WISKUNDE

Graad 8

Boek 2

KABV

Leerderboek

sasol inzalo foundation

UKUQONDA institute

Ontwikkel en gefinansier as 'n voortgesette projek van die Sasol Inzalo Stigting, in samewerking met die Ukuqonda Instituut.

Gepubliseer deur The Ukuqonda Institute
Nealestraat 9, Rietondale 0084
Geregistreer as Titel 21-maatskappy, registrasienommer 2006/026363/08
Openbare Bevoordelingsorganisasie, PBO-no. 930035134
Webwerf: http://www.ukuqonda.org.za

Eerste publikasie in 2014

ISBN: 978-1-920705-39-8

Hierdie boek is ontwikkel in samewerking met die Departement van Basiese Onderwys van Suid-Afrika, met finansiering van die Sasol Inzalo Stigting.

Medewerkers:
Piet Human, Erna Lampen, Marthinus de Jager, Louise Keegan, Paul van Koersveld, Nathi Makae, Enoch Masemola, Therine van Niekerk, Alwyn Olivier, Cerenus Pfeiffer, Renate Röhrs, Dirk Wessels, Herholdt Bezuidenhout

Erkennings:
Vir die hoofstukke oor Datahantering is waardevolle idees en datastelle uit die volgende bronne oorgeneem:
http://www.statssa.gov.za/censusatschool/docs/Study_guide.pdf
http://www.statssa.gov.za/censusatschool/docs/Census_At_School_2009_Report.pdf

Illustrasies en grafika:
Lisa Steyn Illustration; Zhandré Stark, Lebone Publishing Services; Ian Greenop
Rekenaargrafika op die tweede bladsye van die *Leerderboek*-hoofstukke: Piet Human

Voorbladillustrasie: Leonora van Staden

Teksontwerp: Mike Schramm

Uitleg en setwerk: Lebone Publishing Services

Gedruk deur: [printer name and address]

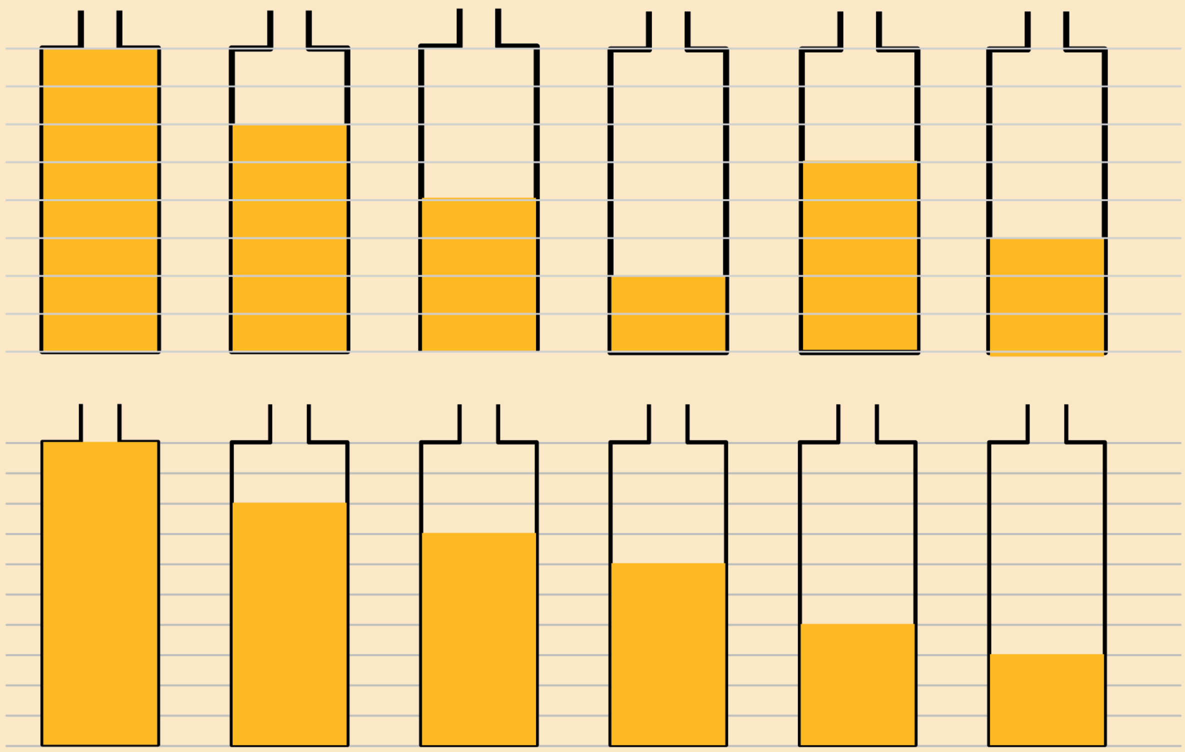
Inhoudsopgawe

Kwartaal 3

Kwartaal 4

HOOFSTUK 1
Breuke

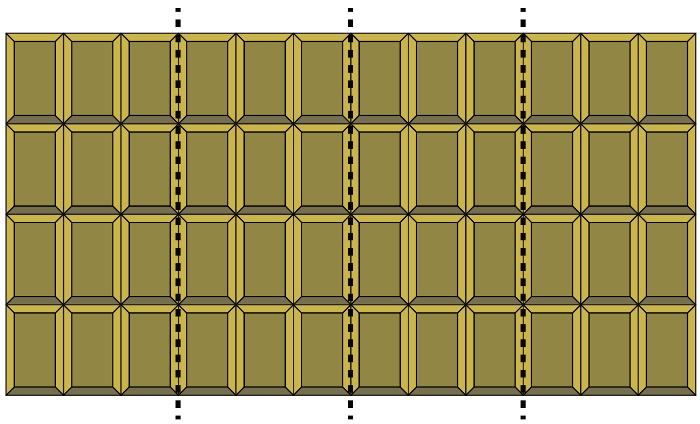
In hierdie hoofstuk gaan jy meer oor breuke leer en waarvoor hierdie getalle gebruik word. Hoeveelhede kan nie altyd presies met telgetalle beskryf word nie. Breuke is ontwikkel sodat enige hoeveelheid akkuraat beskryf kan word.



1 Breuke

1.1 Ekwivalente breuke

DEEL SJOKOLADE OP VERSKILLENDE MANIERE



1. (a) Johan eet drie kwarte van 'n plak sjokolade soos hierdie een hier bo. Hoeveel klein blokkies eet hy dan?

   ....

   (b) Hoeveel klein blokkies is daar in 'n hele plak sjokolade?

   ....

   (c) Rita eet 6 agtstes van 'n sjokoladeplak soos die een hier bo. Wie eet die meeste, Rita of Johan, of eet hulle ewe veel? Verduidelik jou antwoord.

   ....

   ....

2. 'n Plak sjokolade soos die een hier bo moet gelykop tussen 16 mense verdeel word. Dit beteken dat elkeen **een sestiende** van die plak moet kry. Hoeveel klein blokkies sjokolade moet elkeen kry? ....

3. Watter breuk is een klein blokkie van die hele plak? ....

4. (a) Is dit waar dat elke persoon in vraag 2 een sestiende van die plak moet kry?

   ....

   (b) Is dit waar dat elke persoon drie agt-en-veertigstes van die plak moet kry?

   ....

   (c) Is 1 sestiende van die plak sjokolade presies soveel as 3 agt-en-veertigstes van die plak?

   ....

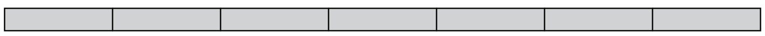
5. Hoeveel agt-en-veertigstes van 'n plak sal elke persoon in die volgende gevalle kry, as die plak sjokolade gelykop tussen die getal mense soos aangedui verdeel word?

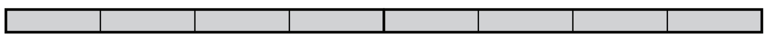
(a)	tussen 2 mense	....	(b)	tussen 3 mense	....
(c)	tussen 4 mense	....	(d)	tussen 6 mense	....
(e)	tussen 8 mense	....	(f)	tussen 12 mense	....
(g)	tussen 16 mense	....	(h)	tussen 24 mense	....

6. Wat word die deeltjies waarin die grys strook in elk van die vrae verdeel is, genoem?

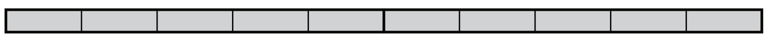
(a)  ....

(b)  ....

(c)  ....

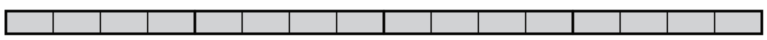
(d)  ....

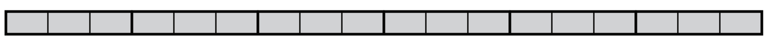
(e)  ....

(f)  ....

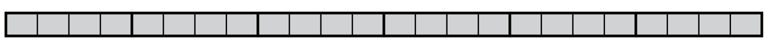
(g)  ....

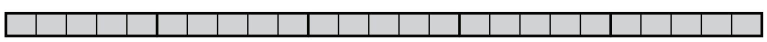
(h)  ....

(i)  ....

(j)  ....

(k)  ....

(l)  ....

(m)  ....

7. (a) 'n Hele plak sjokolade word gelykop tussen 'n aantal mense verdeel, en elkeen kry 1 agtste van die plak. Hoeveel mense is daar?

....

(b) Hoeveel mense is daar as elkeen 1 twaalfde van die plak kry?

....

(c) Hoeveel mense is daar as elkeen 1 sestiende van die plak kry?

....

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 4 2014/09/04 10:12:00 AM

8. Hoeveel klein blokkies, elk 1 agt-en-veertigste van ’n plak, is elk van die volgende?
   (a) 1 twaalfde van ’n plak
   (b) 1 agtste van ’n plak
   (c) 1 derde van ’n plak
   (d) 1 vier-en-twintigste van ’n plak
   (e) 1 sesde van ’n plak
   (f) 1 sestiende van ’n plak

9. Hoeveel klein blokkies, elk 1 agt-en-veertigste van ’n plak, is daar in die volgende?
   (a) 5 twaalfdes van ’n plak
   (b) 3 agtstes van ’n plak
   (c) 2 derdes van ’n plak
   (d) 17 vier-en-twintigstes van ’n plak
   (e) 5 sesdes van ’n plak
   (f) 13 sestiendes van ’n plak

10. Wat is die meeste sjokolade, of is die twee hoeveelhede dieselfde? Gee redes vir jou antwoord by elke vraag.
   (a) 5 sesdes van ’n plak of 13 sestiendes van ’n plak
   (b) 5 twaalfdes van ’n plak of 3 agtstes van ’n plak
   (c) 2 derdes van ’n plak of 17 vier-en-twintigstes van ’n plak

11. (a) Hoeveel agt-en-veertigstes van ’n plak is 1 derde van ’n plak en 1 agtste van ’n plak saam?

(b) Hoeveel is 1 sesde van 'n plak en 3 agtstes van 'n plak saam?

....

....

(c) Hoeveel sjokolade is 5 sesdes van 'n plak en 7 agtstes van 'n plak saam?

....

....

....

12. (a) Hoeveel agtstes van 'n plak is 18 agt-en-veertigstes van 'n plak? Hoekom sê jy so?

....

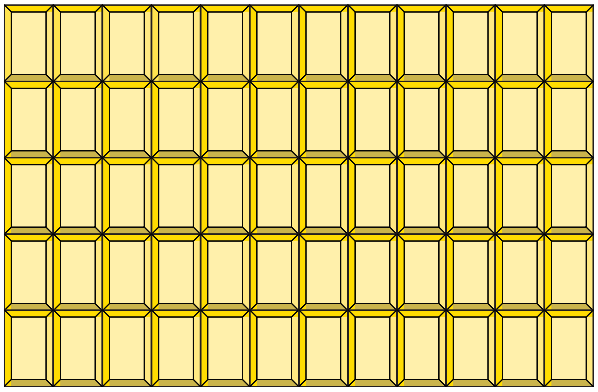
....

(b) Hoeveel sesdes van 'n plak is 32 agt-en-veertigstes van 'n plak? Hoekom sê jy so?

....

....

Hier is 'n ander plak sjokolade.



13. Watter deel van die hele plak is elkeen van die klein blokkies? ....

14. Hoeveel sestigstes van die geel 60-stuk sjokoladeplak is elk van die volgende?

(a) 1 vyfde van die plak

....

(b) 1 twaalfde van die plak

....

15. Om vraag 14 te beantwoord, kon jy net die klein blokkies op die diagram getel het. Watter berekeninge kon jy gemaak het om die antwoord te kry?

....

16. Hoeveel sestigstes van die geel 60-stukkies plak is elk van die volgende?

(a) 1 twintigste van die plak

....

(b) 1 sesde van die plak

....

(c) 9 twintigstes van die plak

....

17. Werk uit watter van die twee breuke die meeste sjokolade is. Of is die twee breuke van die plak dalk ewe veel sjokolade? Gee redes vir jou antwoorde.

(a) 14 twintigstes of 7 tiendes

....

....

(b) 13 twintigstes of 9 vyftiendes

....

....

(c) 3 vyfdes of 7 twaalfdes

....

....

18. Werk uit hoeveel van 'n plak vorm die twee dele saam.

(a) 14 twintigstes en 7 tiendes. Gee jou finale antwoord as 'n getal tiendes.

....

....

(b) 13 twintigstes en 9 vyftiendes. Gee jou finale antwoord as heles en kwarte.

....

....

(c) 3 vyfdes en 7 twaalfdes

....

....

GEBRUIK BREUKNOTASIE

In plaas daarvan om 5 agt-en-veertigstes te skryf, kan ons $\frac{5}{48}$ skryf. Dit word **gewone breuknotasie** genoem.

Die getal 48 onder die lyn word die **noemer** genoem en dit wys dat die hele in 48 ewe groot stukkies verdeel is. Dus is elke stukkie 1 agt-en-veertigste van die hele. Die noemer dui die **eenheid** aan waarin die getal uitgedruk word.

Die getal 5 bokant die lyn word die **teller** genoem en dit dui die **getal** stukkies aan.

’n Getal groter as 1 met nog ’n breukgedeelte daarby, soos 2 en 3 vyfdes, kan as ’n **gemengde getal** geskryf word: $2\frac{3}{5}$.

1. Skryf elkeen van die volgende getalle in breuknotasie.
   (a) 7 twintigstes .... (b) 3 en 5 agtstes ....
   (c) 2 en 7 negendes .... (d) 1 en 7 tiendes ....

2. Skryf elkeen van die volgende getalle in woorde.
   (a) $\frac{23}{100}$ .... (b) $3\frac{5}{30}$ ....
   (c) $2\frac{5}{18}$ .... (d) $\frac{17}{25}$ ....

3. (a) Hierdie strook is in vyf gelyke dele verdeel.
   Watter deel is elkeen van die 5 dele van die hele strook? ....

   (b) Hoeveel kleiner deeltjies sal daar altesaam wees as elkeen van die vyfdes in ses ewe groot deeltjies verdeel word? ....
   (c) Watter breukdeel van die hele strook is elk van die kleiner dele dan? ....

4. (a) Hierdie strook is in 10 gelyke dele verdeel.
   Watter deel van die hele strook is elk van die 10 dele? ....

   (b) Hoeveel kleiner deeltjies sal daar altesaam wees as elkeen van die tiendes in vier gelyke klein deeltjies verdeel word? ....

(c) Watter breukdeel van die hele strook vorm elkeen van die kleiner deeltjies?

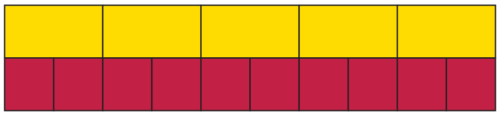
(d) Hoeveel kleiner deeltjies sal daar altesaam wees as elkeen van die tiendes in vyf eenderse kleiner deeltjies verdeel word?

(e) Watter breukdeel van die hele strook is elkeen van die kleiner deeltjies?

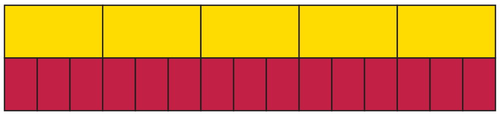
(f) Hoeveel kleiner deeltjies sal daar altesaam wees as elkeen van die tiendes in tien gelyke kleiner deeltjies verdeel word?

(g) Watter breukdeel van die hele strook vorm elkeen van hierdie kleiner deeltjies?

5. (a) Hoeveel tiendes is daar in een vyfde? Jy mag die diagram regs gebruik om dit uit te werk.



(b) Hoeveel vyftiendes is daar in een vyfde?



(c) Hoeveel vyftiendes is daar in 3 vyfdes?

(d) Hoeveel twintigstes is daar in een vyfde? Jy mag 'n diagram soos in vraag 5(a) en (b) teken om jou te help. Die diagram hoef nie volgens skaal te wees nie.

