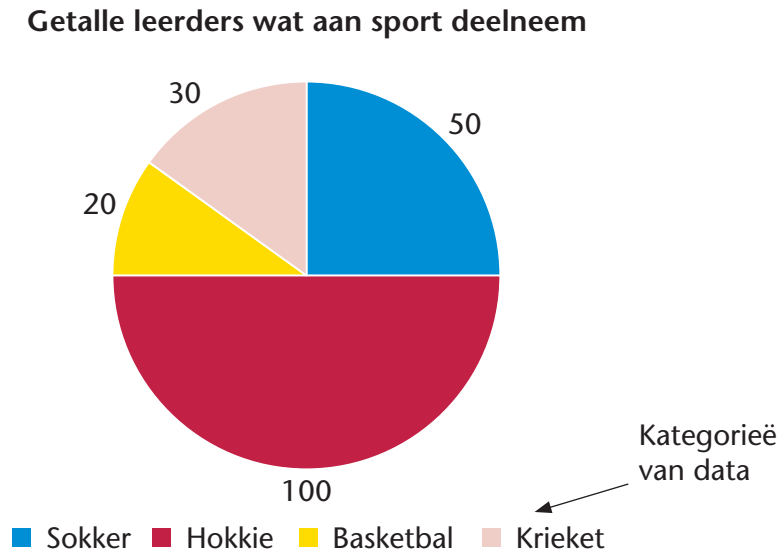
- (b) Teken 'n histogram van hierdie data.



14.3 Sirkeldiagramme

'n **Sirkeldiagram** bestaan uit 'n sirkel wat in snye (**sektore**) verdeel is. Hierdie sektore wys hoe die verskillende kategorieë van data die totale versameling data uitmaak. Groter kategorieë van data beslaan groter snye (sektore) van die sirkel.

Kyk na hierdie voorbeeld van 'n sirkeldiagram.



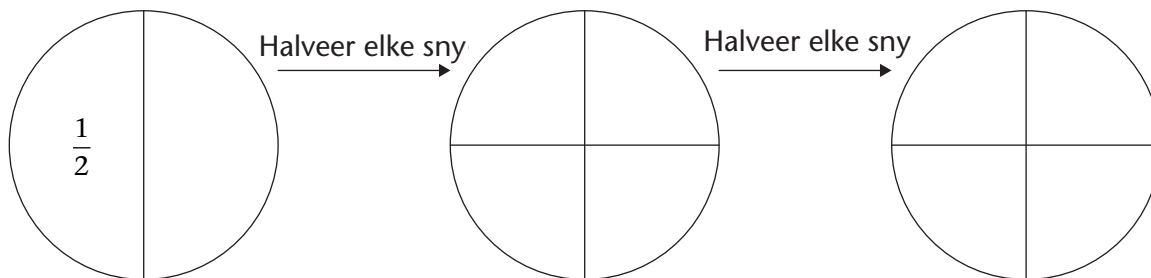
'n Mens kan die volgende uit die sirkeldiagram wys word:

- Altesaam 200 leerders is uitgevra oor die sport waaraan hulle deelneem:
 $20 + 30 + 50 + 100 = 200$
- Die sleutel wys die vier kategorieë van data:
 - sokker
 - hokkie
 - basketbal
 - krieket.
- 100 van die 200 leerders speel hokkie. Dit is die grootste kategorie en kry die grootste sny ('n helfte van die hele).
- 20 van die 200 leerders speel basketbal. Dit is die kleinste kategorie en kry die kleinste sny (een tiende van die hele).

Jy sal in die hoërskool leer om akkurate sirkeldiagramme te teken. Vanjaar sal jy slegs die groottes van die snye wat elke kategorie in die sirkeldiagram beslaan, skat.

SKAT SNYGROOTTES VAN 'N SIRKELDIAGRAM

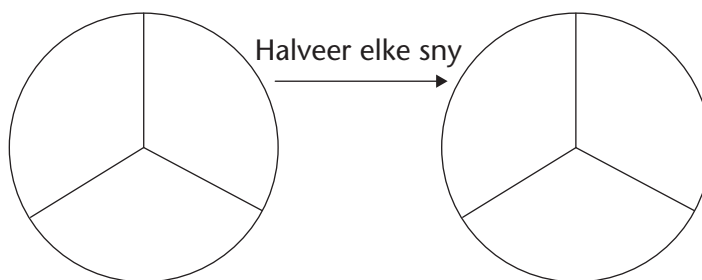
1. (a) Skryf die breuk van die hele wat elke sny (sektor) in die volgende diagramme voorstel.



$$\frac{1}{2} = \dots\dots\dots\%$$

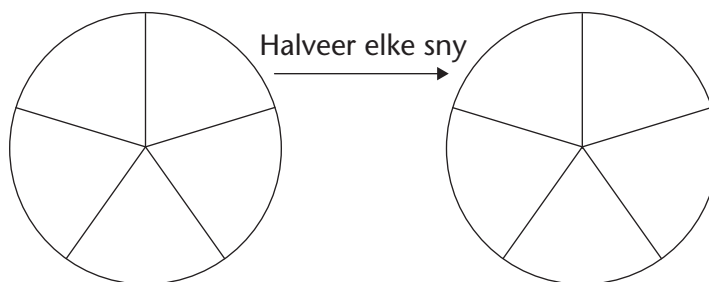
.....

.....



.....

.....



.....

.....

- (b) Skryf die persentasie van elke breuk in vraag 1(a) onder elke diagram.

Jy kan die diagramme hier bo gebruik om die grootte van snye te skat wanneer jy jou eie sirkeldiagramme trek.

2. Gebruik die data in elk van die volgende tabelle om die sirkeldiagramme te voltooi.
Jy moet:

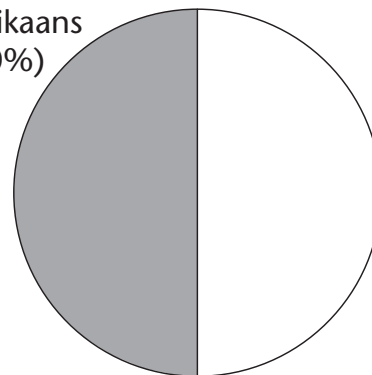
- 'n byskrif by die grootste sny (sektor) neerskryf
- die oorblywende sektor verdeel in die dele wat die ander tale voorstel
- elke sny benoem.

(a)

Provinsie: Wes-Kaap

Hooftale	Frekwensie (in %)
Afrikaans	50%
Engels	20%
isiXhosa	25%
Ander	5%

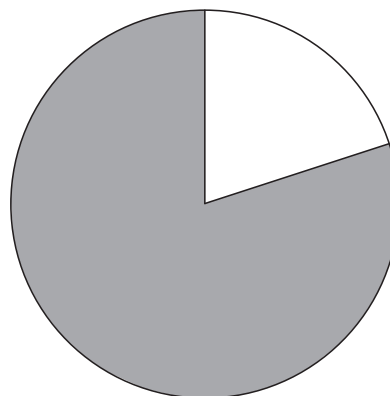
Afrikaans
(50%)



(b)

Provinsie: KwaZulu-Natal

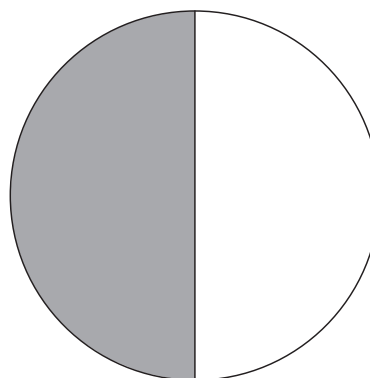
Hooftale	Frekwensie (in %)
Engels	15%
isiZulu	80%
Ander	5%



(c)

Provinsie: Limpopo

Hooftale	Frekwensie (in %)
Sepedi	50%
Tshivenda	15%
Xitsonga	20%
Ander	15%



STEL DATA AS BREUKE EN PERSENTASIES IN SIRKELDIAGRAMME VOOR

Om data in 'n sirkeldiagram te kan voorstel, moet jy weet hoe om die frekwensies van die verskillende kategorieë om te skakel in 'n breuk of persentasie van die totaal.

1. Die leerders in Klas A is gevra hoeveel tale hulle kan praat. Die tabel wys die data wat verkry is.
 - (a) Voltooi die 'Breuk'-kolom deur uit te werk watter breuk van die hele elke kategorie uitmaak.
 - (b) Voltooi die 'Persentasie'-kolom deur die breuke na persentasies om te skakel.

Onthou, om 'n gewone breuk as 'n persentasie te skryf, moet jy met 100% vermenigvuldig.

Getal tale wat leerders in Klas A praat

Tale	Frekwensie	Breuk	Persentasie
Een taal	10	$\frac{10}{40} = \frac{1}{4}$	25%
Twee tale	20		
Drie tale	6		
Vier tale	2		
Meer as vier tale	2		
Totaal	40	$\frac{40}{40}$	100%

- (c) Teken 'n sirkeldiagram van die data in jou voltooide tabel. Gebruik jou passer of 'n ronde voorwerp om die sirkel te trek. Skat dan die grootte van die verskillende snye of sektore van die sirkeldiagram.

2. Die leerders in Klas B is ook gevra hoeveel tale hulle kan praat. Die tabel wys die data wat by hulle ingesamel is.

- Voltooi die 'Breuk'-kolom deur uit te werk watter breuk van die hele elke kategorie uitmaak.
- Voltooi die 'Persentasie'-kolom deur die breuke na persentasies om te skakel.