(e) Hoeveel twintigstes is daar in een kwart?

(f) Hoeveel twintigstes is daar in 3 kwarte?

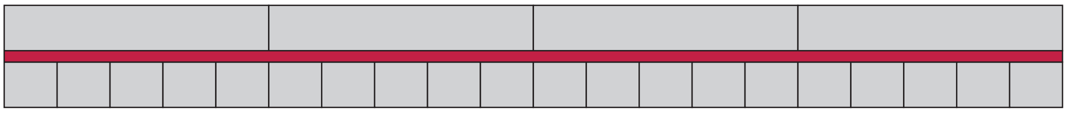
(g) Hoeveel twintigstes dink jy is daar in een tiende? Om jou te help, kan jy merkies op die diagram in vraag 5(a) maak.

Jou antwoorde vir vraag 5 kan in breuknotasie uitgedruk word. Byvoorbeeld, jou antwoord vir 5(c) kan geskryf word as $\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$.

6. Skryf elk van jou ander antwoorde vir vraag 5 in breuknotasie.

7. In hierdie vraag moet jy die breuke *in woorde* skryf. Sê of die stellings waar of onwaar is en staaf jou antwoorde.

(a) "$\frac{15}{20}$ van die rooi strook hier onder is langer as $\frac{3}{4}$ van die strook"



(b) "$\frac{9}{15}$ is 'n groter getal as $\frac{3}{5}$"

(c) "$\frac{2}{3}$ is 'n kleiner getal as $\frac{7}{12}$"

Dieselfde getal kan in verskillende eenhede uitgedruk word. Byvoorbeeld, die getal $\frac{3}{4}$ kan uitgedruk word in agtstes as $\frac{6}{8}$, in twintigstes as $\frac{15}{20}$, in sestigstes as $\frac{45}{60}$ en in baie ander eenhede. $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{15}{20}$ en $\frac{45}{60}$ is almal verskillende maniere om dieselfde getal uit te druk. Hulle word dus **ekwivalente breuke** genoem.

Ekwivalente breuke stel ons in staat om dieselfde getal op verskillende maniere te skryf.

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{15}{20} = \frac{45}{60}$

8. Skryf jou antwoorde in woorde en in breuknotasie. Verduidelik jou antwoorde.

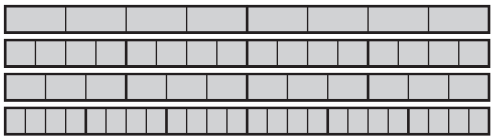
(a) Druk $\frac{3}{8}$ in sestiendes en in veertigstes uit.

(b) Druk $\frac{3}{5}$ in tiendes, twintigstes, veertigstes en honderdstes uit.

(c) Druk $\frac{7}{10}$ in veertigstes, vyftigstes en honderdstes uit.

9. Beskou die breuk 3 kwarte. Dit kan as $\frac{3}{4}$ geskryf word.

(a) Vermenigvuldig beide die teller en die noemer met 2 om ’n “nuwe” breuk te vorm. Is die “nuwe” breuk ekwivalent aan $\frac{3}{4}$? Jy kan seker maak op hierdie diagram.



(b) Vermenigvuldig beide die teller en die noemer met 3 om ’n “nuwe” breuk te vorm. Is die nuwe breuk ekwivalent aan $\frac{3}{4}$?

(c) Vermenigvuldig die teller en die noemer met 4 om ’n “nuwe” breuk te vorm. Is die nuwe breuk ekwivalent aan $\frac{3}{4}$?

(d) Vermenigvuldig die teller en die noemer met 6 om ’n “nuwe” breuk te vorm. Is die nuwe breuk ekwivalent aan $\frac{3}{4}$?

$\frac{15}{20}$ is ekwivalent aan $\frac{3}{4}$ want daar is 5 twintigstes in 1 kwart, dus is daar 15 twintigstes in 3 kwarte. $\frac{9}{16}$ is nie ekwivalent aan $\frac{3}{4}$ nie, want 4 sestiendes is 1 kwart, dus is 3 kwarte 12 sestiendes, nie 9 sestiendes nie.

10. Besluit of die twee gegewe getalle gelyk is of nie. Verduidelik jou antwoord. As hulle nie gelyk is nie, sê watter een die grootste is en verduidelik waarom jy so sê. As dit jou sal help, mag jy eers die breuke in woorde skryf.

(a) $\frac{5}{8}$ en $\frac{3}{5}$ (Wenk: druk albei getalle as veertigstes uit)

(b) $\frac{7}{10}$ en $\frac{5}{8}$

(c) $\frac{4}{5}$ en $\frac{7}{8}$

1.2 Optel en aftrek van breuke

Om breuke op te tel of af te trek, moet al die breuke in dieselfde eenheid uitgedruk wees.

1. Bereken die volgende. Die werk wat jy in vraag 10 op die vorige bladsy gedoen het, mag jou dalk help.
   (a) $\frac{5}{8} + \frac{3}{5} =$ ....
   (b) $\frac{7}{10} + \frac{5}{8} =$ ....
   (c) $\frac{7}{10} + \frac{3}{8} =$ ....
   (d) $\frac{5}{8} - \frac{3}{5} =$ ....
   (e) $\frac{7}{10} - \frac{3}{8} =$ ....
   (f) $6 \times \frac{5}{8}$ (dit is $\frac{5}{8} + \frac{5}{8} + \frac{5}{8} + \frac{5}{8} + \frac{5}{8} + \frac{5}{8}$)

   ....
   (g) $8 \times \frac{7}{10}$ ....

Om byvoorbeeld $\frac{5}{8}$ en $\frac{3}{5}$ te vergelyk, op te tel of af te trek, moet 'n mens 'n breukeenheid kry waarin albei breuke uitgedruk kan word. Ons noem dit 'n **gemeenskaplike noemer**. Die "produk" van die twee noemers is nuttig om so 'n eenheid te vind; in hierdie geval $5 \times 8 = 40$. Aangesien 1 agtste 5 veertigstes is, is $\frac{5}{8}$ 25 veertigstes of $\frac{25}{40}$. Aangesien 1 vyfde 8 veertigstes is, is $\frac{3}{5}$ 24 veertigstes of $\frac{24}{40}$. Dus is $\frac{5}{8}$ groter as $\frac{3}{5}$.

2. Verduidelik in elke vraag hoekom die twee gegewe getalle gelyk is of nie. Dui aan watter een die grootste is indien hulle nie gelyk is nie. Gee ook die rede vir jou keuse. Jy mag eers die breuke in woorde skryf as dit jou sal help.
   (a) $\frac{5}{8}$ en $\frac{2}{3}$

   ....
   (b) $\frac{5}{6}$ en $\frac{7}{8}$

   ....
   (c) $\frac{3}{4}$ en $\frac{4}{5}$

   ....

(d) $\frac{5}{12}$ en $\frac{2}{3}$

....

(e) $\frac{7}{12}$ en $\frac{3}{8}$

....

(f) $\frac{9}{20}$ en $\frac{4}{15}$

....

(g) $\frac{3}{10}$ en $\frac{1}{4}$

....

(h) $\frac{7}{10}$ en $\frac{5}{8}$

....

(i) $\frac{9}{13}$ en $\frac{11}{17}$

....

3. Tel nou die breuke in vraag 2 bymekaar en wys hoe jy dit uitgewerk het.

(a) $\frac{5}{8} + \frac{2}{3}$ ....

(b) $\frac{5}{6} + \frac{7}{8}$ ....

(c) $\frac{3}{4} + \frac{4}{5}$ ....

(d) $\frac{5}{12} + \frac{2}{3}$ ....

(e) $\frac{7}{12} + \frac{3}{8}$ ....

(f) $\frac{9}{20} + \frac{4}{15}$ ....

(g) $\frac{3}{10} + \frac{1}{4}$ ....

(h) $\frac{7}{10} + \frac{5}{8}$ ....

(i) $\frac{9}{13} + \frac{11}{17}$ ....

4. Trek nou die kleinste getal van die grootste getal af in elk van die dele van vraag 2.

(a) $\frac{2}{3} - \frac{5}{8}$ ....

(b) $\frac{7}{8} - \frac{5}{6}$ ....

(c) $\frac{4}{5} - \frac{3}{4}$ ....

(d) $\frac{2}{3} - \frac{5}{12}$ ....

(e) $\frac{7}{12} - \frac{3}{8}$ ....

(f) $\frac{9}{20} - \frac{4}{15}$ ....

(g) $\frac{3}{10} - \frac{1}{4}$ ....

(h) $\frac{7}{10} - \frac{5}{8}$ ....

(i) $\frac{9}{13} - \frac{11}{17}$ ....

5. Bereken die volgende.

(a) $3\frac{2}{3} - 1\frac{5}{6}$ ....

(b) $5\frac{6}{7} + \frac{3}{8}$ ....

(c) $12\frac{5}{8} + 7\frac{4}{9}$ ....

(d) $4\frac{5}{12} - 2\frac{3}{10}$ ....

(e) $1\frac{3}{10} - \frac{2}{3}$ ....

(f) $2\frac{7}{15} - 1\frac{3}{8}$ ....

(g) $\frac{7}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{8}$ ....

(h) $\frac{7}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{8}$ ....

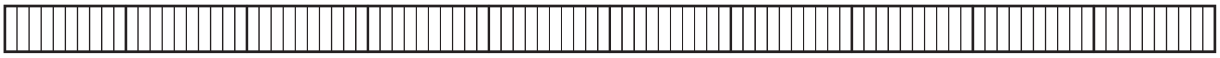
(i) $\frac{7}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{8} + \frac{7}{8}$ ....

(j) $2\frac{4}{12} + 2\frac{4}{12} + 2\frac{4}{12} + 2\frac{4}{12} + 2\frac{4}{12} + 2\frac{4}{12} + 2\frac{4}{12} + 2\frac{4}{12}$ ....

1.3 Tiendes en honderdstes en duisendstes

'N BRUIKBARE FAMILIE VAN BREUKEENHEDE

1. (a) Kleur drie tiendes van die strook in.



(b) In hoeveel kleiner dele is elke tiende van die strook hier bo verdeel? ....

(c) Hoeveel van hierdie kleiner deeltjies is daar in die hele strook? ....

(d) Wat word elkeen van hierdie kleiner deeltjies genoem? ....

(e) Hoeveel honderdstes is daar in 2 vyfdes van die strook? ....

(f) Hoeveel honderdstes is daar in 1 kwart van die strook? ....

(g) Kleur 37 honderdstes van die strook hier onder in.

2. Druk elkeen van die volgende getalle as 'n getal honderdstes uit, en skryf jou antwoord in breuknotasie.

(a) 4 vyfdes ....

(b) 1 twintigste ....

(c) 7 twintigstes ....

(d) 1 vyf-en-twintigste ....

(e) 17 vyf-en-twintigstes ....

(f) 7 vyftigstes ....

Omdat 1 twintigste 5 honderdstes is, is 7 twintigstes gelyk aan 35 honderdstes.
Dit kan ook in breuknotasie uitgedruk word: $\frac{35}{100} = \frac{7}{20}$.

$\frac{7}{20}$ word die **eenvoudigste vorm** van $\frac{35}{100}$ genoem, omdat $\frac{35}{100}$ nie deur 'n kleiner teller as 7 uitgedruk kan word nie.

3. Druk elk van die volgende breuke in hulle eenvoudigste vorm uit.

(a) $\frac{75}{100}$ ....

(b) $\frac{60}{100}$ ....

(c) $\frac{65}{100}$ ....

(d) $\frac{90}{100}$ ....

4. Bereken die volgende en skryf jou antwoord in sy eenvoudigste vorm.

(a) $\frac{3}{25} + \frac{4}{20}$ ....

(b) $\frac{6}{25} + \frac{6}{20}$ ....

(c) $\frac{7}{100} + \frac{9}{200}$ ....

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 15 2014/09/04 10:12:36 AM

5. (a) Hoeveel is $\frac{1}{100}$ van R400? ....

   (b) Hoeveel is $\frac{7}{100}$ van R250? ....

   (c) Hoeveel is $\frac{25}{100}$ van R600? ....

   (d) Hoeveel is $\frac{1}{4}$ van R600? ....

   (e) Hoeveel is $\frac{40}{100}$ van R700? ....

   (f) Hoeveel is $\frac{2}{5}$ van R700? ....

In plaas daarvan om $\frac{40}{100}$ van R700 te skryf, kan ons $\frac{40}{100} \times$ R700 skryf.

6. Verduidelik hoekom jou antwoorde vir vrae 5(e) en 5(f) dieselfde is.

....

'n Ander woord vir *honderdste* is *persent*.
In plaas daarvan om te sê
Miriam het ***32 honderdstes*** *van die prysgeld gekry*,
kan ons sê
Miriam het ***32 persent*** *van die prysgeld gekry.*
Die simbool vir persent is %.

7. Hoeveel is 80% van elk van die volgende?

   (a) R900 ....

   (b) R650 ....

   (c) R250 ....

   (d) R3 400 ....

8. Hoeveel is 8% van elk van die bedrae in 7(a), (b), (c) en (d)?

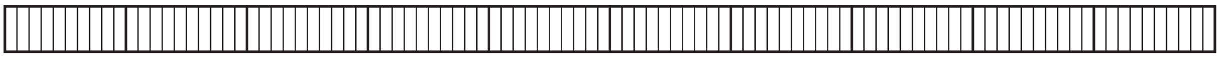
....

9. Hoeveel is 15% van elk van die bedrae in 7(a), (b), (c) en (d)?

....

....

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 16 2014/09/04 10:12:38 AM



Die strook hier bo is in honderdstes verdeel.

Veronderstel dat elkeen van die honderdstes in 10 gelyke deeltjies verdeel is (dit sal amper onmoontlik wees om hulle te sien).

10. (a) Hoeveel van hierdie baie klein deeltjies is daar in die hele strook?

 (b) Wat kan elkeen van hierdie baie klein deeltjies genoem word?

11. Hoeveel is elk van die volgende?

 (a) een tiende van R6 000

 (b) een honderdste van R6 000

 (c) een duisendste van R6 000

 (d) tien honderdstes van R6 000

 (e) 100 duisendstes van R6 000

 (f) 7 honderdstes van R6 000

 (g) 70 duisendstes van R6 000

 (h) een tienduisendste van R6 000

12. Bereken.

 (a) $\frac{3}{10} + \frac{5}{8}$

 (b) $3\frac{3}{10} + 2\frac{4}{5}$

 (c) $\frac{3}{10} + \frac{7}{100}$

 (d) $\frac{3}{10} + \frac{70}{100}$

 (e) $\frac{3}{10} + \frac{7}{1\,000}$

 (f) $\frac{3}{10} + \frac{70}{1\,000}$

13. Bereken.

 (a) $\frac{3}{10} + \frac{7}{100} + \frac{4}{1\,000}$

 (b) $\frac{3}{10} + \frac{70}{100} + \frac{400}{1\,000}$

 (c) $\frac{6}{10} + \frac{20}{100} + \frac{700}{1\,000}$

 (d) $\frac{2}{10} + \frac{5}{100} + \frac{4}{1\,000}$

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 17 2014/09/04 10:12:42 AM

14. Ondersoek of die stellings waar is of nie, en gee redes vir jou besluit.

(a) $\frac{1}{10} + \frac{23}{100} + \frac{346}{1\,000} = \frac{6}{10} + \frac{3}{100} + \frac{46}{1\,000}$ ....

....

....

(b) $\frac{1}{10} + \frac{23}{100} + \frac{346}{1\,000} = \frac{7}{10} + \frac{2}{100} + \frac{46}{1\,000}$ ....

....

....

(c) $\frac{1}{10} + \frac{23}{100} + \frac{346}{1\,000} = \frac{6}{10} + \frac{7}{100} + \frac{6}{1\,000}$ ....

....

....

(d) $\frac{676}{1\,000} = \frac{6}{10} + \frac{7}{100} + \frac{6}{1\,000}$ ....

....

....

1.4 Breuk van ’n breuk

BEREKEN DELE VAN HELES EN DELE VAN DELE

Om $\frac{7}{20}$ (7 twintigstes) van R500 te bereken, moet jy eers 1 twintigste bereken en dan met 7 vermenigvuldig:

1 twintigste van R500 is R500 ÷ 20 = R25, dus $\frac{7}{20}$ van R500 is 7 × R25 = R175.

Dit beteken, om $\frac{7}{20}$ van R500 te bereken, bereken jy (500 ÷ 20) × 7. Jy deel deur die noemer en vermenigvuldig met die teller.

$\frac{7}{20}$ van 500 is dieselfde as $\frac{7}{20} \times 500$.

1. Bereken.
   (a) $\frac{9}{25}$ van R500 ....
   (b) $\frac{9}{20}$ van R500 ....
   (c) $\frac{9}{125}$ van R500 ....

2. ’n Klein koor van 8 lede het die tweede prys in ’n kompetisie verower en hulle het 2 vyfdes van die totale prysgeld ontvang. Hulle het die geld gelykop tussen hulle verdeel. Die totale prysgeld was R1 000. Hoeveel prysgeld het elke koorlid gekry?

   ....

   ....

3. (a) Hoeveel is $\frac{7}{8}$ van 400? ....
   (b) Hoeveel is $\frac{2}{5}$ van jou antwoord vir (a)? ....
   (c) Hoeveel is $\frac{7}{20}$ van 400? ....

4. Hier is Nathi se antwoord op vraag 2:
   1 vyfde van R1 000 is R200, dus 2 vyfdes is R400. Die koor het dus altesaam R400 ontvang. Elke lid het 1 agtste van die R400 gekry, wat R400 ÷ 8 = R50 is.
   (a) Vergelyk jou eie antwoord met Nathi se antwoord. Werk dit weer uit as hulle verskil en vind uit wie se antwoord reg is.

   ....

   (b) Kyk of jy saamstem dat $\frac{1}{20}$ van R1 000 = R50.

   ....

   (c) Probeer om te verduidelik hoekom die antwoord op vraag 2 dieselfde as $\frac{1}{20}$ van R1 000 is.

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 19 2014/09/04 10:12:48 AM

5. Gebruik die getalle 80, 180, 260, 360 en 2 400 in die volgende vrae. Doen jou werk in die tabel hier onder.
   (a) Hoeveel is $\frac{2}{5}$ van elk van die getalle?
   (b) Hoeveel is $\frac{3}{4}$ van elkeen van jou antwoorde van (a)?
   (c) Hoeveel is $\frac{6}{20}$ van elk van die getalle?

Getal	80	180	260	360	2 400
$\frac{2}{5}$ van die getal					
$\frac{3}{4}$ van die antwoord					
$\frac{6}{20}$ van die getal					

6. Gebruik jou antwoorde vir vraag 5 om die volgende vrae te beantwoord.
   (a) Hoeveel is $\frac{3}{4}$ van $\frac{2}{5}$ van R80? ....
   (b) Hoeveel is $\frac{3}{4}$ van $\frac{2}{5}$ van R180? ....
   (c) Hoeveel is $\frac{3}{4}$ van $\frac{2}{5}$ van R260? ....
   (d) Hoeveel is $\frac{3}{4}$ van $\frac{2}{5}$ van R360? ....
   (e) Hoeveel is $\frac{3}{4}$ van $\frac{2}{5}$ van R2 400? ....

7. Om $\frac{3}{4}$ *van* $\frac{2}{5}$ *van 'n getal* te bereken, het jy die volgende gedoen: *getal* ÷ *4* × *3* ÷ *5* × *2*.
   (a) Stel ondersoek in daarna of *die getal* × *3* × *2* ÷ *5* ÷ *4* dieselfde antwoord sal gee as *die getal* ÷ *4* × *3* ÷ *5* × *2*, vir die getalle in vraag 5 of vir enige ander getalle wat jy mag kies.

   ....

   (b) Ondersoek of *die getal* × *6* ÷ *20* dieselfde antwoord sal gee as *die getal* × *3* × *2* ÷ *5* ÷ *4*.

   ....

   (c) Ondersoek of *die getal* × *3* ÷ *10* dieselfde antwoord sal gee as *die getal* × *6* ÷ *20*.

   ....

In plaas van $\frac{3}{4}$ van $\frac{2}{5}$ kan ons skryf $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$.

$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3 \times 2}{4 \times 5}$

Om met 'n gemengde getal soos byvoorbeeld $2\frac{7}{8}$ te vermenigvuldig, is dit goed om die telgetal in dieselfde breukeenheid as die breukdeel uit te druk, byvoorbeeld:
2 heles is 16 agtstes, dus $2\frac{7}{8}$ is $\frac{16}{8} + \frac{7}{8} = \frac{23}{8}$.

8. Bereken elk van die volgende.

(a) $\frac{3}{10} \times \frac{12}{25}$ ....

(b) $\frac{5}{18} \times \frac{4}{35}$ ....

(c) $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right) \times \frac{6}{7}$

....

(d) $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$

....

(e) $2\frac{3}{5} \times \frac{5}{6}$

....

(f) $2\frac{3}{4} \times 3\frac{2}{5}$

....

(g) $2\frac{2}{3} \times 2\frac{2}{3}$

....

(h) $8\frac{2}{5} \times 3\frac{1}{3}$

....

(i) $\frac{6}{7} \times \left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)$

....

....

(j) $\frac{6}{7} \times \frac{1}{3} + \frac{6}{7} \times \frac{1}{2}$

....

....

(k) $\frac{6}{7} \times \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)$

....

(l) $\frac{6}{7} \times \frac{1}{2} - \frac{6}{7} \times \frac{1}{3}$

....

(m) $\left(\frac{5}{6}+\frac{2}{3}\right) \times \frac{1}{5}$

....

(n) $\frac{5}{6} \times \frac{1}{5} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$

....

(o) $\frac{3}{4} - \frac{2}{5} \times \frac{5}{6}$

....

....

(p) $\frac{7}{8} \times \left(\frac{4}{7}+\frac{2}{5}\right)$

....

....

VIERKANTE EN KUBUSSE EN WORTELS VAN BREUKE

1. Bereken.

(a) $\frac{3}{10} \times \frac{3}{10}$

(b) $\frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{3}{10}$

....

(c) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$

(d) $\left(\frac{5}{9}\right)^2$

....

(e) $\left(\frac{3}{5}\right)^3$

(f) $\left(\frac{1}{4}\right)^2$

....

(g) $\left(\frac{1}{4}\right)^3$

(h) $\left(\frac{4}{7}\right)^2$

....

(i) $\left(\frac{5}{8}\right)^3$

(j) $\left(\frac{5}{8}\right)^2$

....

(k) $\left(\frac{5}{12}\right)^3$

(l) $\left(\frac{5}{12}\right)^2$

....

2. Watter getal, met homself vermenigvuldig, is $\frac{9}{16}$? ....

Hierdie getal word die vierkantswortel van $\frac{9}{16}$ genoem. Dit kan as $\sqrt{\frac{9}{16}}$ geskryf word.

3. Bereken die volgende. Hier en daar sal jou antwoorde van vraag 1 jou help.

(a) $\sqrt{\frac{4}{9}}$ ....

(b) $\sqrt[3]{\frac{27}{64}}$ ....

(c) $\sqrt{\frac{25}{81}}$ ....

(d) $\sqrt[3]{\frac{125}{343}}$ ....

(e) $\sqrt{\frac{25}{36}}$ ....

(f) $\sqrt[3]{\frac{125}{216}}$ ....

(g) $\sqrt{\frac{9}{100}}$ ....

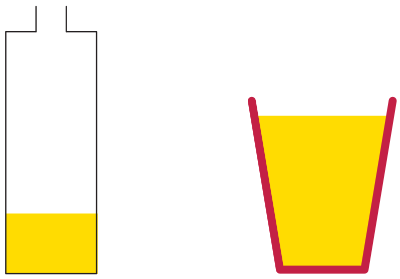
(h) $\sqrt[3]{\frac{27}{1\,000}}$ ....

1.5 Deel deur 'n breuk

BEDIEN SAP

Jannie gooi sap uit bottels in glase.

Hy gebruik drie kwarte van 'n bottel sap om een glas vol te maak.



1. Hoeveel bottels sal Jannie nodig hê om 10 glase vol te maak?

   ....

2. Hoeveel bottels sal Jannie nodig hê om 30 glase vol te maak?

   ....

3. Hoeveel bottels sal Jannie nodig hê om 100 glase vol te maak?

   ....

4. Hoeveel bottels sal hy nodig hê om 180 glase vol te maak?

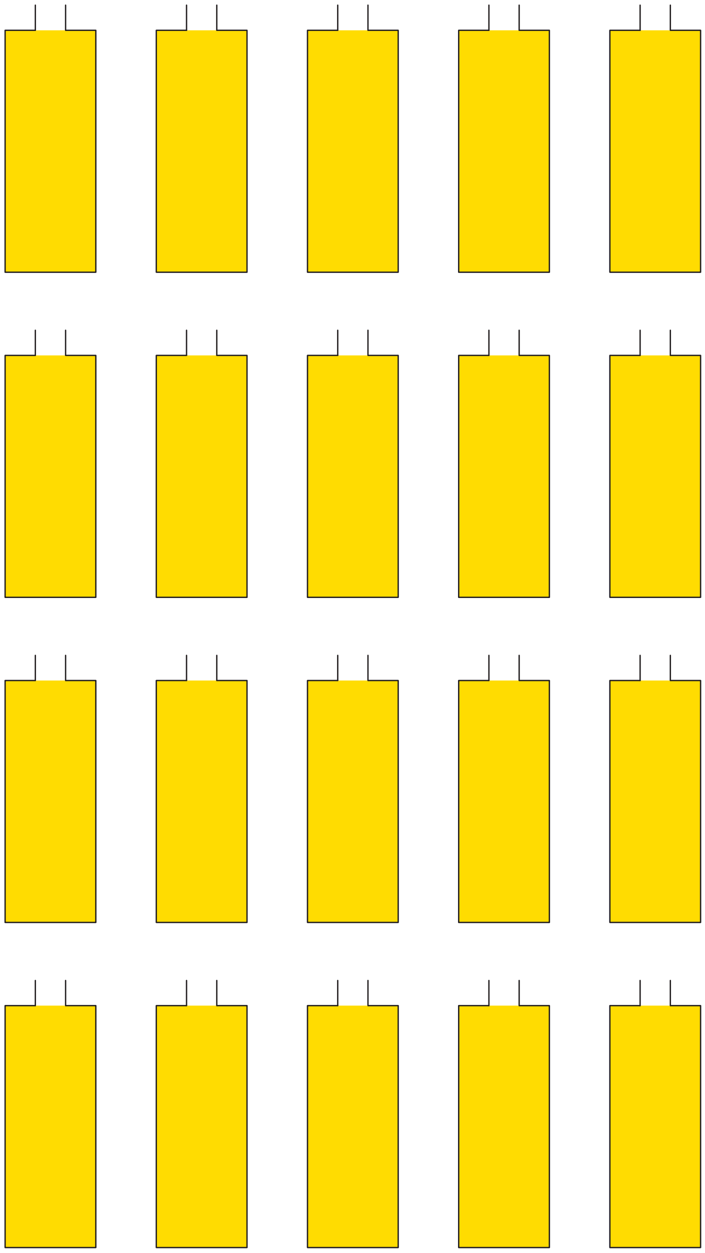
   ....

5. Hoeveel bottels sal hy nodig hê om 37 glase vol te maak?

   ....

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 23 2014/09/04 10:13:06 AM

6. Hoeveel glase kan Jannie volmaak met 20 bottels sap?



7. Hoeveel glase kan Jannie volmaak met 36 vol bottels sap?

Op ’n ander dag gebruik Jannie glase van ’n ander grootte. Hy het 5 agtstes van ’n bottel sap nodig om een van hierdie glase vol te maak.

8. Hoeveel bottels sap het Jannie nodig om 50 van hierdie glase vol te maak?

....

....

....

....

9. Hoeveel van hierdie glase kan Jannie uit 25 vol bottels sap volmaak?

....

....

....

....

Jannie gebruik weer ander glase. Vir hierdie glase het hy $\frac{7}{10}$ van ’n vol bottel sap nodig om een glas te vul.

10. Hoeveel bottels sap het Jannie nodig om 44 van hierdie glase vol te maak?

....

....

....

11. Hoeveel van hierdie glase kan Jannie volmaak uit 25 vol bottels sap?

....

....

....

....

12. Hoeveel glase kan Jannie uit 36 vol bottels volmaak as hy ’n driekwart bottel nodig het om een glas te vul?

....

....

....

DOEN DIE SAP-BEREKENINGE VINNIGER

1. Ria het R850 en hoenders kos R67 elk. Watter bewerking het sy nodig om uit te werk hoeveel hoenders sy kan koop?

   ....

2. Jannie het 16 bottels en het 3 kwarte $\left(\frac{3}{4}\right)$ van 'n bottel nodig om een glas vol te maak.
   (a) Hoeveel kwarte is daar in 16 vol bottels sap?

   ....

   (b) Hoeveel glase kan hy met hierdie kwarte volmaak?

   ....

By vraag 2 het jy uitgewerk hoeveel glase, wat elk $\frac{3}{4}$ van 'n bottel bevat, uit 16 bottels volgemaak kan word. Jy het dit gedoen deur eers die totale hoeveelheid kwarte in 16 bottels uit te werk, en dit dan deur 3 te deel om uit te vind hoeveel glase volgemaak kan word. Doen vrae 3 en 4 op dieselfde manier.

3. Jannie het 20 bottels sap en het 5 agtstes ($\frac{5}{8}$) van 'n bottel nodig om een glas te vul. Om uit te vind hoeveel glase hy kan volmaak, moet hy uitvind hoeveel 20 gedeel deur $\frac{5}{8}$ is. Doen jou berekeninge soos in vraag 2 om dit uit te vind.

   ....

   ....

4. Jannie het 25 bottels sap en het $\frac{3}{5}$ van 'n bottel nodig om een glas vol te maak. Hoeveel glase kan hy volmaak?

   ....

   ....

   ....

   ....

In vrae 2, 3 en 4 het jy in werklikheid hierdie berekeninge gedoen:

In vraag 2 het jy $16 \div \frac{3}{4}$ uitgewerk, deur die berekening $16 \times 4 \div 3$.

In vraag 3 het jy $20 \div \frac{5}{8}$ uitgewerk, deur die berekening $20 \times 8 \div 5$.

In vraag 4 het jy $25 \div \frac{3}{5}$ uitgewerk, deur die berekening $25 \times 5 \div 3$.

Om deur 'n breuk te deel, vermenigvuldig jy met die noemer en deel deur die teller.

5. Bereken:

(a) $9 \div \frac{2}{3}$

(b) $12 \div \frac{3}{8}$

(c) $15 \div \frac{7}{10}$

(d) $2 \div \frac{3}{20}$

(e) $20 \div \frac{7}{12}$

(f) $120 \div 3\frac{3}{5}$

6. Bereken:

(a) $9 \times \frac{3}{2}$

(b) $12 \times \frac{8}{3}$

(c) $15 \times \frac{10}{7}$

(d) $2 \times \frac{20}{3}$

(e) $20 \times \frac{12}{7}$

(f) $120 \times \frac{5}{18}$

7. Wat merk jy op uit jou antwoorde op vrae 5 en 6?

Om met 'n breuk te deel, draai ons die breuk om en vermenigvuldig!

Byvoorbeeld, $15 \div \frac{7}{10} = 15 \times \frac{10}{7}$.

$\frac{10}{7}$ is die **resiprook** (ook die vermenigvuldigingsinverse genoem) van $\frac{7}{10}$.

Deel is die inverse van vermenigvuldiging.

Die metode van deel deur te vermenigvuldig met die inverse werk ook wanneer 'n breuk deur 'n breuk gedeel word. Byvoorbeeld $\frac{5}{18} \div \frac{7}{10}$ kan bereken word deur $\frac{5}{18} \times \frac{10}{7}$.

8. Bereken:

(a) $\frac{7}{10} \div \frac{3}{20}$

....

....

....

(b) $\frac{9}{10} \div \frac{3}{18}$

....

....

....

(c) $\frac{17}{20} \div \frac{2}{7}$

....

....

....

(d) $2\frac{7}{10} \div \frac{3}{5}$

....

....

....

(e) $4\frac{7}{8} \div \frac{2}{3}$

....

....

....

(f) $5\frac{7}{8} \div 2\frac{3}{5}$

....