Getal tale wat leerders in Klas B praat

Tale	Frekwensie	Breuk	Persentasie
Een taal	12	$\frac{12}{60} = \frac{1}{5}$	20%
Twee tale	30		
Drie tale	12		
Vier tale	3		
Meer as vier tale	3		
Totaal	60	$\frac{60}{60}$	100%

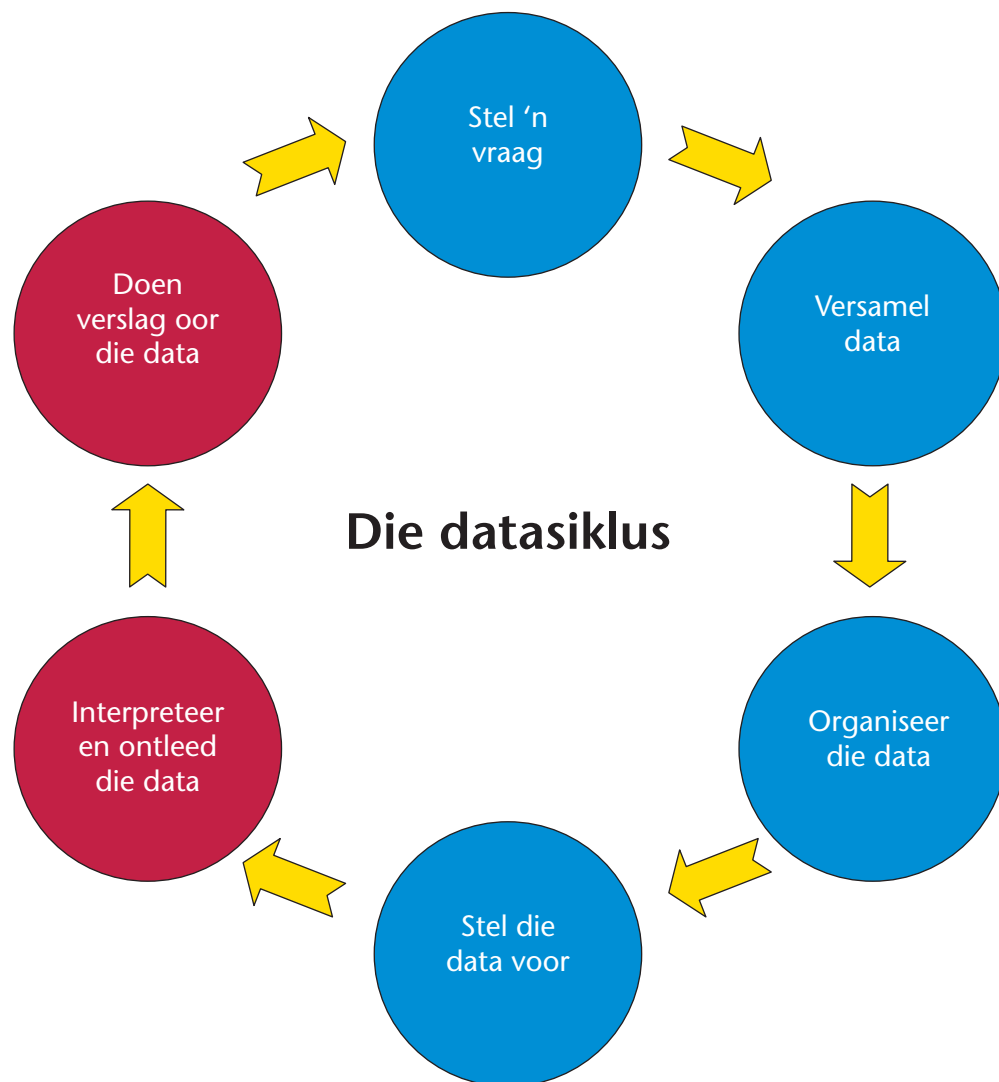
- Teken 'n sirkeldiagram van die data in jou voltooide tabel.

HOOFSTUK 15

Interpreteer, ontleed en doen verslag oor data

Teen hierdie tyd behoort jy in staat te wees om data wat voorgestel is in woorde, staafgrafieke, dubbele staafgrafieke, sirkeldiagramme en histogramme te kan lees en interpreteer. Die aktiwiteite in hierdie hoofstuk sal jou help om die interpretering en ontleding van sulke data in te oefen. Terselfdertyd sal jy gevra word om krities oor data te dink, veral of die maniere waarop data voorgestel word misleidend kan wees en die leser verkeerde gevolgtrekkings kan laat maak. Jy sal ook oefen om verslag te doen oor data deur die inligting in kort paragrawe op te som.

15.1 Interpreteer en doen verslag oor data	209
15.2 Herken vooroordeel en misleidende data	212



15 Interpreteer, ontleed en doen verslag oor data

15.1 Interpreteer en doen verslag oor data

LEES KRITIES EN GEE TERUGVOER OOR DATA

1. Lees die volgende paragraaf en beantwoord die vrae wat daarop volg.

In 2009 het 'n steekproef van 2 500 skole uit ongeveer 26 000 skole regoor Suid-Afrika aan 'n opname deelgeneem om data oor leerders en skole te verskaf. Die steekproef het skole uit elke provinsie ingesluit: 415 skole uit die Oos-Kaap, 238 uit die Vrystaat, 265 uit Gauteng, 386 uit KwaZulu-Natal, 326 uit Limpopo, 248 uit Mpumalanga, 129 uit die Noord-Kaap, 275 uit Noordwes en 218 uit die Wes-Kaap.

Aangepas uit: *Census@School Results 2009*, Statistiek Suid-Afrika

- (a) Wat was die populasie van die opname?
- (b) Wat was die steekproef van die opname?
- (c) Uit watter provinsie het die meeste skole gekom?
- (d) Uit watter provinsie was daar die minste skole?
- (e) Voltooi die eerste twee kolomme van die tabel. Skryf die provinsies in volgorde volgens die meeste tot die minste deelnemende skole.

Provinsie	Getal skole	Persentasie van al die skole

- (f) Voltooi die laaste kolom deur die persentasie wat elke provinsie as deel van die totaal uitmaak, uit te werk. Jy mag jou sakrekenaar vir hierdie vraag gebruik. (Rond af tot een desimale plek.)
- (g) Skryf drie tot vyf reëls as 'n opsommende verslag oor die data wat in die paragraaf op die vorige bladsy beskryf is. Die opsomming moet 'n aanduiding van die hoogste en laagste datawaardes gee, want dit dui op die omvang van die data.

.....

.....

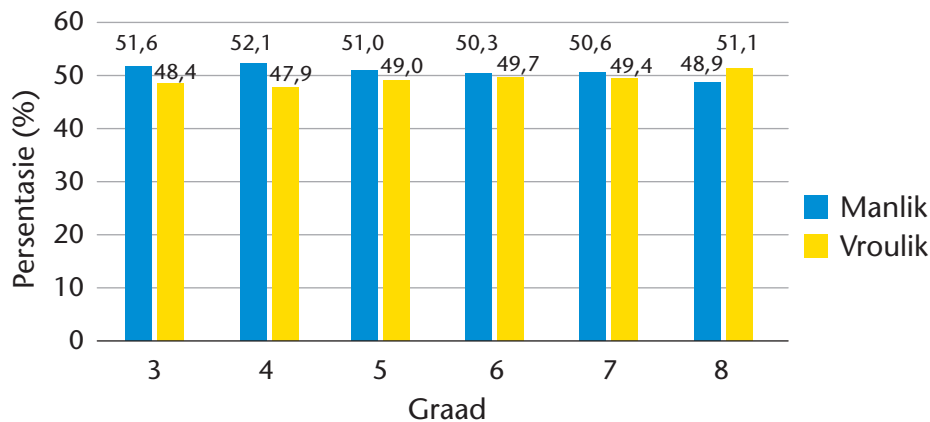
.....

.....

.....

2. Hierdie grafiek wys die persentasie seuns en meisies in skole van graad 3 tot graad 8 in 2009.

Persentasie van manlike en vroulike leerders in graad 3 tot 8



(Bron: *Census@School Results 2009*, Statistiek Suid-Afrika)

- (a) Watter graad het die hoogste persentasie meisies?
- (b) Watter graad het die laagste persentasie meisies?
- (c) Watter graad het die hoogste persentasie seuns?
- (d) Watter graad het die laagste persentasie seuns?
- (e) As 150 000 graad 6-leerders aan die opname deelgeneem het, hoeveel seuns en hoeveel meisies was daar in graad 6? Jy mag jou sakrekenaar gebruik.

.....

.....

- (f) Voltooi die volgende opsommende verslag:

Die grafiek wys dat die getal seuns (afneem/toeneem) hoe hoër die graad word. Byvoorbeeld, in graad 3 was% van die leerders manlik in vergelyking met% in graad 8. Dit lyk asof die getal meisies (afneem/toeneem) hoe hoër die graad word. Byvoorbeeld, in graad 3 was% van die leerders meisies in vergelyking met% in graad 8.

- (g) Sou jy volgens die grafiek verwag dat daar meer of minder seuns in graad 10 sal wees? Verduidelik jou antwoord.

.....

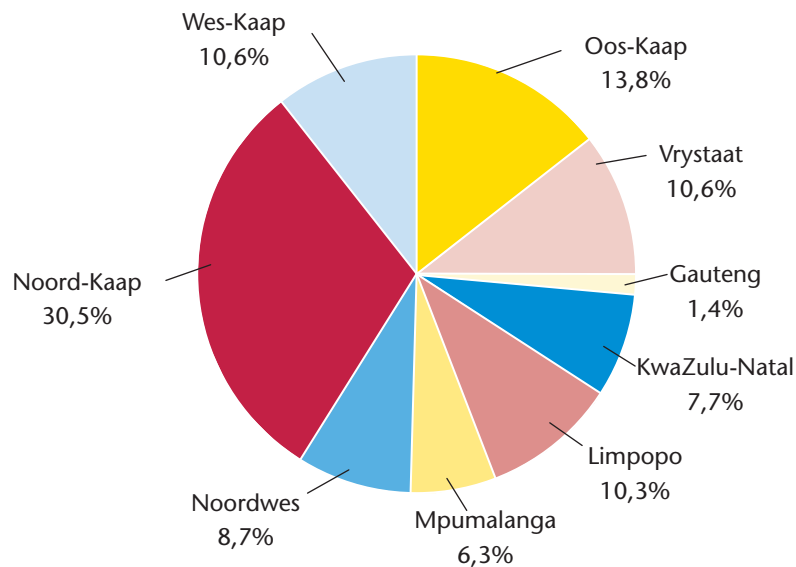
.....

- (h) Sou jy volgens die grafiek verwag dat daar meer of minder meisies in graad 10 sal wees? Verduidelik jou antwoord.

.....

.....