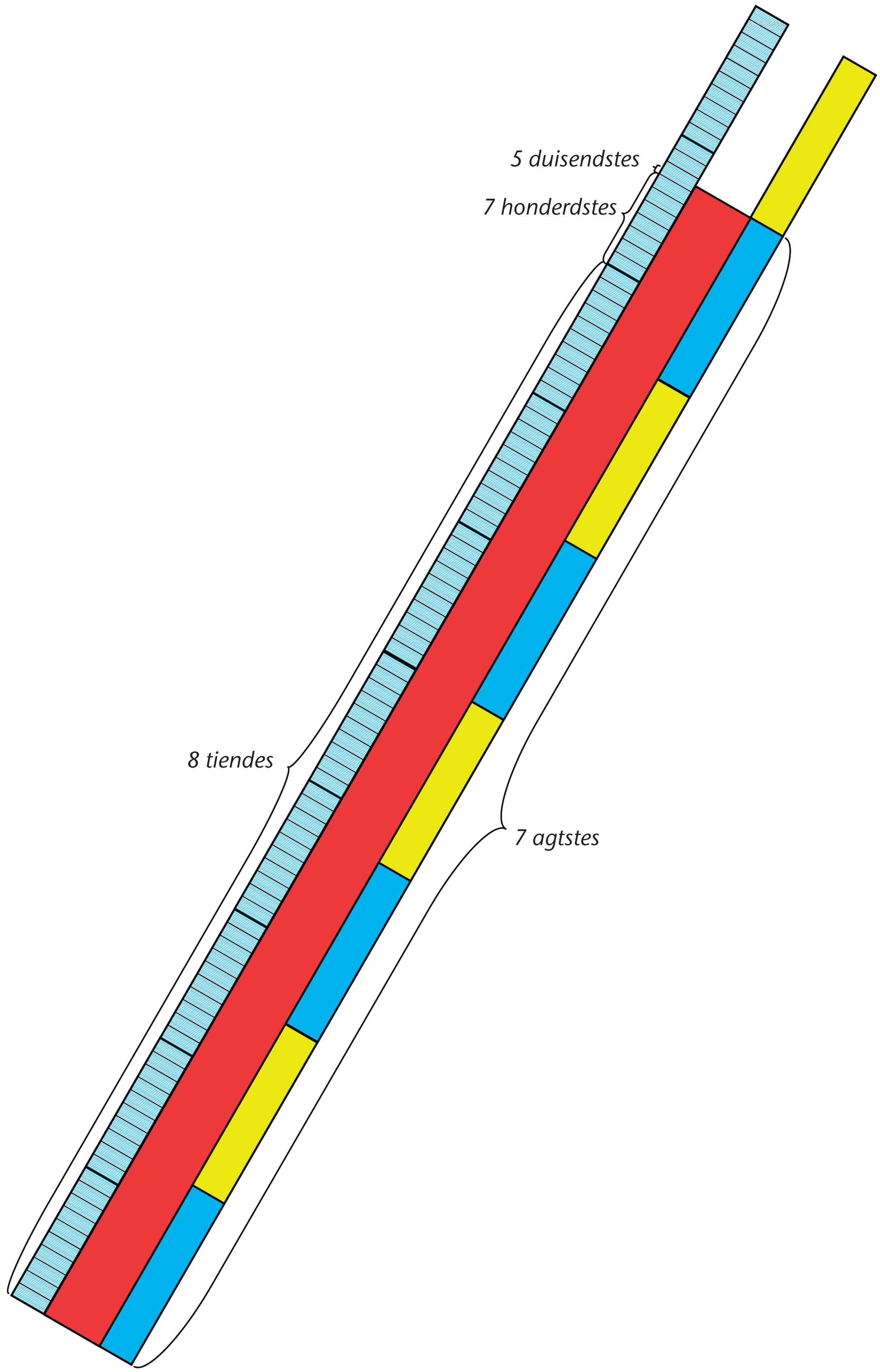
....

....

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 28 2014/09/04 10:13:13 AM

Hoofstuk 2
Breuke in desimale notasie

In hierdie hoofstuk gaan jy met breuke werk wat in desimale notasie geskryf is. Wanneer breuke in desimale notasie geskryf is, kan ons berekeninge met hulle doen op dieselfde manier as wat ons berekeninge met telgetalle doen. Dit is belangrik om altyd in gedagte te hou dat die gewone breukvorm, die desimale vorm en die persentasievorm bloot verskillende maniere is om presies dieselfde getalle uit te druk.


5 duisendstes
7 honderdstes
8 tiendes
7 agtstes

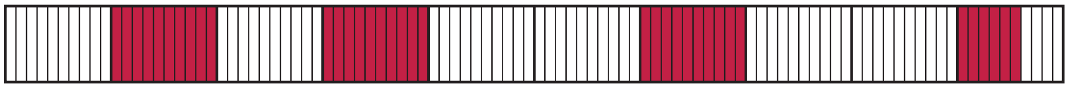
2 Breuke in desimale notasie

2.1 Ekwivalente vorme

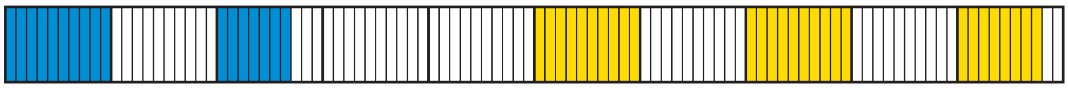
BREUKE IN DESIMALE NOTASIE

1. Watter breuk van elke reghoek is ingekleur? Skryf jou antwoorde in die tabel neer.

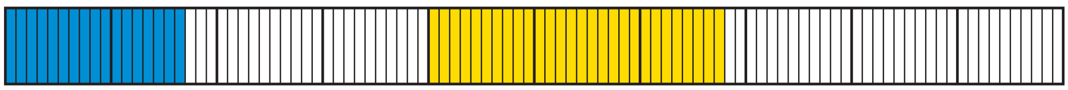
(a)



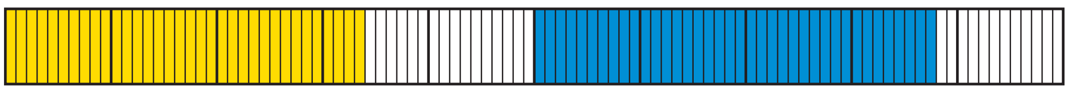
(b)



(c)



(d)



Ingekleur	Breuknotasie	Desimale notasie
(a) Rooi		
(b) Groen		
Geel		
(c) Groen		
Geel		
(d) Geel		
Groen		

2. Kyk nou watter breuk van die reghoeke in vraag 1 nie ingekleur is nie.

Nie ingekleur nie	Breuknotasie	Desimale notasie
(a)		
(b)		
(c)		
(d)		

Desimale breuke en gewone breuke is bloot verskillende maniere om dieselfde getal uit te druk. Ons noem dit verskillende **notasies**.

Om 'n **gewone breuk as 'n desimale breuk** te skryf, kan 'n mens eers die gewone breuk met 'n mag van tien (10, 100, 1 000 ens.) as noemer skryf.

Byvoorbeeld: $\frac{9}{20} = \frac{9}{20} \times \frac{5}{5} = \frac{45}{100} = 0{,}45$

As jy 'n sakrekenaar het, kan jy ook die teller deur die noemer deel om die desimale vorm van die breuk te kry, byvoorbeeld: $\frac{9}{20} = 9 \div 20 = 0{,}45$

Om 'n **desimale breuk as 'n gewone breuk** te skryf, kan 'n mens eers die desimale breuk as 'n gewone breuk met 'n mag van 10 as noemer skryf en dan vereenvoudig indien nodig.

Byvoorbeeld: $0{,}65 = \frac{65}{100} = \frac{65 \div 5}{100 \div 5} = \frac{13}{20}$

3. Skryf elkeen van die getalle in die desimale vorm:

$\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{7}{5}$ $\frac{7}{2}$ $\frac{65}{100}$

....

4. Skryf as desimale breuke:

(a) $2 \times 10 + 1 \times 1 + \frac{3}{10}$

....

....

(b) $3 \times 1 + 6 \times \frac{1}{100}$

....

....

(c) Drie honderdstes

....

(d) $7 \times \frac{1}{1\,000}$

....

5. Skryf die getalle as breuke in hulle eenvoudigste vorm:

0,2 0,85 0,07 12,04 40,006

....

....

6. Skryf as desimale breuke:
   (a) 5 + 12 tiendes (b) 2 + 3 tiendes + 17 honderdstes

   ....

   (c) 13 honderdstes + 15 duisendstes (d) 7 honderdstes + 154 honderdstes

   ....

HONDERDSTES, PERSENTASIES EN DESIMALE

Dit is dikwels moeilik om breuke met verskillende noemers te vergelyk. Breuke met dieselfde noemer is makliker om te vergelyk. Om hierdie en ander redes word breuke dikwels as honderdstes uitgedruk. 'n Breuk wat as honderdstes uitgedruk is, word 'n **persentasie** genoem. In plaas van 6 honderdstes kan ons sê 6 persent of $\frac{6}{100}$ of 0,06.

6 persent of $\frac{6}{100}$ of 0,06 is bloot drie verskillende maniere om dieselfde getal te skryf.

Die simbool % dui persentasie aan. In plaas daarvan om "17 persent" te skryf, kan ons 17% skryf.

1. Druk elk van die volgende op drie maniere uit: in desimale notasie, in persentasienotasie en in die gewone breuknotasie.
   (a) 80 honderdstes (b) 5 honderdstes

   ....

   (c) 60 honderdstes (d) 35 honderdstes

   ....

2. Voltooi die tabel:

Gewone breuk	Desimale breuk	Persentasie
	0,3	
$\frac{1}{4}$		
		15%
$\frac{1}{8}$		
	0,55	
		1%

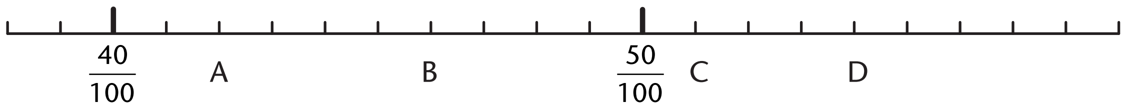
2.2 Orden en vergelyk desimale breuke

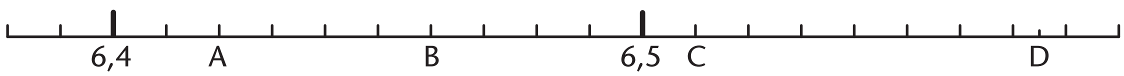
GROTER, KLEINER OF EWE GROOT?

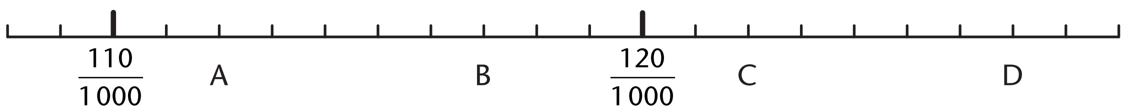
1. Gee die waardes van die gemerkte punte (A tot D) so akkuraat as moontlik in *desimale notasie*. Skryf die waardes onder die letters A tot D neer.

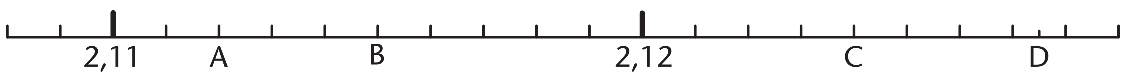
(a)


(b)

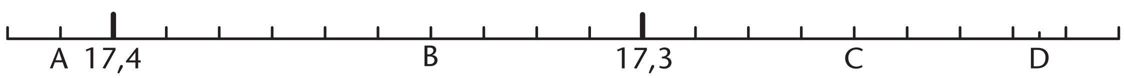

(c)


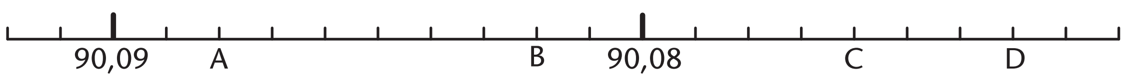
(d)


(e)


(f)


(g)


(h)


(i)


2. Rangskik die getalle van groot na klein. Verduidelik jou metode.

5 267   1 263   1 300   12 689   635   1 267   125   126   12

....

....

....

3. Rangskik die getalle van groot na klein. Verduidelik jou metode.

0,8   0,05   0,901   0,15   0,465   0,55   0,75   0,4   0,62

0,901   0,8   0,75   0,62   0,55   0,465   0,4   0,15   0,05

....

....

....

4. Skryf drie verskillende getalle neer wat groter is as die eerste getal en kleiner is as die tweede getal.

(a) 5 en 5,1 .... (b) 5,1 en 5,11 .... (c) 5,11 en 5,12 ....

(d) 5,111 en 5,116 .... (e) 0 en 0,001 .... (f) $\frac{1}{2}$ en 1 ....

5. Onderstreep die grootste van die twee getalle.

(a) 2,399 en 2,6   (b) 5,604 en 5,64   (c) 0,11 en 0,087

(d) $\frac{3}{4}$ en 50%   (e) $\frac{75}{100}$ en $\frac{50}{100}$ (f) 0,125 en 0,25

6. Hierdie tabel vertoon inligting oor twee wêreld-swaargewigbokskampioene. Wie van hulle verwag jy sal die voordeel hê as hulle teen mekaar sou veg? Hoekom?

	Wladimir Klitschko	**Alexander Povetkin**
Lengte (m)	1,98	1,88
Massa (kg)	112	103,3
Reikwydte (m)	2,03	1,91

....

....

7. Vul in <, > of = .

(a) 3,09 $\square$ 3,9   (b) 3,9 $\square$ 3,90   (c) 2,31 $\square$ 3,30

(d) 3,197 $\square$ 3,2   (e) 4,876 $\square$ 5,987   (f) 123,321 $\square$ 123,3

8. Hoeveel getalle is daar tussen 3,1 en 3,2?

....

2.3 Rond desimale breuke af

Desimale breuke kan op dieselfde manier as telgetalle afgerond word. Dit kan na die naaste telgetal of na een, twee, drie ens. getalle na die komma afgerond word.

As die laaste syfer ’n 5 of groter is, word dit boontoe afgerond na die volgende getal. Byvoorbeeld: 13,5 afgerond tot die naaste telgetal is 14; 13,526 afgerond tot twee syfers na die komma is 13,53.

’n Getal waarvan die laaste syfer ’n 4 of minder is, word afgerond na die vorige getal. Byvoorbeeld: 13,4 afgerond tot die naaste telgetal is 13.

KOM ONS ROND AF!

1. Rond die getalle af tot die naaste telgetal:

   29,34 3,65 14,452 3,299 39,1 564,85 1,768

   ....

2. Rond die getalle af tot een desimale plek:

   19,47 421,34 489,99 24,37 6,77

   ....

3. Rond die getalle af tot twee desimale plekke:

   8,345 6,632 5,555 34,239 21,899

   ....

4. Mnr. Peters koop ’n radio vir R206,50. Die winkel laat hom toe om dit oor ses maande af te betaal. Hoe moet hy die geld terugbetaal?

   ....

   ....

5. Mev. Smit koop ’n karton met 10 kg druiwe by die mark vir R24,77. Sy moet die druiwe tussen haarself en twee vriendinne verdeel.

   (a) Hoeveel druiwe kry elke vrou?

   ....

   (b) Hoeveel moet elke vriendin mev. Smit betaal vir die druiwe?

   ....

   ....

6. Skat die antwoorde vir die volgende deur die getalle af te rond.

   (a) $1{,}43 \times 1{,}62$ .... (b) $3{,}89 \times 4{,}21$ ....

2.4 Berekeninge met desimale breuke

Wanneer ’n mens desimale breuke optel en aftrek, word

- tiendes by tiendes getel,
- tiendes van tiendes afgetrek,
- honderdstes by honderdstes getel,
- honderdstes van honderdstes afgetrek ens.

KOM ONS BEREKEN!

1. Vier opeenvolgende skofte van ’n fietswedren is 21,4 km; 14,7 km; 31 km en 18,6 km lank. Hoe lank is die hele wedren?

   Antwoord: ....

   ....
   ....
   ....
   ....
   ....

2. Bereken:

   (a) 16,52 + 2,35 (b) 16,52 + 9,38 (c) 16,52 + 9,78

   ....
   ....
   ....

   (d) 30,08 + 2,9 (e) 0,042 + 0,103 (f) 9,99 + 0,99

   ....
   ....
   ....

3. Bereken:

   (a) 45,67 – 23,25 (b) 45,67 – 23,80 (c) 187,6 – 98,45

   ....
   ....
   ....

   (d) 1,009 – 0,998 (e) 0,9 – 0,045 (f) 65,7 – 37,6

   ....
   ....
   ....

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 37 2014/09/04 10:13:21 AM

4. Die volgende stel metings (in cm) is gedurende 'n eksperiment aangeteken:
   56,8; 55,4; 78,9; 57,8; 34,2; 67,6; 45,5; 34,5; 64,5; 88

   (a) Bereken die som van die metings en rond dit af tot die naaste telgetal.

   ....
   ....
   ....
   ....
   ....

   (b) Rond eers elke meting tot die naaste telgetal af en bereken dan die som.

   ....
   ....
   ....
   ....
   ....

   (c) Watter van jou antwoorde vir 4(a) en (b) is die naaste aan die waarheid? Verduidelik hoekom jy so sê.

   ....
   ....

5. Hoeveel is 0,7 groter as 0,07?

   ....
   ....
   ....

6. Die verskil tussen twee getalle is 0,75.

   Die grootste getal is 18,4.

   Wat is die ander getal?

   ....
   ....
   ....

Om breuke, wat as desimale geskryf is, te **vermenigvuldig**, werk die breuke om na telgetalle deur met magte van 10 te vermenigvuldig (bv. $0{,}3 \times 10 = 3$), doen die berekening met die telgetalle en verwerk dan weer terug na desimale breuke.

Byvoorbeeld: $13{,}1 \times 1{,}01$

$13{,}1 \times \mathbf{10} \times 1{,}01 \times \mathbf{100} = 131 \times 101 = 13\,231$; $13\,231 \div \mathbf{10} \div \mathbf{100} = 13{,}231$

Wanneer desimale getalle **gedeel** word, kan jy die deeltal en die deler eers met dieselfde getal vermenigvuldig om die werk makliker te maak.

Byvoorbeeld: $21{,}7 \div 0{,}7 = (21{,}7 \times \mathbf{10}) \div (0{,}7 \times \mathbf{10}) = 217 \div 7 = 31$

7. Bereken die volgende. Jy mag breuknotasie gebruik om jou te help.

(a) $0{,}12 \times 0{,}3$ (b) $0{,}12 \times 0{,}03$ (c) $1{,}2 \times 0{,}3$

....

....

(d) $350 \times 0{,}043$ (e) $0{,}035 \times 0{,}043$ (f) $0{,}13 \times 0{,}16$

....

....

....

(g) $1{,}3 \times 1{,}6$ (h) $0{,}13 \times 1{,}6$

....

....

....

8. $30{,}5 \times 1{,}3 = 39{,}65$. Gebruik hierdie antwoord om elk van die volgende uit te werk.

(a) $3{,}05 \times 1{,}3$ (b) $305 \times 1{,}3$ (c) $0{,}305 \times 0{,}13$

....

(d) 305×13 (e) $39{,}65 \div 30{,}5$ (f) $39{,}65 \div 0{,}305$

....

(g) $39{,}65 \div 0{,}13$ (h) $3{,}965 \div 130$

....

9. $3{,}5 \times 4{,}3 = 15{,}05$. Gebruik hierdie antwoord om elk van die volgende uit te werk.

(a) $3{,}5 \times 43$ (b) $0{,}35 \times 43$ (c) $3{,}5 \times 0{,}043$

....

(d) $0{,}35 \times 0{,}43$ (e) $15{,}05 \div 0{,}35$ (f) $15{,}05 \div 0{,}043$

....

10. Bereken die volgende. Jy mag na telgetalle omskakel om dit makliker te maak.

(a) $62{,}5 \div 2{,}5$ (b) $6{,}25 \div 2{,}5$

....

(c) $6{,}25 \div 0{,}25$ (d) $0{,}625 \div 2{,}5$

....

2.5 Los probleme op

1. (a) Verdeel R44,45 tussen sewe mense sodat elkeen dieselfde bedrag ontvang.

   ....
   ....
   ....
   ....
   ....

   (b) Johan spaar elke week R15,25. Hy het nou R106,75. Hoeveel weke lank het hy gespaar?

   ....
   ....
   ....
   ....
   ....

2. (a) Bereken $14{,}5 \div 6$, korrek tot twee desimale plekke.

   ....
   ....
   ....

   (b) Bereken $7{,}41 \div 5$, korrek tot een desimale plek.

   ....
   ....
   ....

3. Bepaal die waarde van x. Gee jou antwoorde afgerond tot twee desimale plekke.

   (a) $7{,}1 \div x = 4{,}2$

   ....
   ....

   (b) $x \div 0{,}7 = 6{,}2$

   ....
   ....

   (c) $12 \div x = 6{,}4$

   ....
   ....

   (d) $x \div 3{,}5 = 7$

   ....
   ....

   (e) $2{,}3 \times x = 6$

   ....
   ....

   (f) $0{,}023 \times x = 8$

   ....
   ....

4. (a) Die massa van 1 ℓ water is ongeveer 0,995 kg. Wat is die massa van 50 ℓ water? Wat is die massa van 0,5 ℓ water?

   ....
   ....
   ....
   ....

   (b) Maalvleis kos R36,65 per kilogram. Wat kos 3,125 kg maalvleis? Wat sal 0,782 kg kos?

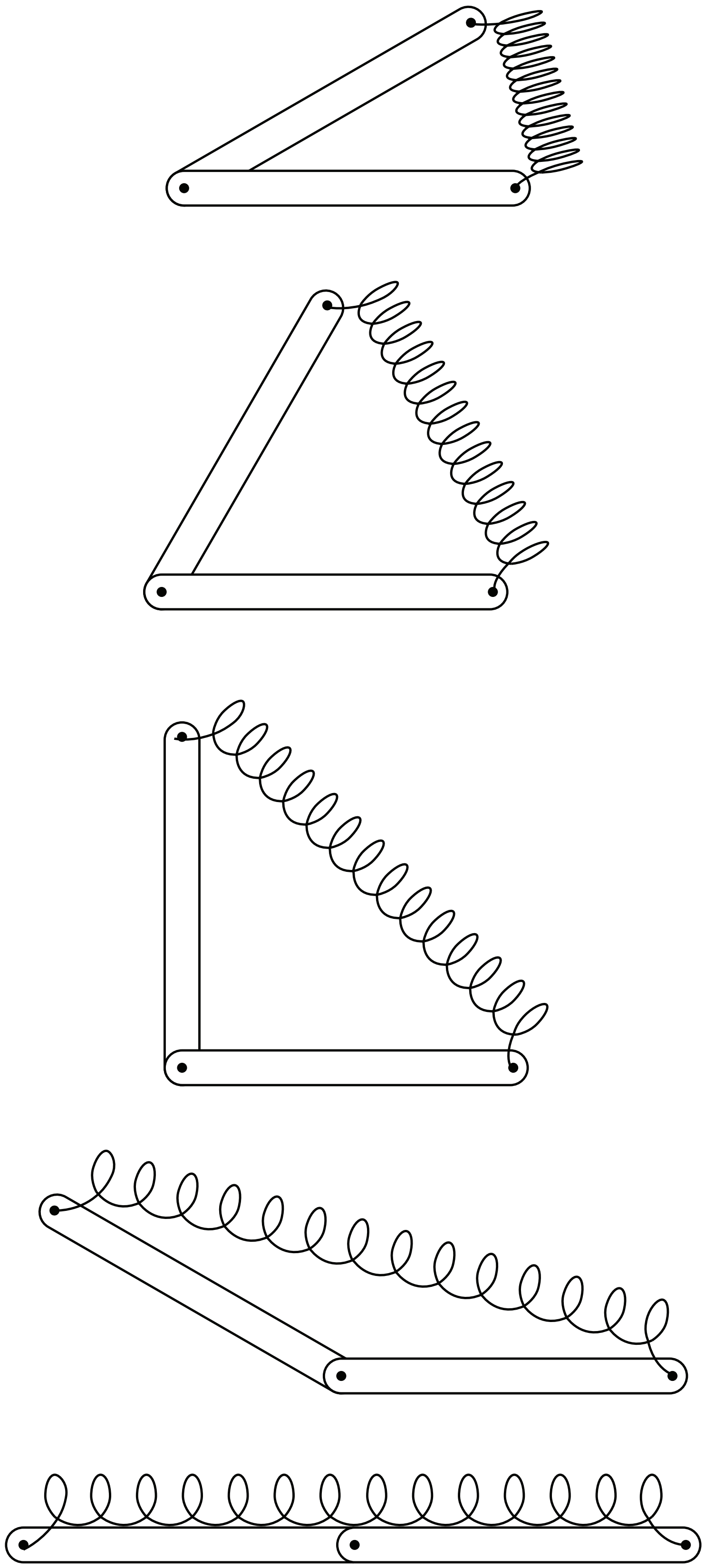
   ....
   ....
   ....
   ....

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 40 2014/09/04 10:13:21 AM

HOOFSTUK 3
Die stelling van Pythagoras

Reghoekige driehoeke het 'n eienskap wat nie op ander soorte driehoeke van toepassing is nie. In hierdie hoofstuk gaan jy die eienskap, wat bekend staan as die stelling van Pythagoras, ondersoek. 'n Stelling is 'n bewering wat deur beredenering as waar bewys is. As jy eers hierdie stelling verstaan, gaan jy oefen om dit op verskeie maniere toe te pas.

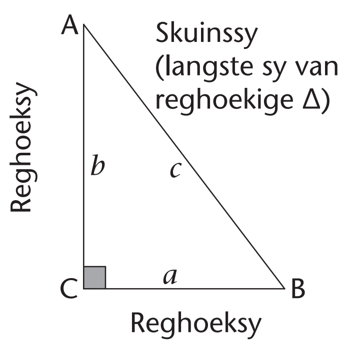
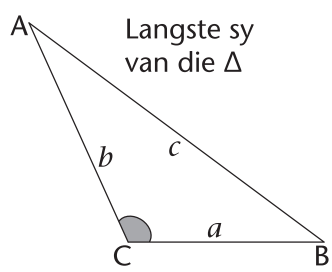
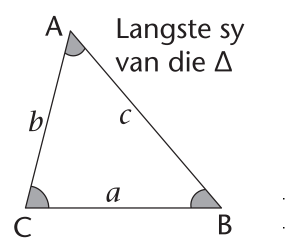
Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 41 2014/09/04 10:13:21 AM



3 Die stelling van Pythagoras

3.1 Die lengtes van die sye van reghoekige driehoeke

WAT ONTHOU JY VAN DRIEHOEKE?

Reghoekige driehoek (Δ) **Een hoek is 90°.**	**Stomphoekige driehoek (Δ)** **Een hoek is ’n stomphoek (tussen 90° en 180°).**	**Skerphoekige driehoek (Δ)** **Al die hoeke is skerp (kleiner as 90°).**
		

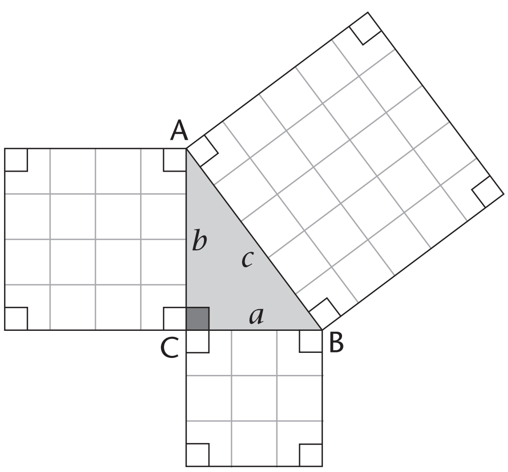
As die hoekpunte van ’n driehoek A, B en C gemerk is, word die teenoorstaande sye dikwels as a, b en c gemerk, soos getoon in die diagramme hier bo.

Ons gebruik die woord **skuinssy** vir die sy teenoor die 90°-hoek van ’n reghoekige driehoek. Die skuinssy is altyd die langste sy van ’n reghoekige driehoek. ’n Driehoek sonder ’n regte hoek het nie ’n skuinssy nie.

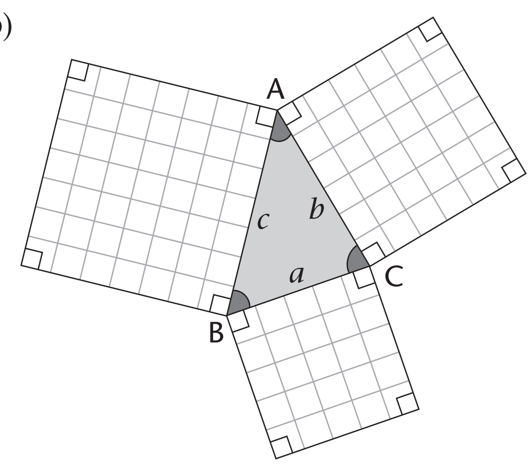
ONDERSOEK DIE VERBAND TUSSEN DIE LENGTES VAN DIE SYE

1. Bestudeer die vier figure hier onder. Elke driehoek in die vier figure het ’n vierkant op elkeen van sy sye. Dus, in figuur (a) is $a = 3$ eenhede, $b = 4$ eenhede en $c = 5$ eenhede lank.

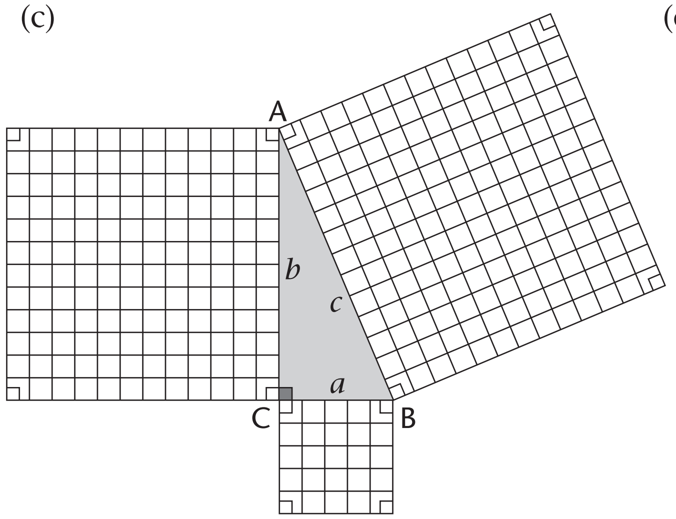
(a)



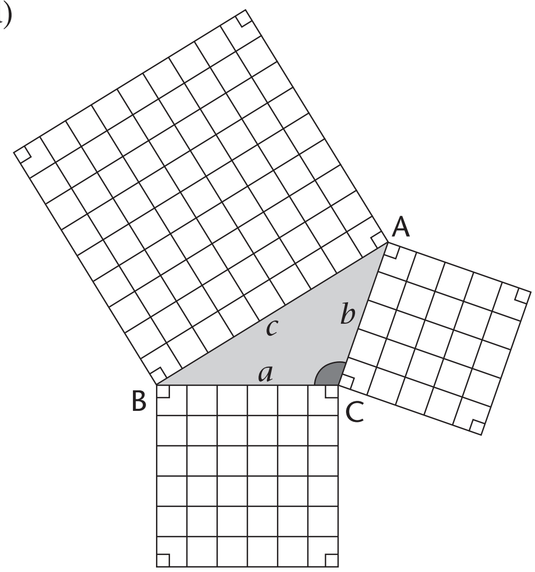
(b)



(c)



(d)



2. Verwys na die vier figure in vraag 1 om die onderstaande tabel te voltooi.

Figuur	**Soort driehoek**	**Lengte van sy *a***	**Lengte van sy *b***	**Lengte van sy *c***	a^2	b^2	c^2
(a)							
(b)							
(c)							
(d)							

3. Kyk na die voltooide tabel en voeg = , > of < in by die volgende stellings:

$a^2 + b^2$ ☐ c^2 as ΔABC 'n skerphoekige driehoek is.

$a^2 + b^2$ ☐ c^2 as ΔABC 'n stomphoekige driehoek is.

$a^2 + b^2$ ☐ c^2 as ΔABC 'n reghoekige driehoek is.

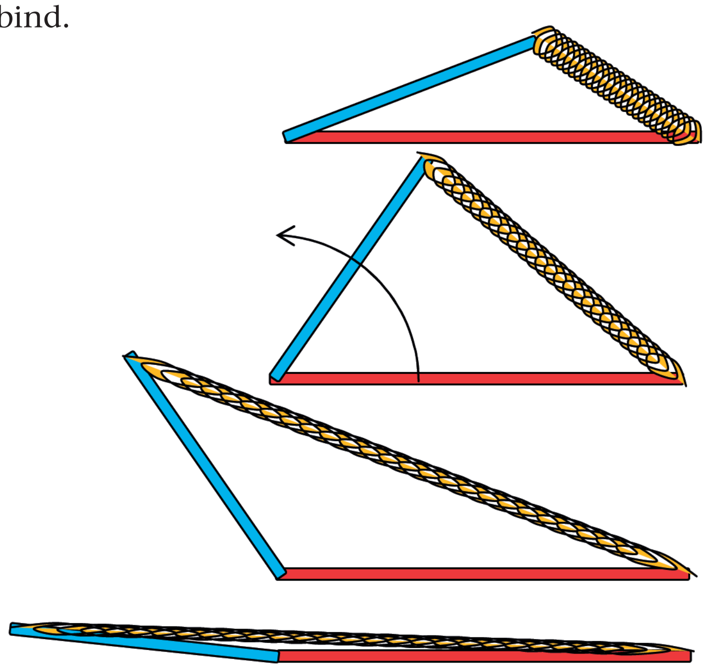
4. Watter van die bewerings hier onder is korrek? ....
   - A. In enige reghoekige driehoek, is die oppervlakte van die vierkant op die skuinssy gelyk aan die som van die oppervlaktes van die vierkante op die ander twee sye.
   - B. As 'n driehoek skerphoekig is, is die kwadraat van die lengte van die langste sy gelyk aan die som van die kwadrate van die lengtes van die ander twee sye.
   - C. As 'n driehoek reghoekig is, is die kwadraat van die lengte van die skuinssy gelyk aan die som van die kwadrate van die lengtes van die ander twee sye.
   - D. In enige stomphoekige driehoek, is die oppervlakte van die vierkant op die langste sy gelyk aan die som van die oppervlaktes van die vierkante op die ander twee sye.