3. Die volgende sirkeldiagram wys die grondoppervlakte van elke provinsie in 2011.



(Bron: *Census 2011: Census in brief*, Statistiek Suid-Afrika)

- (a) Watter provinsie het die grootste grondoppervlakte?
- (b) Watter provinsie het die kleinste grondoppervlakte?
- (c) Watter drie provinsies het ongeveer dieselfde grondoppervlakte?

.....

(d) Hoeveel groter is die Noord-Kaap as Gauteng? (Gebruik 'n sakrekenaar.)

.....

(e) Kan ons uit die sirkeldiagram aflei watter provinsie die grootste bevolking het?
Verduidelik jou antwoord.

.....

.....

.....

.....

(f) As die totale grondoppervlakte van Suid-Afrika 1 200 000 km² is, hoeveel
vierkante kilometer is die grootste en die kleinste provinsie?

.....

.....

(g) Skryf 'n kort paragafie om die data wat uit die sirkeldiagram gelees kan word,
weer te gee.

.....

.....

.....

.....

.....

15.2 Herken vooroordeel en misleidende data

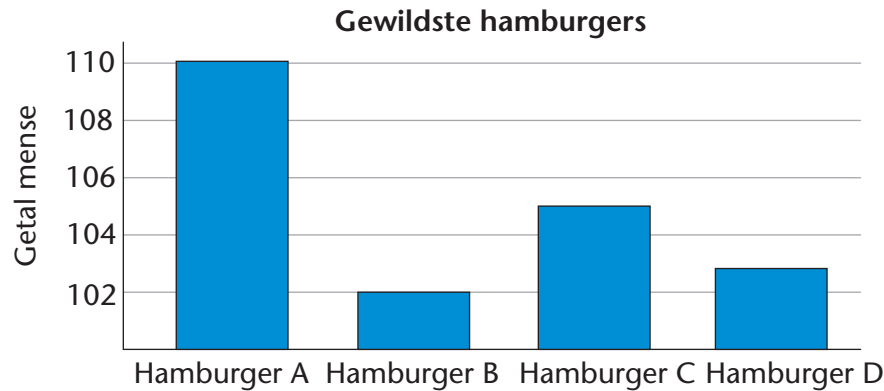
Partykeer kan die maniere waarop data voorgestel word doelbewus of onbewustelik blyke van **vooroordeel** toon of misleidend wees. Soos jy deur die volgende aktiwiteite werk, moet jy die volgende in gedagte hou:

- data wat nie noodwendig deur die grafiek voorgestel word nie
- wanneer, hoe en waar die data ingesamel is
- watter skale vir die grafieke gebruik is
- watter opsommende statistiek (gemiddelde, mediaan en modus) gebruik is om die data op te som.

Vooroordeel is waarneembaar in gevalle waar voorkeur gegee word aan 'n bepaalde uitkoms of gevolgtrekking sonder dat ander moontlikhede oorweeg word.

ONTLEED DATA KRITIES

1. Kyk na die staafigrafiek en beantwoord die vrae:



(a) Watter hamburger is duidelik die gewildste?

(b) Die hoogtes van die stawe wys dat die getal mense wat hamburger A verkies vyf keer soveel is as die wat hamburger B verkies. Is dit waar? Kyk na die vertikale skaal.

.....

.....

.....

.....

(c) Teken die grafiek oor in jou oefeningboek met die volle vertikale skaal.

2. Kyk na hierdie sirkeldiagram.

(a) Wat is die tweede mees algemene manier van vervoer wat leerders gebruik?

.....

(b) Watter vervoermethode is die mins algemene?

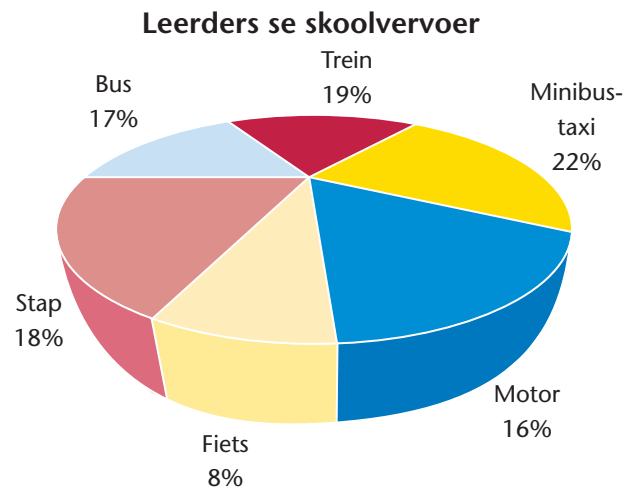
.....

(c) Is hierdie sirkeldiagram dalk misleidend? Verduidelik.

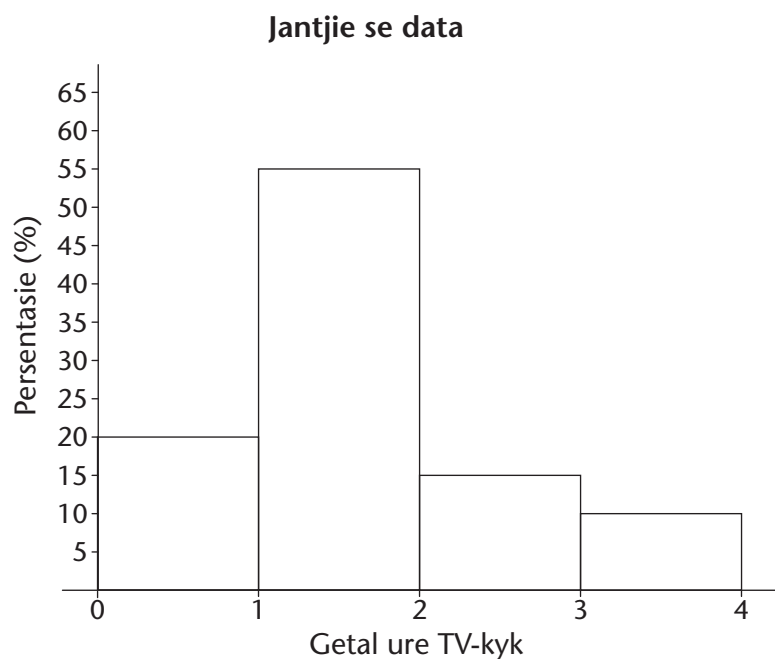
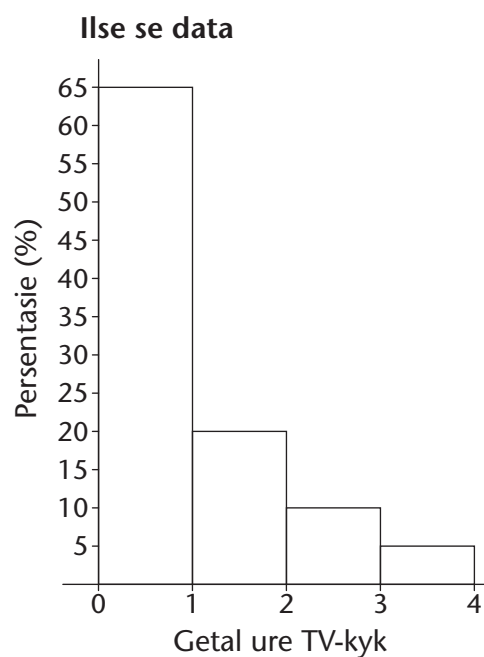
.....

.....

.....



3. Ilse en Jantjie wou meer uitvind oor die getal ure wat mense TV kyk op 'n spesifieke vakansiedag. Ilse het haar ondersoek op die vakansiedag van 13:00 tot 15:00 gedoen. Sy het volwassenes by 'n supermark gevra om haar vraelys te voltooi. Jantjie het sy ondersoek dieselfde dag van 17:00 tot 19:00 gedoen. Hy het in sy woonbuurt van deur tot deur geloop en die kinders gevra om sy vraelys in te vul.



(a) Hoe lank spandeer die meeste mense op die vakansiedag voor die TV volgens Ilse se data?

.....

(b) Hoe lank spandeer die meeste mense op die vakansiedag voor die TV volgens Jantjie se data?

.....

(c) Skryf 'n paragraaf waarin jy Ilse en Jantjie se data vergelyk en opsom.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(d) Hoe kon die tyd toe die data ingesamel is die data beïnvloed het?

.....

.....

.....

.....

.....

(e) Hoe kon die plek waar die data ingesamel is die data beïnvloed het?

.....

.....

.....

.....

.....

(f) Hoe kon die mense van wie die data verkry is die data beïnvloed het?

.....

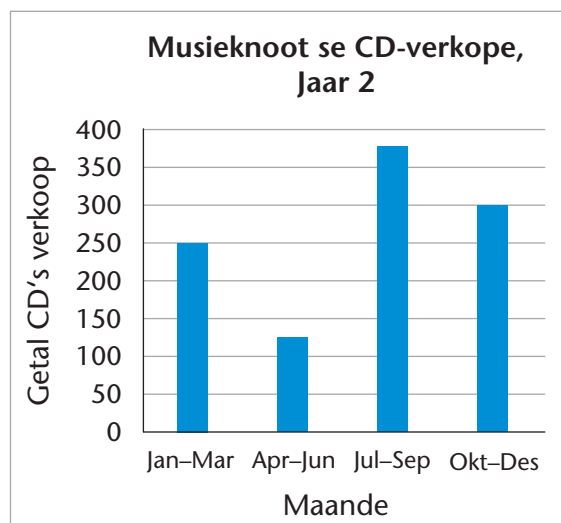
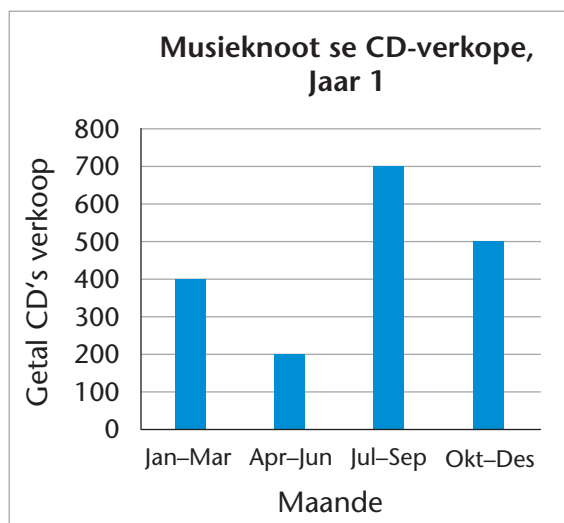
.....