5. Die volgende tabel gee die sylengtes a, b en c van 10 driehoeke. Voltooi die tabel om te bepaal watter soort driehoeke elkeen is (skerphoekig, stomphoekig of reghoekig).

a	b	c	$a^2 + b^2$	c^2	Vul =, < of > in	Soort driehoek
7	8	10	$7^2 + 8^2 = 113$	$10^2 = 100$	$a^2 + b^2 > c^2$	Skerphoekig
4	5	8	$4^2 + 5^2 = 41$	$8^2 = 64$	$a^2 + b^2 < c^2$	Stomphoekig
6	8	10	$6^2 + 8^2 = 100$		$a^2 + b^2 = c^2$	Reghoekig
8	13	17			$a^2 + b^2 \quad c^2$	
3	4	5			$a^2 + b^2 \quad c^2$	
5	6	7			$a^2 + b^2 \quad c^2$	
5	12	13			$a^2 + b^2 \quad c^2$	
15	8	17			$a^2 + b^2 \quad c^2$	
11	60	61			$a^2 + b^2 \quad c^2$	
12	35	37			$a^2 + b^2 \quad c^2$	

6. Twee stukke hout, een rooi en een blou, is lossies aan die een kant vasgemaak. Die twee los kante is met 'n veer verbind.

Die hoek tussen die twee houtstawe kan verander word.



Beskryf hoe hierdie hoek die lengte van die veer beïnvloed.

....

....

3.2 Werk met die stelling van Pythagoras

Die spesiale verband tussen die lengtes van die sye van 'n reghoekige driehoek staan bekend as die **stelling van Pythagoras**. Dit kan in terme van oppervlakte as volg gestel word:

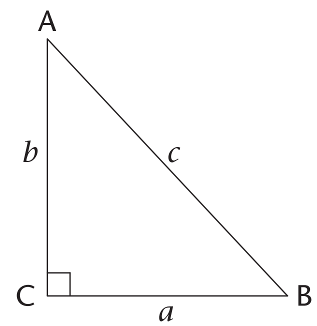
> As 'n driehoek 'n regte hoek bevat, is die oppervlakte van die vierkant, waarvan die sy die skuinssy van die driehoek is, gelyk aan die som van die oppervlaktes van die vierkante op die ander twee sye.

Die verwysing na oppervlakte kan weggelaat word.

> As 'n driehoek 'n reghoekige driehoek is, dan is die kwadraat van die lengte van die skuinssy gelyk aan die som van die kwadrate van die lengtes van die ander twee sye.

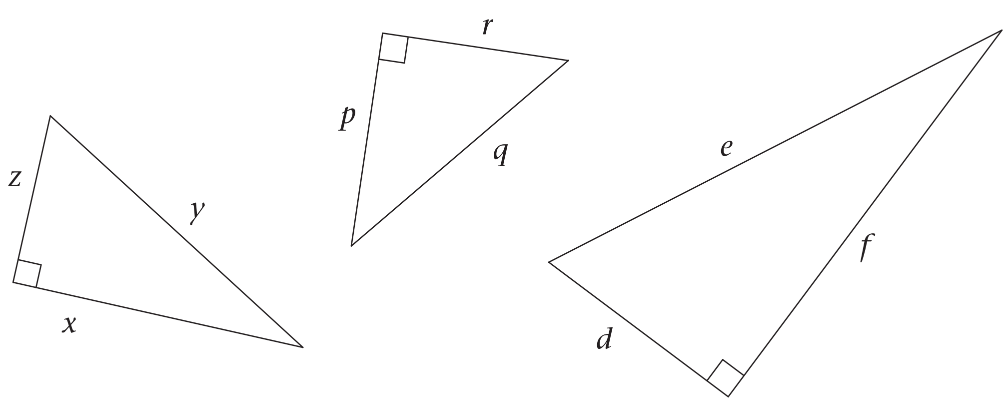
Ons kan die verband tussen die lengtes van die sye van 'n driehoek deur middel van die vergelyking $c^2 = a^2 + b^2$ uitdruk, waar c die lengte van die skuinssy verteenwoordig en a en b die lengtes van die ander twee sye.

'n Nota oor Pythagoras
Pythagoras het in ongeveer 500 vC geleef. Die stelling is na Pythagoras vernoem, omdat hy waarskynlik die eerste persoon was wat die stelling bewys het. Die stelling was egter bekend en gebruik in ander dele van die wêreld, soos in Egipte, 1 200 jaar voor Pythagoras se geboorte.



WERK MET DIE FORMULE

1. Skryf 'n "Pythagoras-vergelyking" vir elk van die volgende driehoeke. Verduidelik wat elke lettersimbool verteenwoordig.



....

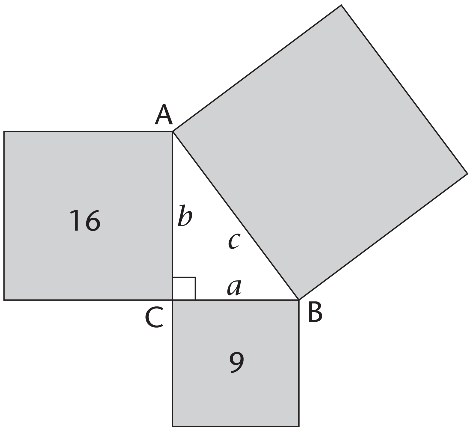
....

....

2. Bestudeer die voorbeeld hier onder.

Voorbeeld

Beskou die driehoek hier onder. Sy a is 3 eenhede lank en sy b is 4 eenhede lank. Wat is die lengte van sy c?

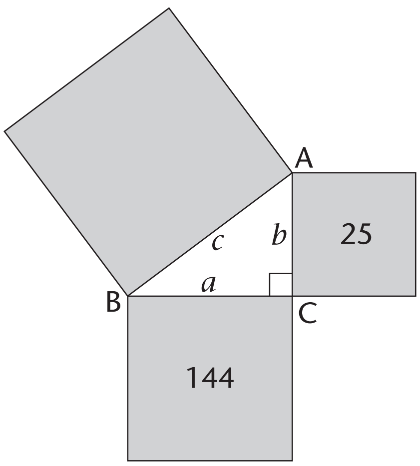


Indien sy a 3 eenhede lank is en sy b is 4 eenhede lank, dan sal volgens Pythagoras se stelling:

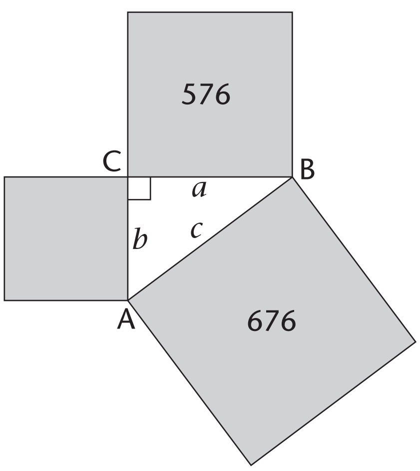
$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c^2 = 3^2 + 4^2$$
$$c^2 = 9 + 16$$
$$c^2 = 25$$
$$\sqrt{c^2} = \sqrt{25}$$
$$c = 5 \text{ eenhede}$$

3. Die oppervlaktes van sommige van die vierkante hier onder word gegee. Bereken die ontbrekende oppervlaktes van die vierkante, sowel as die lengtes van al die sye.

(a)

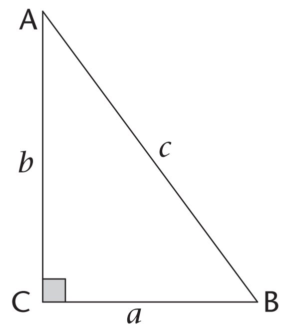


(b)



Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 47 2014/09/04 10:13:23 AM

4. Die tabel hier onder verskaf inligting omtrent die sye van vyf reghoekige driehoeke. Die lettersimbool *c* verteenwoordig die lengte van die skuinssy in al die gevalle. Gebruik Pythagoras se stelling om die tabel te voltooi en laat die antwoorde in wortelvorm indien nodig.



a	b	c	a^2	b^2	$a^2 + b^2$	c^2
7	24					
16		34				
10				576		
			16	49		
	1		1			

3.3 Bepaal ontbrekende sylengtes in reghoekige driehoeke

Ons kan die stelling van Pythagoras gebruik om die lengte van die derde sy van 'n reghoekige driehoek te bereken as ons die lengtes van die twee ander sye ken.

Voorbeeld 1

In 'n reghoekige driehoek is sy $a = 6$ eenhede en sy $b = 8$ eenhede. Bereken die lengte van die skuinssy c.

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ &= 6^2 + 8^2 \\ &= 36 + 64 \\ &= 100 \\ \sqrt{c^2} &= \sqrt{100} \\ c &= 10 \\ \therefore c &= 10 \text{ eenhede} \end{aligned}$$

Voorbeeld 2

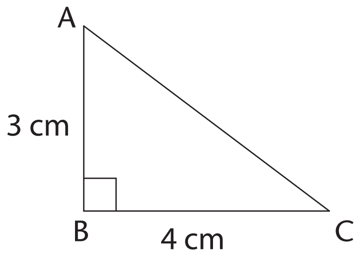
In 'n reghoekige driehoek is sy $a = 5$ eenhede en sy $b = 3$ eenhede. Bereken die lengte van die skuinssy c.

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ &= 5^2 + 3^2 \\ &= 25 + 9 \\ &= 34 \\ \sqrt{c^2} &= \sqrt{34} \\ c &= \sqrt{34} \text{ (laat in wortelvorm)} \\ \therefore c &= \sqrt{34} \text{ eenhede} \end{aligned}$$

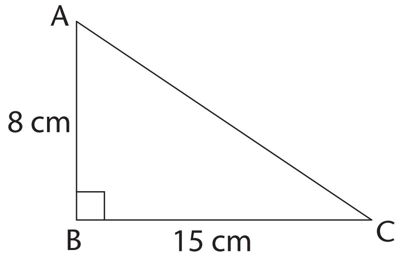
BEREKEN DIE LENGTE VAN DIE SKUINSSY

Gebruik die formule vir die stelling van Pythagoras om die lengte van die skuinssy te bereken. Laat jou antwoorde in wortelvorm indien nodig.

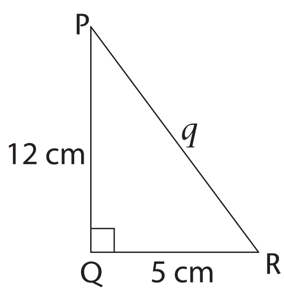
1.



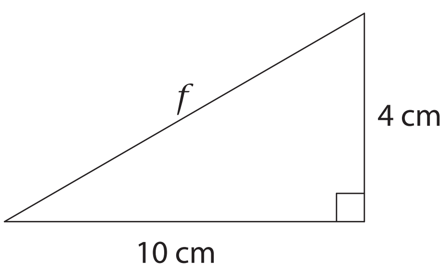
2.



3.



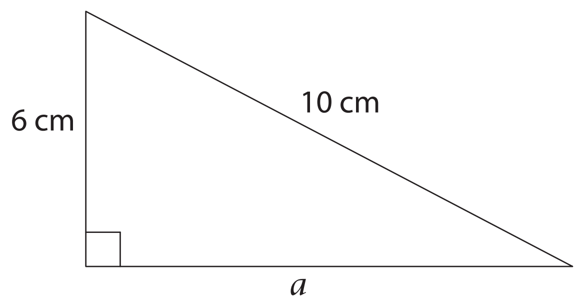
4.

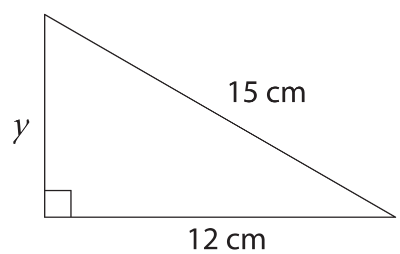


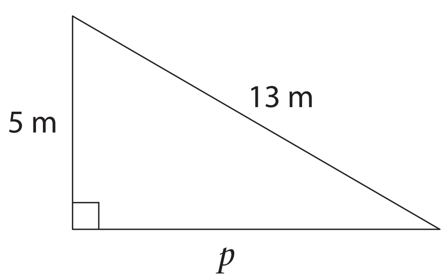
5. 'n Reghoekige driehoek met skuinssy c en reghoeksye met die volgende lengtes:
   $a = 9$ cm, $b = 40$ cm.

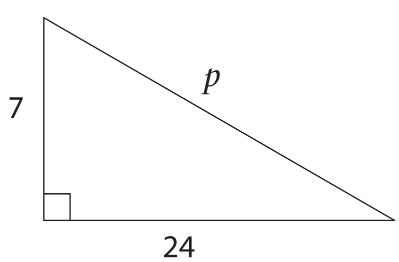
BEREKEN DIE ONTBREKENDE SYLENGTE IN ’N REGHOEKIGE DRIEHOEK

Bereken die ontbrekende sylengtes van die volgende driehoeke. Moenie ’n sakrekenaar gebruik nie en laat die antwoorde in die eenvoudigste wortelvorm waar nodig.

1. 

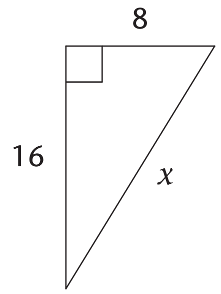
2. 

3. 

4. 

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 50 2014/09/04 10:13:25 AM

5.



. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

3.4 Is die driehoeke reghoekig of nie?

Jy het in afdeling 3.1 en 3.2 geleer dat in ’n reghoekige driehoek, die oppervlakte van die vierkant op die skuinssy gelyk is aan die som van die oppervlaktes van die vierkante op die ander twee sye.

Hoe weet ons of ’n driehoek ’n reghoekige driehoek is as die lengtes van die sye gegee word? Een manier is om die “omgekeerde” van die stelling van Pythagoras te gebruik.

Die omgekeerde stel dit dat as die som van die kwadrate van twee sye gelyk is aan die kwadraat van die langste sy, dan is die driehoek reghoekig.

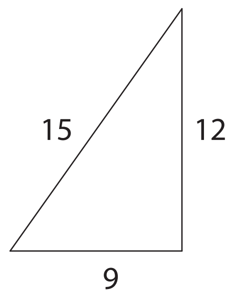
Ons kan die omgekeerde ook as volg stel:

As ’n driehoek met sylengtes a, b en c sodanig is dat $c^2 = a^2 + b^2$, dan is die driehoek reghoekig.

’n Omgekeerde is ’n stelling wat dít wat in ’n stelling gegee is, omruil met dit wat bewys moet word.

In die vrae wat volg, moet jy bepaal of die driehoeke reghoekig is of nie. Bestudeer eers die voorbeeld.

Voorbeeld: Bepaal of die driehoek reghoekig is of nie.

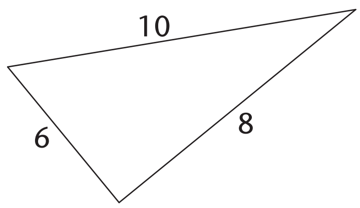


(Langste sy se lengte)^2 = $(15)^2 = 225$
Som van die kwadrate van die twee ander sye se lengtes
$= 9^2 + 12^2$
$= 81 + 144$
$= 225$
(Langste sy)^2 = Som van die kwadrate van die ander twee sylengtes
En dit kan geskryf word as $15^2 = 9^2 + 12^2$
$\therefore$ Die driehoek is reghoekig.

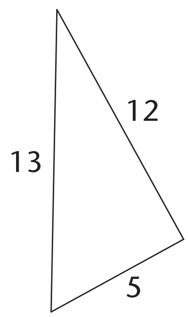
REGHOEKIG OF NIE?

Bepaal of die driehoeke reghoekig is of nie.

1.



2.



3. ’n Driehoek het sye met lengtes 6, 9 en 15 eenhede.