.....

.....

.....

4. Kyk na die volgende grafieke en beantwoord die vrae:



(a) Wat beeld elkeen van die grafieke uit?

.....

.....

(b) Hoeveel CD's is vanaf Julie tot September van Jaar 1 verkoop?

(c) Hoeveel CD's is in dieselfde tydperk in Jaar 2 verkoop?

(d) Die hoogte van die stawe dui aan dat Musieknot meer CD's in Oktober tot Desember van Jaar 2 verkoop het as in dieselfde maande van Jaar 1. Is dit so?

.....

.....

(e) Hoeveel CD's is altesaam in Jaar 1 verkoop?

.....

(f) Hoeveel CD's is altesaam in Jaar 2 verkoop?

.....

(g) Verduidelik hoekom die hoogte van die stawe klaarblyklik aantoon dat Musieknot ongeveer dieselfde hoeveelheid CD's in albei jare verkoop het, terwyl dit in werklikheid nie so was nie.

.....

.....

.....

.....

.....

5. Die volgende tabel wys die wiskundepunte van Klas A en Klas B.

Klas A	94, 42, 23, 67, 67, 68, 13, 53, 44, 34, 64, 69, 50, 31, 91, 40, 10, 30, 49, 61
Klas B	74, 26, 65, 45, 71, 77, 58, 35, 39, 45, 68, 45, 57, 62, 29, 55, 23, 56, 38, 36, 50, 64, 58, 32, 42

(a) Wat is die omvang van elke datastel?

Klas A: Klas B:

(b) Wat kan jy van die twee klasse sê deur na die omvang van hulle punte te kyk?

.....

(c) Bereken die gemiddelde wiskundepunt vir elke klas. Jy mag jou sakrekenaar gebruik.

Klas	Puntetotaal	Getal leerders	Gemiddelde
Klas A			
Klas B			

(d) Vergelyk die twee stelle data deur die gemiddeldes te vergelyk.

.....

(e) Bereken die mediaan vir elke klas.

Klas	Punte van hoogste tot laagste gerangskik	Middelste posisie	Mediaan
Klas A			
Klas B			

(f) Vergelyk die twee stelle data volgens die mediaan.

.....

(g) Wat is die modus van elke klas?

Klas	Hoogste frekwensie	Modus
Klas A		
Klas B		

(h) Vergelyk die twee stelle data volgens die modus.

.....

.....

(i) Watter van die soorte opsommende statistiek stel die data die beste voor: die gemiddelde, mediaan of modus? Verduidelik jou antwoord.

.....

.....

.....

.....

HOOFSTUK 16

Waarskynlikheid

Waarskynlikheidsteorie handel oor situasies of gebeure wat verskillende moontlike uitkomst kan hê, waarvan net een werklik plaasvind. Byvoorbeeld, as jy 'n dobbelsteentjie gooi, lê slegs een kant bo – maar enigeen van die ander kon bo gelê het. Of wanneer jy 'n straat oorsteek, kom jy gewoonlik aan die anderkant sonder dat 'n voertuig jou raakgery het – maar dit kon gebeur het.

16.1 Moontlike en werklike uitkomst, en frekwensies.....	221
16.2 Relatiewe frekwensies.....	222
16.3 Nog proewe en relatiewe frekwensies	224

1	1	4	4	3	2	4	1	3
2	5	3	3	2	4	1	2	4
3	4	1	5	4	5	3	3	2
1	5	1	4	1	1	6	5	1
4	3	6	5	5	2	3	3	4
1	3	1	5	4	5	5	3	4
3	4	4	2	4	3	3	1	4
2	6	3	3	4	4	3	4	1
1	3	6	3	2	5	6	2	4

4	5	4	1	1	2	3	1	6
4	5	4	1	2	6	2	2	5
3	1	1	2	1	4	6	1	1
2	6	2	5	6	1	3	2	2
3	5	5	3	2	1	5	4	4
3	1	4	4	1	5	2	2	1
6	1	2	2	1	3	4	3	6
6	6	6	4	5	2	4	2	1
5	2	3	1	6	3	5	5	1

4	4	3	1	5	5	5	3	2
5	2	4	6	2	5	4	5	5
2	4	2	1	5	6	2	4	4
2	4	1	1	4	5	1	3	3
4	5	2	6	6	2	4	4	2
6	2	4	1	1	6	5	5	5
1	5	5	4	1	1	2	3	2
6	4	4	2	5	3	4	4	5
5	6	2	1	3	1	2	2	3

1	3	2	2	6	1	3	2	2
1	5	6	1	5	5	1	6	4
6	4	6	2	1	6	2	6	3
3	1	4	2	5	5	2	3	4
2	1	3	4	4	4	2	2	1
2	3	2	4	6	6	3	6	5
2	4	1	5	3	2	3	4	6
1	5	3	4	3	3	6	1	5
3	5	1	2	2	3	4	6	1

4	4	4	4	3	4	6	3	3
6	4	5	4	2	2	6	6	3
1	6	6	4	4	5	3	2	6
4	1	5	2	5	3	6	4	3
2	4	3	2	2	2	6	4	2
4	2	1	5	4	3	3	1	4
3	2	5	2	6	2	5	1	5
2	2	1	3	3	3	5	5	5
5	4	4	3	3	6	6	2	2

3	5	3	6	4	6	6	3	1
3	1	1	3	5	3	2	2	1
6	4	3	1	5	1	1	1	1
5	3	2	2	6	3	4	1	1
4	2	1	3	2	5	6	3	6
6	4	4	4	1	6	1	3	3
3	4	3	2	3	1	1	1	6
1	1	3	6	2	3	1	3	3
2	2	5	6	1	1	2	3	5

6	5	4	6	6	1	5	2	2
5	1	6	3	4	4	4	2	4
2	5	1	3	6	4	2	2	2
3	1	1	5	1	6	3	4	2
2	1	5	5	5	4	1	2	2
1	6	2	3	6	1	6	3	5
1	4	6	3	2	2	3	5	1
3	1	1	5	1	6	3	5	4
4	5	4	6	2	2	2	2	6

4	4	6	2	2	4	1	1	4
5	3	3	5	5	4	2	4	3
3	2	1	3	1	4	1	1	6
1	3	5	1	6	1	3	3	5
4	5	2	1	6	5	5	1	2
1	2	6	2	4	1	4	4	1
6	2	5	5	2	3	4	2	3
1	2	6	1	6	5	4	6	6
6	5	6	1	1	1	1	4	5

1	3	2	4	5	5	6	4	2
5	1	3	3	1	2	5	2	5
3	1	6	1	3	1	3	5	1
6	4	3	1	4	1	4	1	6
2	1	3	5	3	4	4	5	1
1	1	3	5	1	3	6	6	4
5	4	4	2	6	1	2	3	4
4	1	5	1	2	1	6	1	1
4	3	3	2	1	3	3	5	3

2	4	2	1	4	6	4	2	6
2	6	4	2	4	4	5	2	2
3	2	2	2	3	6	3	2	4
6	4	4	4	3	2	4	2	5
1	2	3	6	1	1	6	1	5
5	1	2	1	3	4	6	1	1
4	4	2	1	1	4	1	5	5
5	4	2	5	6	2	1	5	3
3	1	1	2	1	2	5	5	1

6	1	5	3	5	2	2	5	4
5	5	4	5	1	4	1	4	2
5	6	5	4	6	4	1	4	6
2	1	5	4	1	3	1	2	6
5	5	1	1	4	6	1	1	5
3	3	2	2	4	3	5	2	4
4	6	5	1	6	1	4	3	3
6	3	5	5	2	2	5	6	1
6	5	1	6	3	3	6	6	4

1	5	4	5	5	4	5	3	4
6	3	1	2	6	3	3	4	6
1	6	6	1	2	1	5	1	6
5	2	2	4	1	3	4	6	3
2	1	2	6	2	3	5	2	2
4	5	1	2	3	3	2	5	6
2	6	6	4	2	3	6	2	2
3	6	1	5	6	3	4	4	4
1	2	3	2	2	4	6	6	4

6	1	4	2	3	2	4	6	4
2	5	3	1	2	4	1	5	4
3	4	2	5	4	5	2	3	2
1	5	1	4	1	1	6	5	1
4	3	6	5	5	3	5	3	4
1	5	1	5	4	5	5	3	2
3	4	4	2	4	3	3	1	4
1	6	2	3	6	1	6	3	5
4	5	1	2	1	2	3	4	5

3	5	4	1	6	2	5	1	6
4	3	4	4	2	6	2	2	5
5	4	2	5	6	2	6	1	1
3	6	2	2	6	1	3	5	2
3	5	2	3	2	1	5	4	4
3	1	4	4	1	5	2	2	1
6	1	5	2	1	4	4	3	6
5	2	6	2	4	1	6	2	1
1	6	3	3	2	6	6	4	5

4	5	2	1	1	3	5	3	2
3	2	4	4	2	5	4	5	5
2	4	2	1	5	5	2	4	4
3	6	1	2	1	3	4	3	5
4	5	2	6	6	2	4	4	2
3	2	4	1	5	6	5	5	5
1	5	5	4	5	1	2	6	2
2	1	3	5	3	3	6	6	4
5	5	5	2	1	2	2	1	2

16 Waarskynlikheid

16.1 Moontlike en werklike uitkomst, en frekwensies

WAT KAN JY VERWAG?

Jy gaan binnekort 'n eksperiment uitvoer. Daarvoor het jy 'n sak, soos 'n bruinpapiersak of 'n plastiekinkopiesak, nodig. Jy het ook drie voorwerpe van dieselfde vorm en grootte nodig, soos drie knope, bottelproppe of vierkantige stukkies karton. Die drie voorwerpe moet verskillend lyk. Hulle kleure moet byvoorbeeld verskil, of jy kan op die kartonstukkies “geel”, “rooi” en “blou” skryf.

- (a) Sit die drie voorwerpe in jou sak. Jy sal later een voorwerp daaruit haal, sonder om in die sak te kyk. Kan jy vooruit sê watter voorwerp dit sal wees, die bloue, die gele of die rooie?

.....

- (b) Bespreek dit met twee klasmaats.

- (a) Trek nou 'n voorwerp uit die sak, skryf sy kleur neer en sit dit terug.

.....

- (b) Jy gaan dit netnou 12 keer herhaal. Kan jy voorspel hoeveel keer jy elkeen van die drie kleure gaan uittrek? As jy dink jy kan, skryf jou voorspelling neer.

.....

.....

- (c) Vergelyk jou voorspellings met twee klasmaats.

- (d) Kan jy aan enige rede dink waarom jy blou meer dikwels as rooi of geel sal trek in 'n eksperiment soos in (b) hier bo?

.....

.....

- (a) Trek 'n voorwerp uit die sak, skryf sy kleur neer en sit dit terug. Doen dit 12 keer en skryf elke keer die kleur neer.

.....

.....

- (b) Skryf jou uitkomst (resultate) in die tabel.

Uitkoms	Geel	Rooi	Blou
Getal kere behaal			

Wat jy in vraag 3 gedoen het, word 'n **waarskynlikheidseksperiment** genoem. Elke keer as jy 'n voorwerp uit die sak gehaal het, het jy 'n **proef** uitgevoer.

Met elke proef kon een van drie dinge gebeur het. Dit word die **moontlike uitkomst** genoem.

Elke keer as jy 'n proef uitgevoer het, het een van die moontlike uitkomst daadwerklik gebeur. Dit word die **werklike uitkoms** genoem.

Die getal kere wat 'n bepaalde uitkoms gedurende 'n eksperiment voorgekom het, word die **werklike frekwensie** van daardie uitkoms genoem.

4. (a) Wat was die moontlike uitkomst van die eksperiment in vraag 3?
.....
- (b) Hoeveel proewe het jy in die eksperiment uitgevoer?
- (c) Wat was die werklike uitkoms van die derde proef wat jy uitgevoer het?
.....
- (d) Wat was die werklike frekwensie waarteen 'n blou voorwerp getrek is in die 12 proewe van die eksperiment wat jy gedoen het?

16.2 Relatiewe frekwensies

Thomas het ook die eksperiment in vraag 3 op bladsy 221 gedoen, maar hy het meer proewe uitgevoer en die volgende resultate gekry:

Uitkoms	Geel	Rooi	Blou
Getal kere behaal	5	7	8

1. (a) Hoeveel proewe het Thomas altesaam uitgevoer?
- (b) Watter breuk van die proewe het geel as 'n uitkoms gehad?
.....
- (c) Watter breuk van die proewe het rooi as 'n uitkoms gehad?
.....
- (d) Watter breuk van die proewe het blou as 'n uitkoms gehad?
.....

Die breuk van die proewe in 'n eksperiment wat 'n spesifieke uitkoms lewer, word die **relatiewe frekwensie** van daardie uitkoms genoem.

$$\text{Relatiewe frekwensie van 'n uitkoms} = \frac{\text{getal kere wat die uitkoms voorgekom het}}{\text{getal proewe}}$$

'n Relatiewe frekwensie kan as 'n gewone breuk uitgedruk word, as 'n desimaal of as 'n persentasie. Die relatiewe frekwensies in die uitslag van Thomas se eksperiment (vraag 1) was een kwart geel, 7 twintigstes rooi en 2 vyfdes blou. As persentasies uitgedruk was die relatiewe frekwensies 25%, 35% en 40%. Die **omvang** van Thomas se relatiewe frekwensies, uitgedruk as persentasies, is 15% (40% – 25%).

2. (a) Gebruik jou sakrekenaar en bereken die relatiewe frekwensies wat jy verkry het vir die drie verskillende uitkomst in die eksperiment wat jy in vraag 3 op bladsy 221 gedoen het. Skryf hulle as breuke en as persentasies.

.....

.....

- (b) Bereken die omvang van die relatiewe frekwensies van die drie uitkomst hier bo.

.....

- (c) Jy gaan binnekort die eksperiment met 3 moontlike uitkomst en 12 proewe wat jy uitgevoer het, herhaal. Dink jy jy sal dieselfde resultate kry as toe jy die eksperiment die eerste keer gedoen het?

3. (a) Bespreek vraag 2(c) met drie of vier klasmaats as 'n span.
 (b) Noem julleself A, B, C, D en E (as julle 5 spanmaats is) en voltooi die tabel hier onder vir die eksperiment wat julle in vraag 3 uitgevoer het. Druk die relatiewe frekwensies as persentasies uit. Let op dat jy 'n sakrekenaar moet gebruik om die relatiewe frekwensies van die totale as persentasies uit te druk.

	Werklike frekwensies			Relatiewe frekwensies %			Omvang
	Geel	Rooi	Blou	Geel	Rooi	Blou	
Eksperiment 1 van A							
Eksperiment 1 van B							
Eksperiment 1 van C							
Eksperiment 1 van D							
Eksperiment 1 van E							
Totale vir eksperiment 1							

- (c) Watter omvang is die kleinste?

16.3 Nog proewe en relatiewe frekwensies

WAT GEBEUR AS JY BAIE PROEWE UITVOER?

1. Werk saam met jou spanmaats van die vorige sessie. Julle gaan binnekort die eksperiment wat julle vroeër uitgevoer het, herhaal. Julle gaan weer 'n geel, 'n blou en 'n rooi voorwerp in die sak sit, een voorwerp uithaal en die kleur neerskryf. Julle gaan dit altesaam 12 keer doen. Dit sal eksperiment 2 wees.

- (a) Verwag jy die uitslae gaan ongeveer dieselfde wees as in die eksperiment wat julle in die vorige afdeling gedoen het? Moenie nou met jou spanmaats praat nie. Vorm jou eie opinie en besluit hoekom jy dink die uitslae gaan dieselfde of verskillend wees.

.....

.....

.....

- (b) Deel nou jou idees met jou spanmaats.

Julle gaan netnou die eksperiment herhaal en die resultate in die rye vir “eksperiment 2” in die tabel op die volgende bladsy neerskryf. Daarna gaan julle dit nog 'n keer herhaal en die uitkomst in die rye vir “eksperiment 3” neerskryf. As daar tyd oor is, kan julle dit nog een keer as “eksperiment 4” herhaal.

2. (a) Kyk na die tabel op die volgende bladsy. Party rye is vir die uitkomst wat jy en jou spanmaats sal verkry. Die grys rye is daar om die verskillende stelle uitkomst bymekaar te tel. Dink na oor wat kan gebeur en voorspel in watter rye die omvang kleiner as in die ander rye sal wees en in watter ry die kleinste omvang sal wees.

.....

.....

.....

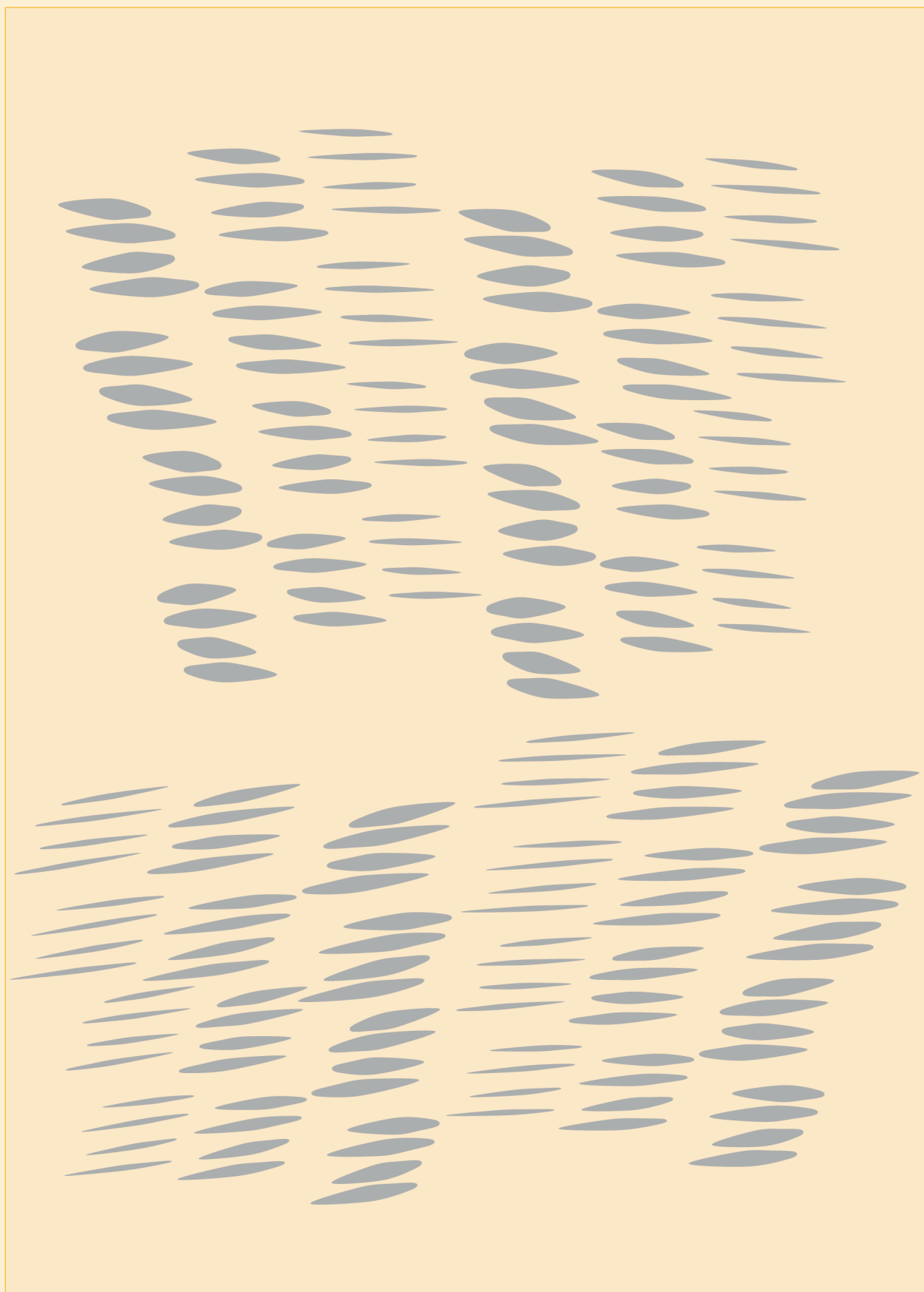
- (b) Deel jou idees met jou spanmaats.