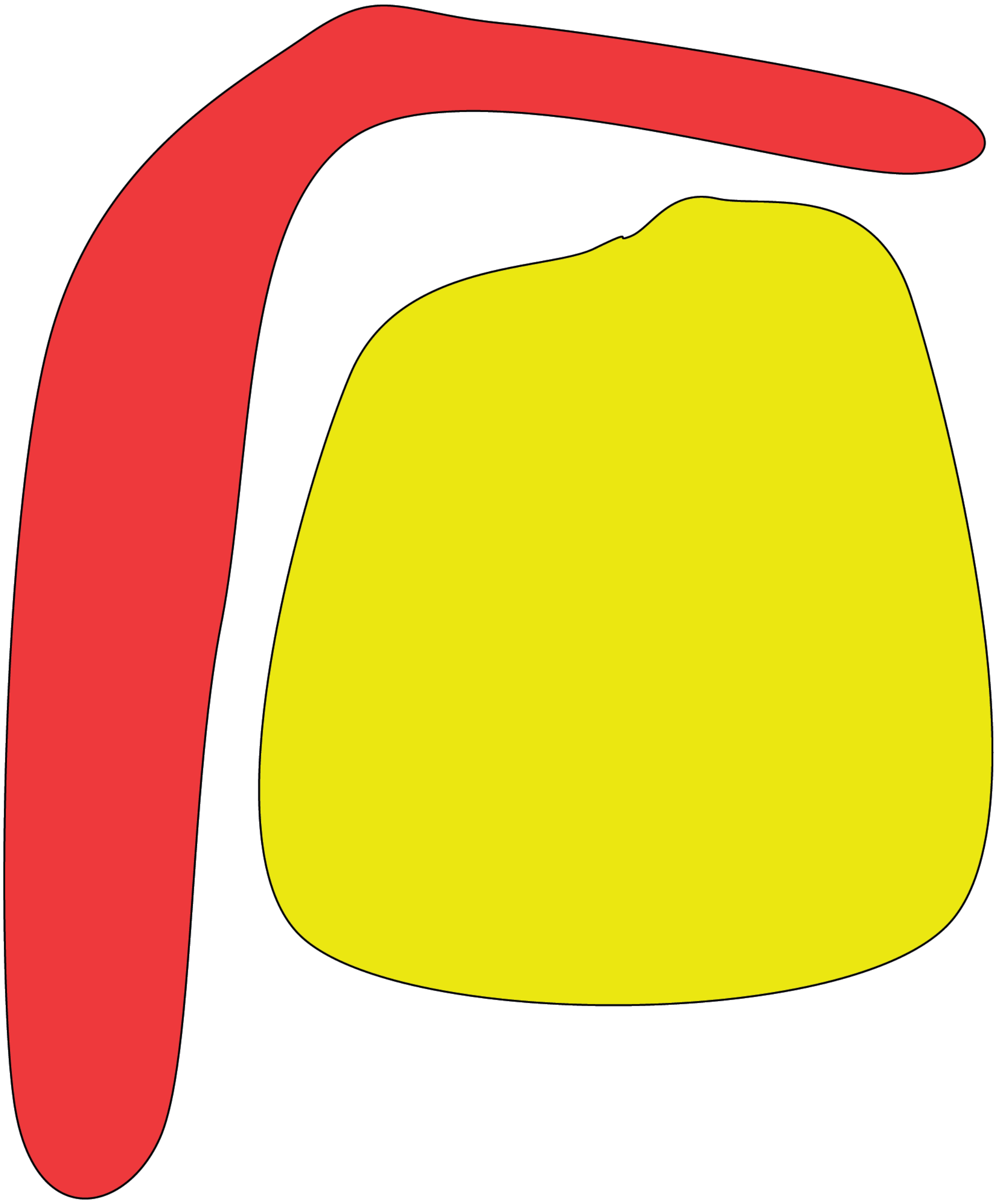
4. Watter van die volgende sylengtes van ’n driehoek sal ’n reghoekige driehoek vorm? Antwoord sonder om enige berekeninge te doen en verduidelik jou antwoord.

(a) 4, 2, 2 (b) 6, 8, 10 (c) 9, 12, 15

(d) 3, 4, 6 (e) $3x$, $4x$, $5x$ (f) 30, 40, 50

Hoofstuk 4
Oppervlakte en omtrek van 2D-figure

In graad 7 het jy geleer om formules te gebruik om die omtrek (d.w.s. die afstand rondom 'n figuur) van vierkante en reghoeke te bereken. Jy het ook formules gebruik om die oppervlakte (d.w.s. die grootte van 'n plat vlak) van vierkante, reghoeke en driehoeke te bereken. In hierdie hoofstuk gaan jy daardie formules wat jy geleer het, hersien. Jy gaan ook formules ondersoek en gebruik om die oppervlakte en omtrek van sirkels te bereken. Hierdie hoofstuk behandel ook die herleiding tussen lengte- en oppervlakte-eenhede. Laasgenoemde sluit in vierkante millimeter (mm^2), vierkante sentimeter (cm^2), vierkante meter (m^2) en vierkante kilometer (km^2).



Watter figuur is die grootste, die rooie of die gele?

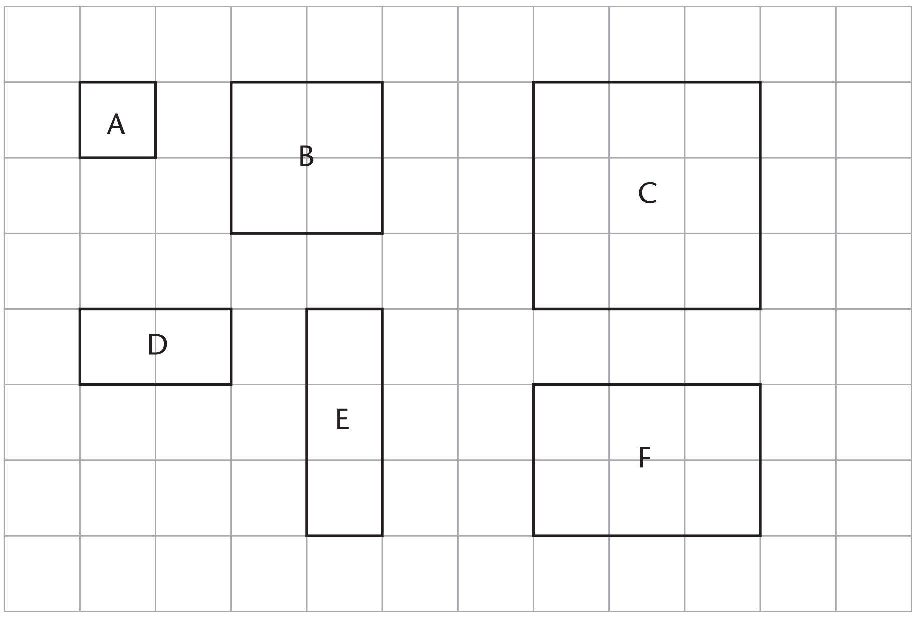
4 Oppervlakte en omtrek van 2D-figure

4.1 Omtrek van vierkante en reghoeke

Die **omtrek** van ’n vlak figuur (2D-figuur) is die afstand rondom die figuur. Ons meet dit in eenhede soos millimeter (mm), sentimeter (cm), meter (m) en kilometer (km).

WAAR DIE FORMULES VIR OMTREK VANDAAN KOM

1. Die afmetings van een blokkie in die rooster hier onder is 1 cm × 1 cm. Bereken die omtrek van elke figuur deur die lengtes en breedtes bymekaar te tel.



Figuur	A	B	C	D	E	F
Lengte						
Breedte						
Omtrek						

2. Verduidelik aan ’n maat hoekom die volgende formules vir omtrek reg is:
   Omtrek van ’n vierkant = $4s$ of ($4 \times$ lengte van ’n sy)
   Omtrek van ’n reghoek = $2(l + b)$ of $2l + 2b$ (waar l die lengte en b die breedte is)

3. Gebruik die formules in vraag 2 om die omtrek van figure A tot F te bereken.

....

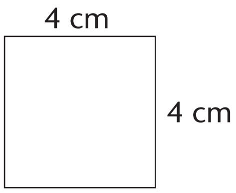
....

....

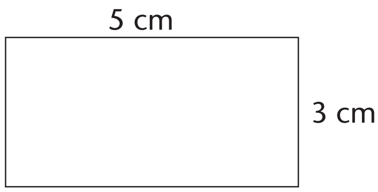
BEREKEN OMTREK MET BEHULP VAN FORMULES

Gebruik formules om die omtrek van die volgende figure te bereken:

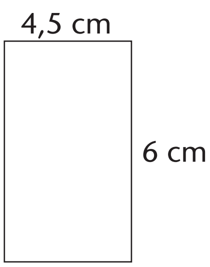
1.



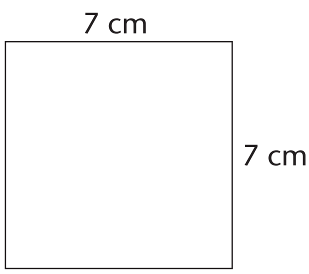
2.



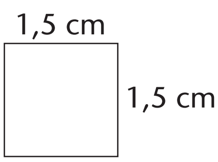
3.



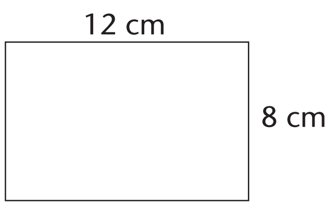
4.



5.



6.



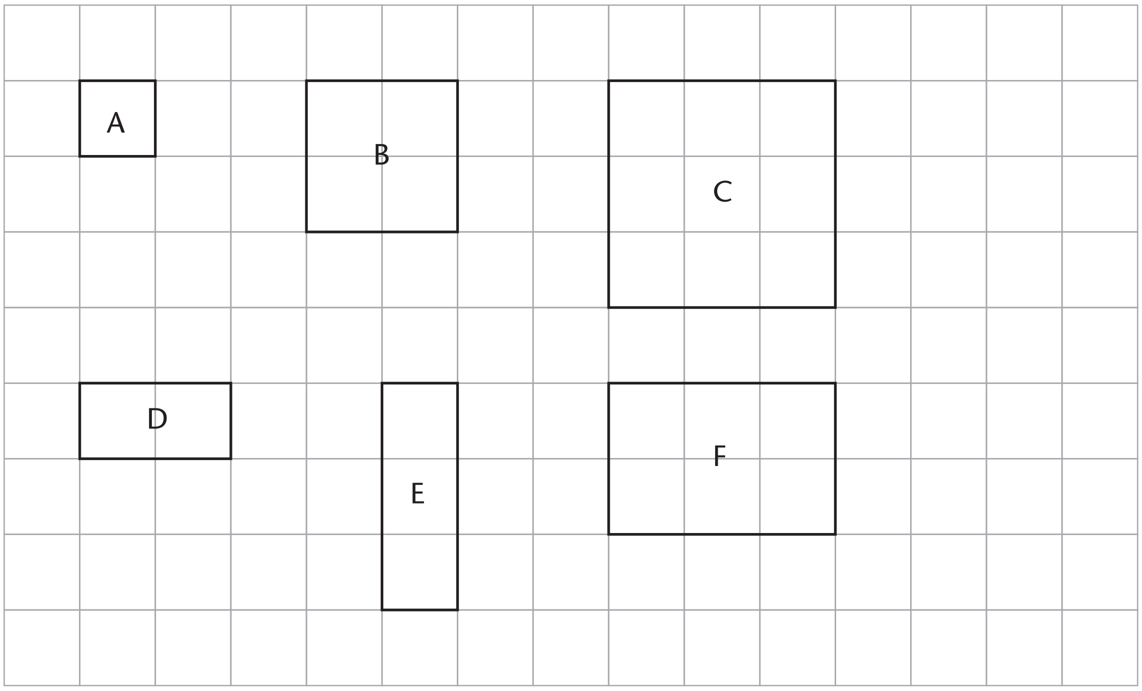
Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 56 2014/09/04 10:13:27 AM

4.2 Oppervlakte van veelhoeke

Oppervlakte of area (A), dit wil sê die grootte van die plat vlak van 'n figuur, word in vierkante eenhede soos mm^2, cm^2, m^2 en km^2 gemeet.

OPPERVLAKTE VAN VIERKANTE EN REGHOEKE

1. Hoeveel vierkantige blokkies is nodig om die oppervlakte van die figure hier onder toe te pak? Skryf die antwoorde onder of langs die figure.



2. Elke vierkant in die rooster hier bo se afmetings is 1 cm × 1 cm (of 1 cm^2). Skryf die oppervlakte van elke figuur in vierkante sentimeter (cm^2) neer.

....

Formules vir die berekening van oppervlakte word hier onder gegee:

Oppervlakte van 'n vierkant = s^2
Oppervlakte van 'n reghoek = $l \times b$

3. Gebruik die formules om die oppervlakte van figure C, E en F in vraag 1 uit te werk.

....

....

....

LOS NOG OMTREK- EN OPPERVLAKTE-PROBLEME OP

1. Die omtrek van 'n vierkant is 8 cm. Wat is die lengte van elke sy?

   ....

   ....

   ....

   ....

2. Die oppervlakte van 'n reghoek is 40 cm^2 en die lengte is 8 cm. Wat is die breedte?

   ....

   ....

   ....

   ....

3. Die omtrek van 'n vierkant is 32 cm. Wat is sy lengte en oppervlakte?

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

4. Die oppervlakte van 'n reghoek is 60 cm^2 en die lengte is 12 cm. Wat is die breedte en die omtrek?

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

5. 'n Reghoekige erf het 'n oppervlakte van 600 m^2. Die erf is 20 m breed. Wat is die erf se lengte en omtrek?

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

6. 'n Vierkant het 'n oppervlakte van 10 000 m^2. Wat is die omtrek?

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

   ....

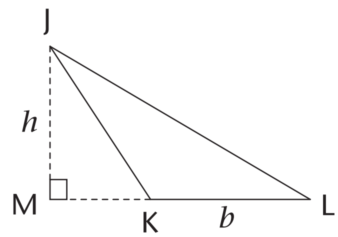
   ....

OPPERVLAKTE VAN DRIEHOEKE

Jy het verlede jaar reeds die oppervlakte van driehoeke met hierdie formule bereken:

> Oppervlakte van driehoek = $\frac{1}{2}$(basis × loodregte hoogte) = $\frac{1}{2}(b \times h)$

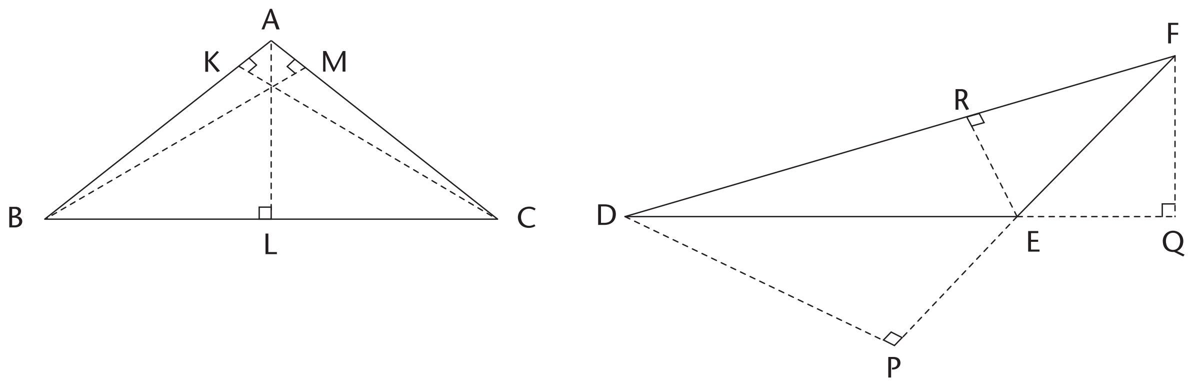
Enige van die drie sye kan as die **basis** beskou word. Die kortste afstand tussen die hoekpunt teenoor die gekose basis en die basis word die **hoogte** van die driehoek met betrekking tot die gekose basis genoem. As 'n driehoek stomphoekig is, is die lyn wat die hoogte wys buite die driehoek. In ΔJKL hier regs is JM die loodregte hoogte op die basis KL.



Om die oppervlakte van 'n driehoek met bostaande formule te bereken, moet die hoogte met betrekking tot die gekose basis gebruik word.

BEREKEN DIE OPPERVLAKTE VAN DRIEHOEKE

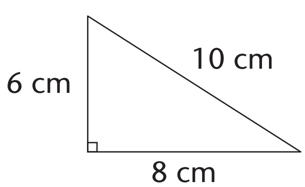
1. Skryf die naam van elke basis met sy ooreenstemmende hoogte in ΔABC en ΔDEF in die tabel:



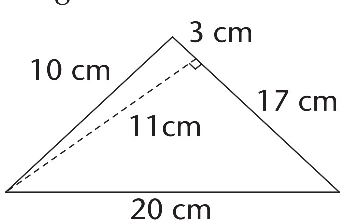
Basis						
Hoogte						

2. Bereken die oppervlakte van die volgende driehoeke:

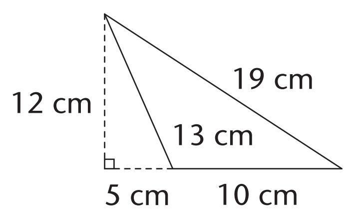
(a)



(b)



(c)



....

....

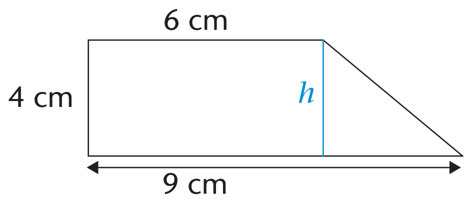
....