3. (a) Skryf die totale vir “eksperiment 1” in die eerste ry van die tabel op die volgende bladsy. Doen die eksperiment soos in vraag 1 beskryf en skryf jou resultate in jou ry vir “eksperiment 2”. Bereken die relatiewe frekwensies en die omvang.

- (b) Voeg die resultate van jou spanmaats by en tel die totale op. Bereken nou die relatiewe frekwensies en die omvang van die totale.

4. Herhaal vraag 3, en skryf die resultate in die rye vir “eksperiment 3”.

		Werklike frekwensies			Relatiewe frekwensies%			Omvang
		Geel	Rooi	Blou	Geel	Rooi	Blou	
1	Totale vir eksperiment 1							
2	Eksperiment 2 van A							
3	Eksperiment 2 van B							
4	Eksperiment 2 van C							
5	Eksperiment 2 van D							
6	Eksperiment 2 van E							
7	Totale vir eksperiment 2							
8	Totale vir eksperimente 1 en 2 saam							
9	Eksperiment 3 van A							
10	Eksperiment 3 van B							
11	Eksperiment 3 van C							
12	Eksperiment 3 van D							
13	Eksperiment 3 van E							
14	Totale vir eksperiment 3							
15	Totale vir eksperimente 1, 2 en 3 saam							
16	Eksperiment 4 van A							
17	Eksperiment 4 van B							
18	Eksperiment 4 van C							
19	Eksperiment 4 van D							
20	Eksperiment 4 van E							
21	Totale vir eksperiment 4							
22	Totale vir eksperimente 1, 2, 3 en 4 saam							



Kwartaal 4

Hersiening en assessering

Hersiening	228
• Heelgetalle	228
• Numeriese patrone.....	229
• Funksies en verbande 2	229
• Algebraïese uitdrukkings 2.....	230
• Algebraïese vergelykings 2.....	231
• Versamel, organsieer en som data op	231
• Stel data voor	233
• Interpreteer, ontleed en doen verslag oor data	235
• Waarskynlikheid.....	237
Assessering	238

Hersiening

Moenie 'n sakrekenaar vir enige van die vrae in hierdie afdeling gebruik nie. Wys al die stappe van jou werk.

HEELGETALLE

1. Skryf die volgende drie terme van die volgende rye neer:

- (a) 3; 2; 1; 0; ...
(b) -10; -12; -14; ...

2. Vul <, > of = in die blokkie in om elke bewering waar te maak:

- (a) $-10 \square -11$ (b) $-8 + 2 \square -8 - 2$

3. Rangskik die volgende getalle van klein na groot: 3; -3; 0; -6; 4.

.....

4. Skryf die waardes van al die heelgetalle neer wat groter as -12 en kleiner as -8 is.

.....

5. Bereken die volgende:

- | | | |
|-------------------|-------------------|----------------------|
| (a) $-4 + 5$ | (b) $7 - 3$ | (c) $8 + 4$ |
| | | |
| (d) $5 - (-3)$ | (e) $-2 + (-4)$ | (f) $-1 - 2 - 3 - 4$ |
| | | |
| (g) $-40 - (-24)$ | (h) $-24 - (-40)$ | (i) $-13 - 15$ |
| | | |

6. As ek vanaf 10 m *bo* seevlak daal na 5 m *onder* seevlak, hoeveel meter het ek gedaal?

.....

7. As 'n duikboot wat 15 m onder seevlak is 7 m styg, hoe ver onder seevlak is die duikboot nog?

.....

NUMERIESE PATRONE

1. Skryf die eerste vier terme neer van 'n ry wat pas by die volgende beskrywing:

(a) Die ry begin by -14 , en elke term is 3 meer as die vorige term.

.....

(b) Die ry begin by 5, en elke term is 4 minder as die vorige term.

.....

2. Beskryf die verband tussen die terme in die ry in woorde. Gebruik dan die verband om die volgende 3 terme in die ry te bepaal en skryf dit neer.

(a) $-90; -94; -98; \dots$

.....

.....

(b) $-4; -5; -9; -14; \dots$

.....

.....

3. (a) Voltooi die tabel.

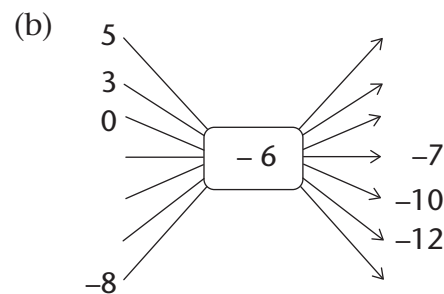
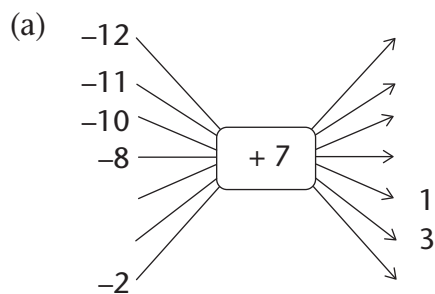
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$2 - 4x$	2		-6						

(b) Vorm die uitvoerwaardes 'n patroon met 'n konstante verskil? Indien wel, wat is die konstante verskil?

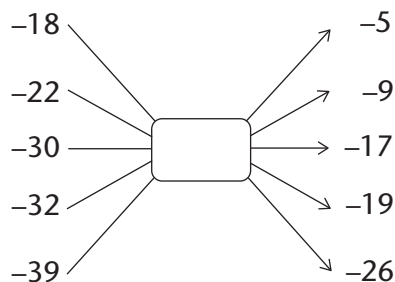
.....

FUNKSIES EN VERBANDE 2

1. Bestudeer die vloeiagram en vul al die ontbrekende getalle in:



2. Vul die reël in.



3. Bestudeer die tabelle en vul die ontbrekende getalle in:

(a)	Termnommer	1	2	3	4		8
	Waarde van die term	-9	-12	-15			

(b)	Termnommer	1	2	3	4		7		
	Waarde van die term	5	0	-5					-50

ALGEBRAÏESE UITDRUKKINGS 2

1. Skryf getalle in die blokkies om die bewerings waar te maak:

(a) As $x = 5$, dan is $x - 12 =$

(b) As $x = -4$, dan is $x + x =$

(c) As $x = -2$ en $y = 4$, dan is $x - y =$

(d) As $x = -8$ en $y = -3$, dan is $x - y =$

2. Estelle besoek Parys in Julie en sy SMS vir Sonja in Pretoria dat die temperatuur om 6 vm. 13°C is. Sonja SMS terug dat die temperatuur in Pretoria $13 - x$ is, waar x 15 grade is. Wat is die temperatuur in Pretoria?

.....

3. Beskou die volgende situasie en identifiseer die veranderlike hoeveelhede en die konstantes:

'n Kampterrein vra R50 as toegangsfooi vir 'n voertuig en 'n verdere R60 per nag. Die Brinks gebruik die formule $60x + 50$ om die totale koste te bereken as hulle vir x nagte wil kampeer.

.....

.....

ALGEBRAÏESE VERGELYKINGS 2

1. Los op vir x :

(a) $x - 6 = -2$

(b) $x + 4 = -2$

(c) $x + x = -8$

.....
.....

2. Hier is 'n vergelyking: $2 + c = d$

(a) Skryf een paar heelgetalle neer wat die vergelyking waar sal maak. Een van die heelgetalle moet positief wees en die ander een negatief.

.....

(b) Skryf een paar negatiewe heelgetalle neer wat die vergelyking waar sal maak.

.....

3. Dit word vir jou gegee dat $x - 6 = -15$. Skryf die waarde neer van:

(a) $x - 9$

(b) $x + 2$

.....
.....

4. As $d = c - 5$, bereken die waarde van c as d se waarde -2 is.

.....
.....

VERSAMEL, ORGANISEER EN SOM DATA OP

1. Skryf neer of elk van die groepe wat beskryf word 'n steekproef of 'n populasie voorstel:

(a) die leerders van Laerskool Ster

(b) 30 bestuurders van Toyota Corollas

2. Sê of die steekproef wat vir elke studie gekies is gepas is en verduidelik jou antwoord.

(a) Die studie is “gunstelingmusiek van tieners” en die steekproef is al die tieners in graad 7 by julle skool.

.....
.....
.....

- (b) Die studie is “watter kos behoort in die skool se snoepwinkel te wees” en 6 leerders in elk van die grade by jou skool is in die steekproef.

.....

.....

.....

3. Sê of die volgende meervoudigekeusevraag ’n goeie vraag is of nie. As dit nie goed is nie, verduidelik hoekom nie en herformuleer dit.

Hoe oud is jy?

(a) 6–10 jaar oud

☐

(b) 10–15 jaar oud

☐

(c) 15–20 jaar oud

☐

(d) 20+ jaar oud

☐

.....

.....

.....

4. Die leerders van een graad 7-klas by Laerskool Ster is gevra hoeveel troeteldiere hulle het en die volgende data word gelewer:

0; 3; 0; 1; 2; 3; 2; 1; 0; 0; 1; 3; 2; 2; 1; 1; 0; 1; 1; 2; 1; 4; 0; 1; 2; 1; 3; 0

- (a) Som die data op in ’n frekwensietabel.

Getal troeteldiere	Telstrepies	Frekwensie

- (b) Skryf die modus van die getal troeteldiere neer.
- (c) Skryf die omvang van die getal troeteldiere neer.
- (d) Bepaal die gemiddelde getal troeteldiere, korrek tot 1 desimale plek.

.....

.....

5. Die volgende stingel-en-blaarvoorstelling stel die bedrag geld (in rand) in 'n klompie leerders se beursies voor:

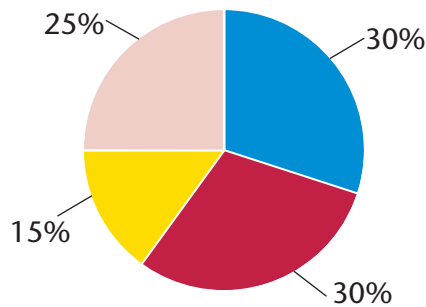
0	0	3	4	7	9		
1	0	2	4	7	9		
2	0	1	2	8			
3	0	2	2	7	9		
4	0	2	6	7	7	8	9
5	3	4					

Sleutel: 3|2 beteken 32

- (a) Hoeveel leerders is in die steekproef?
- (b) Wat is die maksimum bedrag geld in die beursies in hierdie steekproef?
- (c) Bepaal die mediaan van die bedrag geld in die beursies.
.....

STEL DATA VOOR

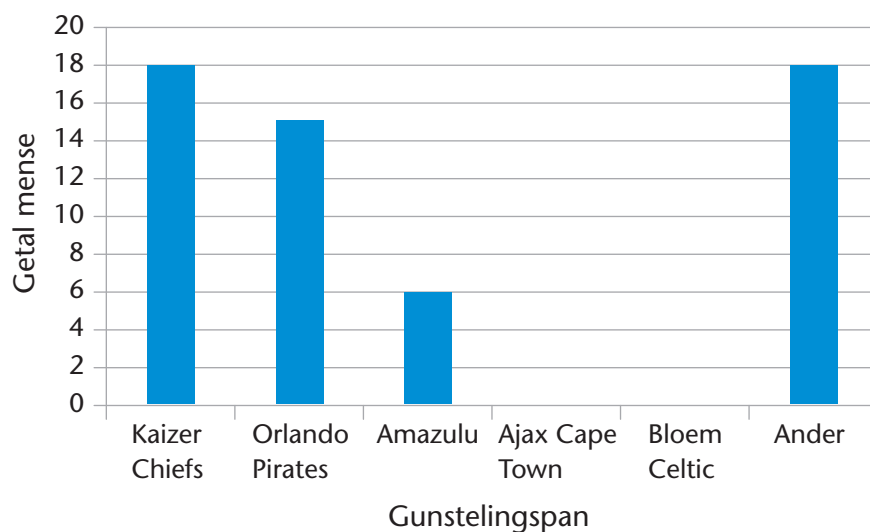
1. Die 120 leerders in graad 7 by 'n seunskool is gevra wat hulle gunstelingwintersport is en die data word voorgestel deur hierdie sirkelgrafiek.



■ rugby ■ sokker ■ hokkie ■ ander

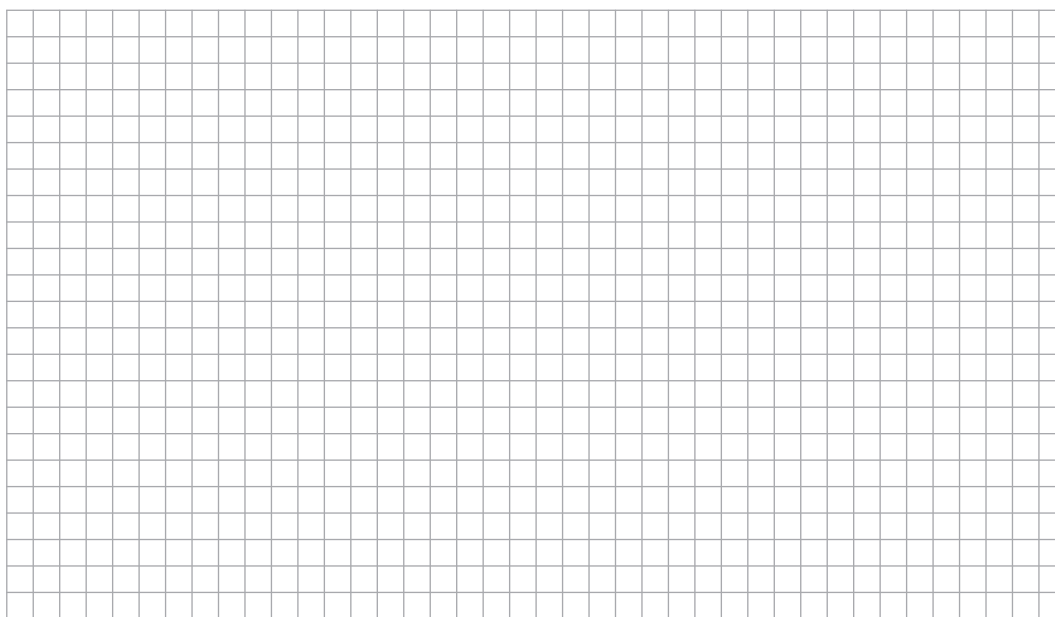
- (a) Watter persentasie van die seuns hou die meeste van hokkie?
- (b) Hoeveel seuns hou die meeste van sokker?
.....
- (c) Hoeveel seuns hou die meeste van hokkie?
.....

2. Vyf-en-sewentig mense is gevra wie hulle gunstelingsokkerspan is. Die volgende is 'n staafgrafiek wat die resultaat wys, met twee van die stawe wat ontbreek. Die getal mense wat die meeste van Ajax Cape Town en Bloemfontein Celtic hou is ewe veel. Voltooi die grafiek.



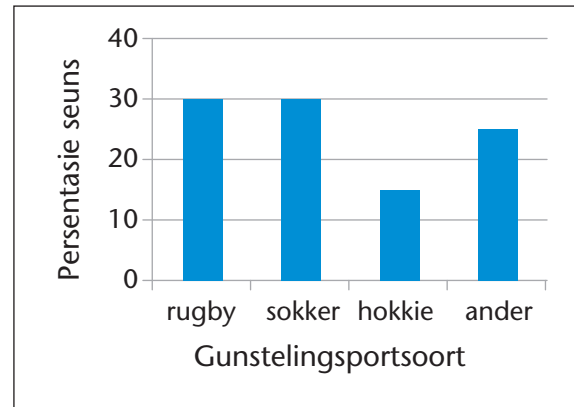
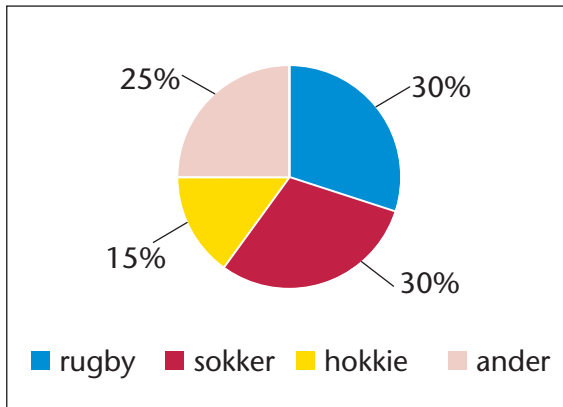
3. Teken 'n histogram om die ouderdomme van mense in 'n steekproef te wys, soos in hierdie frekwensietabel aangeteken:

Ouderdomsgroep (jare)	< 20	20–29	30–39	40–49	50–59	60–69
Frekwensie	5	7	6	8	4	3



INTERPRETEER, ONTLEED EN DOEN VERSLAG OOR DATA

- Die inligting wat ingesamel is toe seuns gevra is wat hulle gunstelingwintersport is (kyk vraag 1 op bladsy 233) kan op verskillende maniere voorgestel word, byvoorbeeld deur middel van 'n sirkeldiagram of 'n staafgrafiek.



Skryf neer watter tipe grafiek jy dink die mees gepaste een is om die data voor te stel. Verduidelik jou antwoord.

.....

.....

.....

.....

- Jan wil vasstel hoe belangrik bepaalde aktiwiteite in mense se lewens is: inkopies, sportdeelname, TV-kyk en stokperdjies. Hy gaan na 'n inkopiesentrum en vra 20 tieners om hierdie aktiwiteite in rangorde te plaas volgens belangrikheid. Beskryf 'n paar moontlike bronne van vooroordeel wanneer die data opgespoor en versamel word.

.....

.....

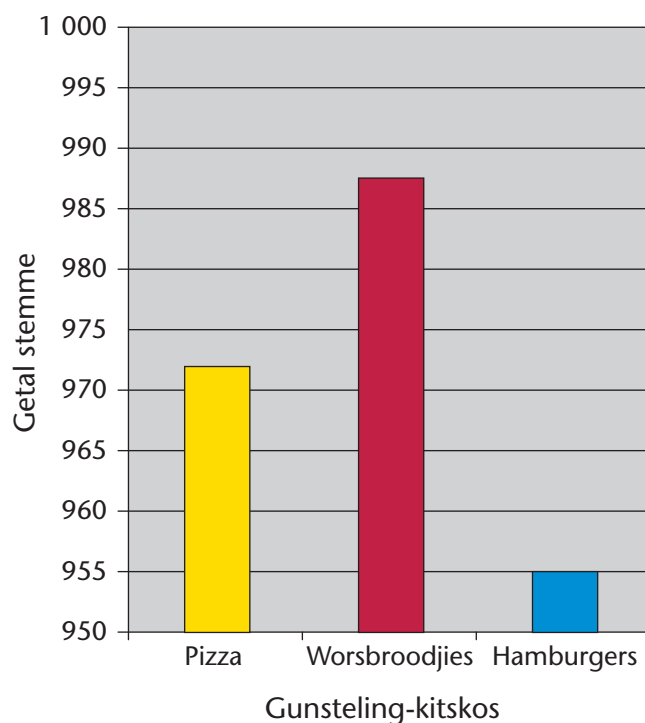
.....

.....

.....

.....

3. 'n Opname oor gunsteling-kitskossoorte is gedoen en die data word deur middel van die staafigrafiek hier onder getoon:



Dawid sê, “Die grafiek wys duidelik dat hamburgers verreweg die mins gewilde kitskos is.” Stem jy saam met Dawid? Verduidelik jou antwoord.

.....

.....

.....

.....

.....

4. Die volgende data is versamel vir 'n projek. Dit stel die getale kere voor wat nege verskillende mense hulle Facebookblad gedurende die afgelope week besoek het: 5; 8; 8; 10; 15; 17; 18; 23; 59.

Watter opsommende statistiek (die modus, rekenkundige gemiddelde of mediaan) sal die data die beste verteenwoordig? Verduidelik jou antwoord.

.....

.....

.....

WAARSKYNLIKHEID

1. Rendani het 12 T-hemde: 3 is swart; 4 is wit; 2 is blou en 3 is groen. As hy een oggend na willekeur 'n T-hemp uit sy kas kies, wat is die waarskynlikheid (as breuk in eenvoudigste vorm):
 - (a) dat hy 'n wit T-hemp sal kies?
.....
 - (b) dat hy 'n T-hemp sal kies wat nie blou is nie?
.....
2. In 'n sak is daar slegs swart, groen en geel tellers. Jy gaan een teller willekeurig uit die sak haal. Skryf een voorbeeld neer van hoeveel tellers daar van elke kleur in die sak kan wees as daar aan jou gesê word dat:
 - die waarskynlikheid dat dit swart sal wees, minder as 'n derde is, en
 - die waarskynlikheid dat dit groen sal wees, twee keer die waarskynlikheid is dat dit swart sal wees.
.....
.....
.....
3. Jy gooi twee dobbelstene tegelyk en die uitkoms is die som van die getalle wat bo wys. Byvoorbeeld, as die een dobbelsteen 3 wys en die ander 4 dan is die uitkoms 7.
 - (a) Maak 'n lys van al die moontlike uitkomstes van die eksperiment.
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
 - (b) Wat is die waarskynlikheid dat die uitkoms 2 sal wees?
.....
 - (c) Wat is die waarskynlikheid dat die uitkoms 10 sal wees?
.....

Assessering

In hierdie afdeling dui die getalle in hakies aan die einde van 'n vraag die punte aan wat die vraag werd is. Gebruik die inligting om vir jou te help besluit hoeveel werk nodig is.

Die totale getal punte wat aan die assessering toegeken is, is 60.

1. Rangskik die getalle van klein na groot. (2)

1; -4; 0; -2; 4

.....

2. Maak 'n lys van al die heelgetalle tussen -17 en -22. (2)

.....

3. Bereken die volgende: (4)

(a) $8 - 10$

(b) $5 + (-4)$

.....

(c) $-2 - 3 - 4$

(d) $-3 - (-2)$

.....

4. As die temperatuur teen sononder 12°C is en dit daal oornag met 16 grade, wat is die temperatuur teen dagbreek? (2)

.....

5. Vul $<$, $>$ of $=$ in die blokkie in sodat die bewering waar is: (2)

(a) $-1\ 234$ $-1\ 235$

(b) $2 - (-1)$ $1 - (-2)$

6. Beskryf die verband tussen die terme in die ry in woorde. Gebruik dan die verband om die volgende drie terme in die ry te bepaal en skryf dit neer. (6)

(a) $-81; -77; -73; \dots$

.....

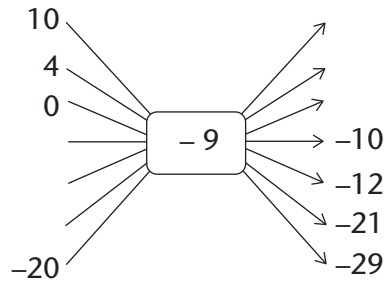
.....

(b) $10; 4; 6; -2; 8; \dots$

.....

.....

7. Bestudeer die vloedigram en vul al die ontbrekende getalle in: (3)



8. Skryf getalle in die blokkies om die bewerings waar te maak: (4)

- (a) As $x = 10$, dan is $x - 14 =$
- (b) As $x = -2$, dan is $x + x =$
- (c) As $x = -1$ en $y = 7$, dan is $x - y =$
- (d) As $x = -5$ en $y = -1$, dan is $x - y =$

9. Los op vir x . (3)

- (a) $x - 9 = -2$ (b) $x + 7 = -5$ (c) $x + x + x = -6$
-
-

10. Drie moontlike oplossings is tussen hakies langs die vergelyking gegee maar slegs een van hulle is korrek. Watter een is korrek? (1)

- $-5 - x = 10$ $\{-5; -15; 15\}$
-
-

11. Hier is 'n vergelyking: $e + f = -5$

- (a) Skryf een paar heelgetalle neer wat die vergelyking waar sal maak. Een van die heelgetalle moet positief wees en die ander een negatief. (2)
-
- (b) Skryf een paar negatiewe heelgetalle neer wat die vergelyking waar sal maak. (2)
-

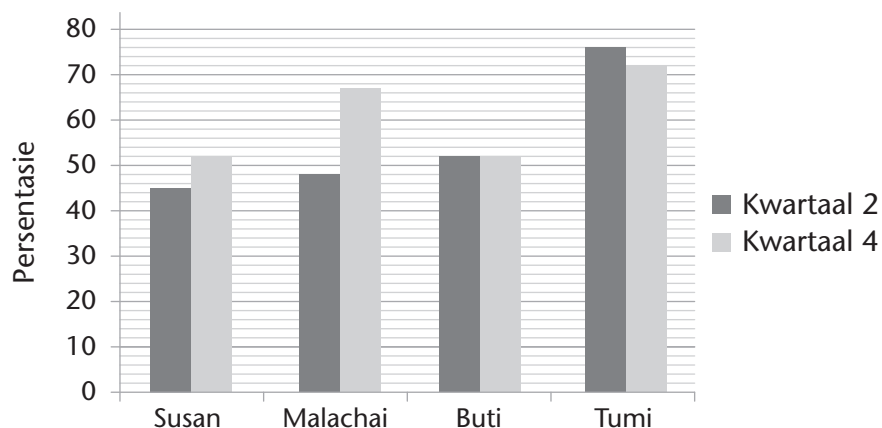
12. 'n Interskole gewigstootkompetisie is gehou en die beste pogings (in meter) is neergeskryf en daarna in 'n stingel-en-blaarvoorstelling georganiseer.

5	0	1	1	1	1	3	9
6	5	6	7	7	7	9	9
7	1	4	5	7	9		
8	1	1	6				
9	0	0	2	7	7	8	

Sleutel: 5|1 beteken 5,1

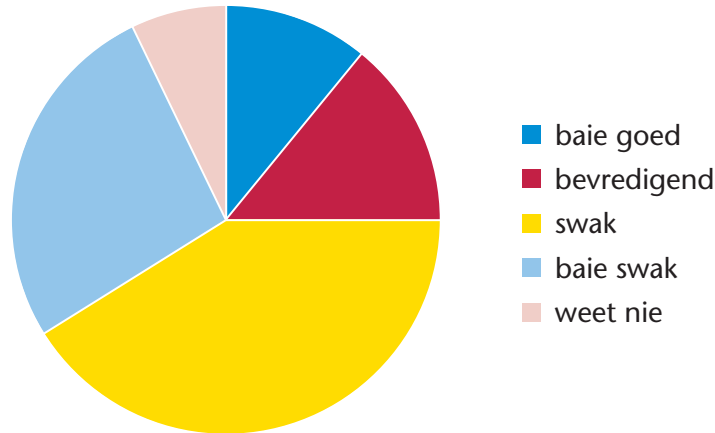
- (a) Hoeveel gewigstoters was in die kompetisie? (1)
- (b) Slegs diegene wat 7 m en verder gestoot het is toegelaat om 'n verdere drie keer te probeer.
Hoeveel deelnemers is toegelaat om voort te gaan? (1)
- (c) Bepaal die modus van die afstande. (1)
- (d) Bepaal die omvang. (1)

13. Die volgende grafiek wys die wiskunde-uitslae van vier leerders in twee eksamens (Kwartaal 2 en Kwartaal 4):



- (a) Wat word die soort grafiek genoem? (1)
- (b) Wie se uitslae het konstant gebly? (1)
- (c) Wie het die beste in Kwartaal 4 gevaar en wat was sy of haar persentasie? (2)
-

14. Die volgende sirkelgrafiek toon die opsomming van response van 200 mense in 'n opname wat gedoen is oor die kwaliteit van hulle plaaslike munisipaliteit se dienslewering.



- (a) Watter respons was die mees algemene? (1)
- (b) Ongeveer hoeveel mense het gedink dat die diens wat hulle ontvang het óf baie goed óf bevreedigend was? (2)
-
- (c) Siyoli beweer dat ongeveer 80 mense dink die dienslewering is swak. Is Siyoli reg, verkeerd, of is dit onmoontlik om te sê uit die inligting wat beskikbaar is? (1)
-
- (d) As jy verantwoordelik was vir die opname, watter terugvoer sou jy aan die munisipaliteit gee? (1)
-

15. Ashwell wou inligting inwin oor watter kitskossoorte die gewildste is onder 12- tot 13-jariges. Hy het sy inligting gekry deur 10 van sy vriende te vra van watter kitskos hulle die meeste hou. Bespreek enige probleme wat kan opduik met hierdie proses van dataversameling en stel beter alternatiewe voor. (4)
-
-
-

16. Jy gaan twee dobbelstene tegelyk gooi en die uitkoms gaan die produk wees van die twee getalle wat op elke dobbelsteen wys. Indien 'n 3 en 'n 4 byvoorbeeld gegooi word, sal die uitkoms 12 wees.

(a) Maak 'n lys van al die moontlike uitkomste van die eksperiment. (3)

.....

.....

.....

.....

.....

(b) Wat is die waarskynlikheid dat die uitkoms 6 sal wees?

Gee jou antwoord as 'n breuk in sy eenvoudigste vorm. (3)

.....

17. 'n Sak bevat 20 tellers van 3 verskillende kleure. Ek gaan een teller uit die sak verwyder sonder om te kyk.

(a) Voltooi die tabel deur die ontbrekende inligting in te vul: (3)

Kleur van tellers	Getal tellers	Waarskynlikheid om die kleur te kies
rooi	5	
wit		$\frac{1}{4}$
blou	10	

(b) Veronderstel dat ek een wit teller byvoeg voordat ek die teller uit die sak haal. Hoe sal dit die waarskynlikheid dat ek 'n rooi teller sal uithaal beïnvloed?

Merk een van die opsies hier onder. (1)

- Dit sal die waarskynlikheid verhoog.
- Dit sal die waarskynlikheid verlaag.
- Die waarskynlikheid sal dieselfde bly.
- Dis onmoontlik om te sê.

☐

☐

☐

☐