OPPERVLAKTE VAN SAAMGESTELDE FIGURE

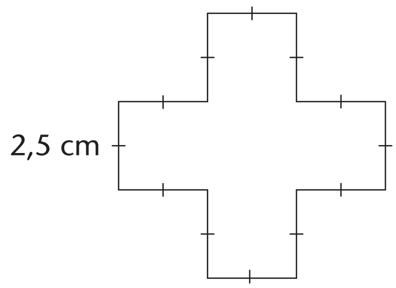
'n **Saamgestelde figuur** word gevorm deur ander figure. Ons kan so 'n figuur dikwels weer opbreek in reghoeke, vierkante en driehoeke sodat ons sy oppervlakte kan bereken.

1. Gebruik 'n liniaal en 'n potlood om elkeen van die volgende figure in reghoeke, vierkante en/of driehoeke te verdeel. Die eerste figuur is reeds vir jou gedoen.
2. Werk die lengte van die sye wat jy gaan gebruik uit en bereken dan die oppervlakte van die figure. Waar nodig, rond jou antwoorde tot twee desimale plekke af.

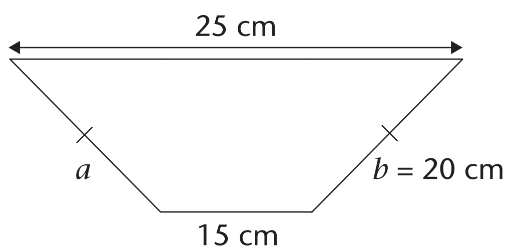
(a)



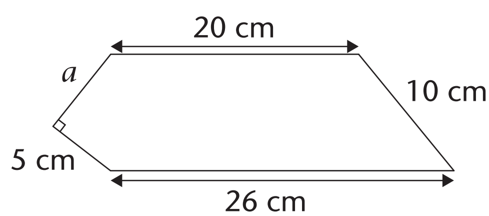
(b)



(c)



(d)



4.3 Omtrek van sirkels

DELE VAN 'N SIRKEL

In graad 7 het jy van die verskillende dele van 'n sirkel geleer, insluitende die volgende:

Die **middelpunt** van 'n sirkel is die punt in die middel van die sirkel.

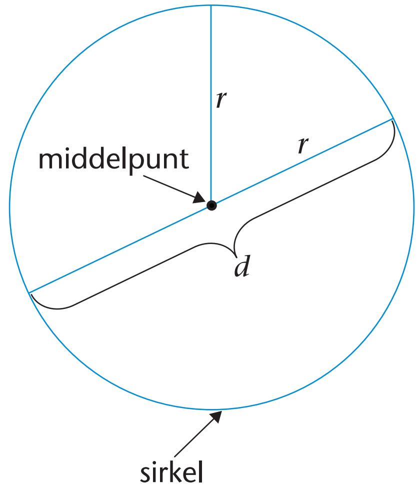
Die **omtrek** (C) is die afstand rondom die sirkel. Dit is die lengte van die geboë lyn wat die sirkel vorm.

Die **straal** of **radius** (r) is die lynsegment wat van die middelpunt van 'n sirkel na enige punt op die sirkel getrek kan word.

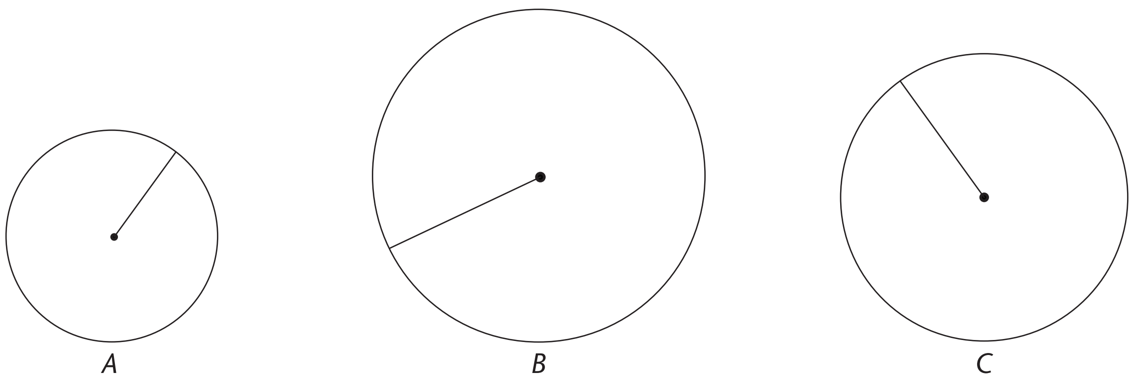
Die **middellyn** (d) is die lynsegment wat deur die middelpunt van die sirkel loop en enige twee punte op die sirkel verbind.

Die lengte van die radius is altyd die helfte van die lengte van die middellyn: $r = \frac{1}{2}d$

Die lengte van die middellyn is altyd dubbel die lengte van die radius: $d = 2r$



1. Gebruik 'n liniaal om die radiuslengtes van die sirkels hier onder te meet. Skryf dan die lengtes van beide die radius en die middellyn van elke sirkel in die tabel neer.

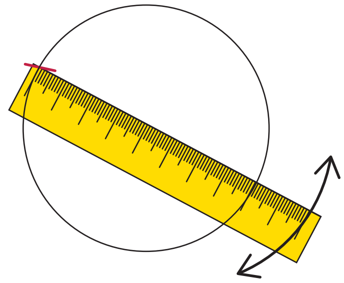


Sirkel	A	B	C
Radius (mm)			
Middellyn (mm)			

2. Skryf die middellyne van sirkels met die volgende radiusse neer:
   (a) $r = 8$ cm (b) $r = 1$ m (c) $r = 4{,}5$ cm (d) $r = 6{,}2$ m

....

VERBAND TUSSEN DIE OMTREK EN DIE MIDDELLYN VAN ’N SIRKEL

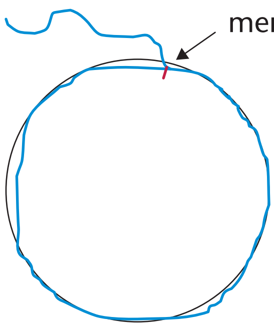


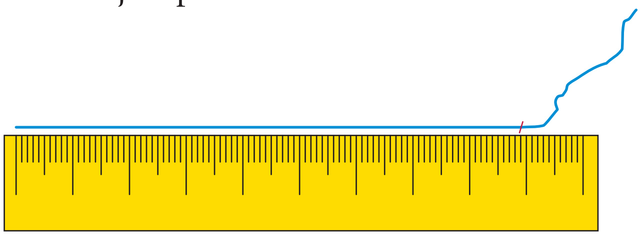
As jy nie weet waar die middelpunt van ’n sirkel is nie, kan jy dit bepaal deur die middellyn as volg te meet:

- Merk ’n punt op die sirkel vanwaar jy gaan meet.
- Hou die ‘0’ van jou liniaal op die merkplek en beweeg die ander kant van die liniaal totdat jy die langste afstand kry. Dit is die middellyn.

Jy kan rofweg die afmeting van die omtrek van die sirkel so kry:

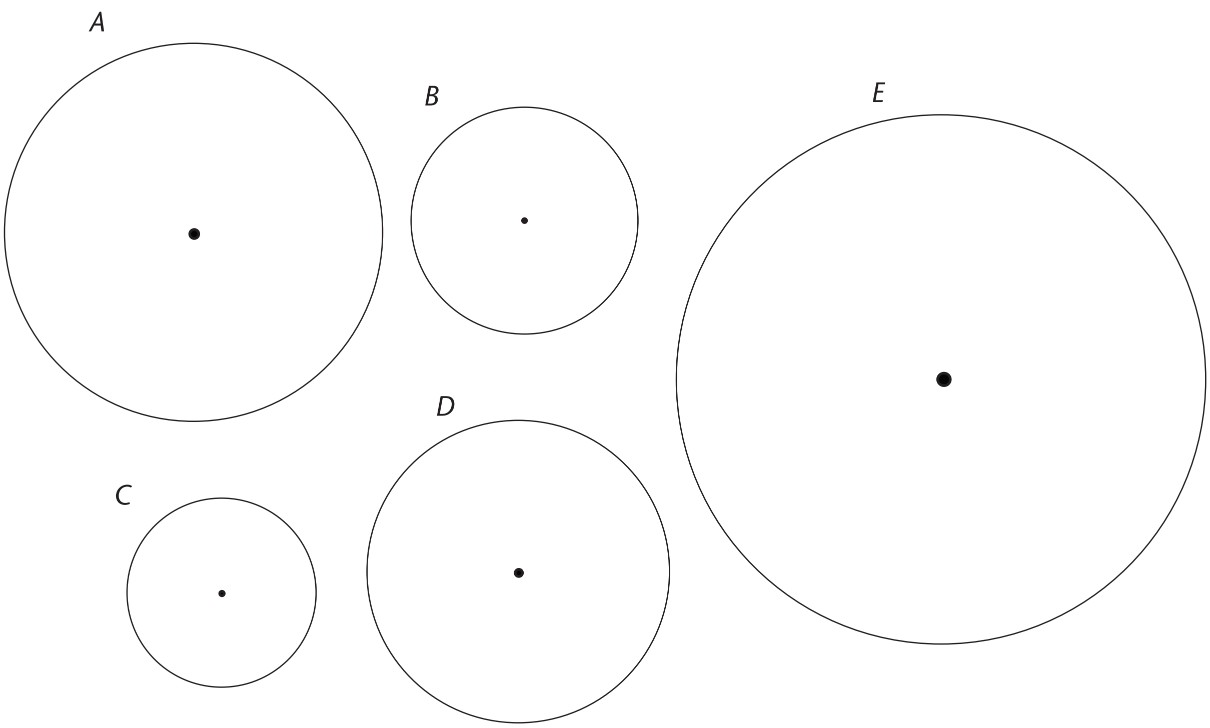
- Gebruik ’n toutjie en lê dit so na as moontlik om die rand van die sirkel.
- Merk die toutjie wanneer jy weer by die beginpunt uitkom.
- Meet nou die lengte van die gemerkte toutjie op ’n liniaal.





Hier onder is sirkels van verskillende groottes. Hulle omtrekke, afgerond tot twee desimale plekke, is in die tabel in vraag 2 op die volgende bladsy gegee.

1. Meet die middellyn van elke sirkel en skryf dit in die tabel.



2. Gebruik 'n sakrekenaar om die antwoorde in die laaste kolom uit te werk. (Rond af tot twee desimale plekke.)

Sirkel	Middellyn (cm)	Omtrek (cm)	Omtrek ÷ middellyn
A		15,71	
B		9,42	
C		7,85	
D		12,57	
E		21,99	

3. Wat merk jy op?

....

....

PI (π) EN DIE FORMULE VIR DIE OMTREK VAN 'N SIRKEL

In die vorige aktiwiteit het jy agtergekom dat die omtrek van 'n sirkel gedeel deur die middellyn altyd dieselfde antwoord gee. Hierdie antwoord se konstante waarde word **pi** genoem. *Pi* is 'n Griekse letter en die simbool daarvoor is π.

Jy het ook met waardes gewerk wat jy tot twee desimale plekke (honderdstes) afgerond het. In werklikheid is π 'n irrasionale getal. Dit beteken dat die syfers na die desimale komma oneindig aangaan, sonder herhaling. Op 'n sakrekenaar sal jy vind dat die waarde vir π aangedui word as 3,141592654 (afgerond tot 9 desimale plekke).

As ons π in ons berekeninge gebruik, rond ons dit gewoonlik af as $\pi \approx \frac{22}{7}$ of 3,14.

In die vorige aktiwiteit het jy gesien dat, vir enige sirkel, $\frac{C}{d} = \pi$ (die omtrek gedeel deur die middellyn is gelyk aan die konstante, π). Daarom, as ons 'n sirkel se middellyn met π vermenigvuldig, behoort ons die sirkel se omtrek te kry:

$$\begin{aligned}\text{Omtrek van 'n sirkel } (C) &= \pi d \\ &= \pi(2r) \\ &= 2\pi r\end{aligned}$$

GEBRUIK DIE FORMULE VIR DIE OMTREK VAN 'N SIRKEL

Gebruik $\pi = 3{,}14$ in die volgende berekeninge en rond die antwoorde af tot twee desimale plekke waar nodig.

1. Bereken die omtrek van 'n sirkel met:
   (a) 'n radius van 2 cm
   (b) 'n radius van 10 mm
   (c) 'n middellyn van 8 cm
   (d) 'n middellyn van 25 mm
   (e) 'n radius van 40 m
   (f) 'n middellyn van 100 m

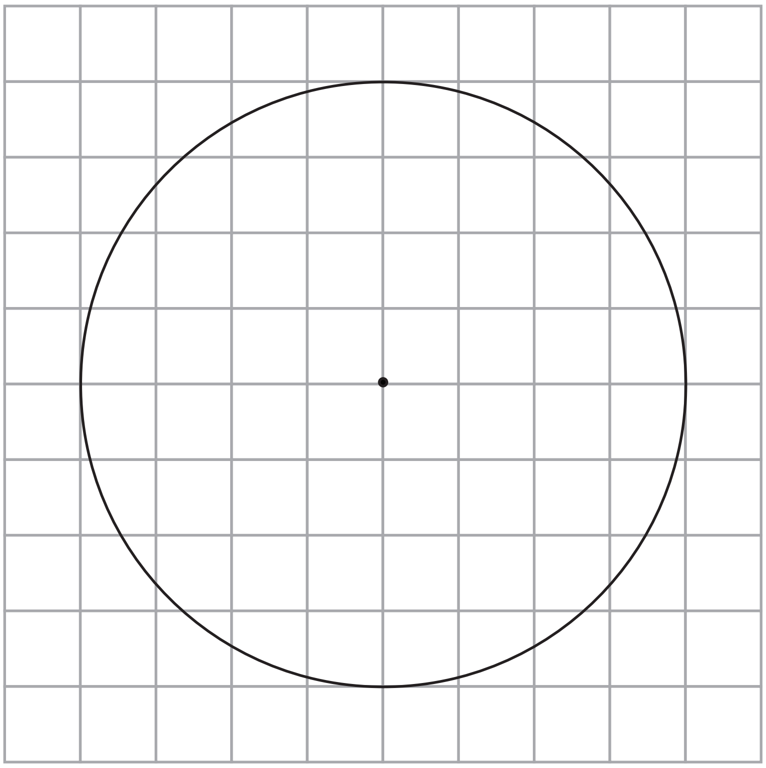
2. Bereken die radius en die omtrek van 'n sirkel met 'n middellyn van:
   (a) 125 mm
   (b) 70 cm

3. Bereken die radius van 'n sirkel met 'n omtrek van:
   (a) 110 cm
   (b) 200 m

4.4 Oppervlakte van sirkels

ONDERSOEK DIE FORMULE VIR DIE OPPERVLAKTE VAN 'N SIRKEL

1. Die grootte van elke vierkant op die rooster hier onder is 1 cm × 1 cm (1 cm^2).



   (a) Tel die vierkante binne die sirkel. Skat wat die totaal van die dele van vierkante (nie volle vierkante nie) sal wees. Wat is die oppervlakte binne die sirkel?

   ....

   (b) Wat is die straal/radius (r) van die sirkel?

   ....

   (c) Hoe akkuraat dink jy is hierdie manier om die oppervlakte van die sirkel te bepaal?

   ....

   ....

   (d) Hoe kan hierdie metode om die oppervlakte van 'n sirkel by benadering te bepaal verbeter word?

   ....

(e) Gestel ons gebruik 0,5 cm by 0,5 cm vierkante in plaas van 1 cm by 1 cm vierkante om die oppervlakte van die sirkel te meet. Watter een van die twee mates sal meer akkuraat wees vir die oppervlakte? Verduidelik.

....

....

(f) Gestel nou ons gebruik vierkante wat 0,25 cm by 0,25 cm is. Watter een van die drie mates sal die beste skatting wees?

....

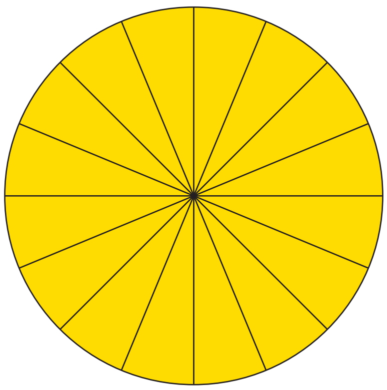
Ons kan oppervlakte skat deur 'n vierkantrooster op die oppervlak waarvan ons die oppervlakte wil skat, te plaas. Ons kan dan tel ongeveer hoeveel vierkante nodig is om die oppervlak wat ons wil meet, te bedek.

In die geval van 'n geboë oppervlak, soos 'n sirkel, kan die oppervlakte nie akkuraat op hierdie manier bepaal word nie; dit kan net geskat word.

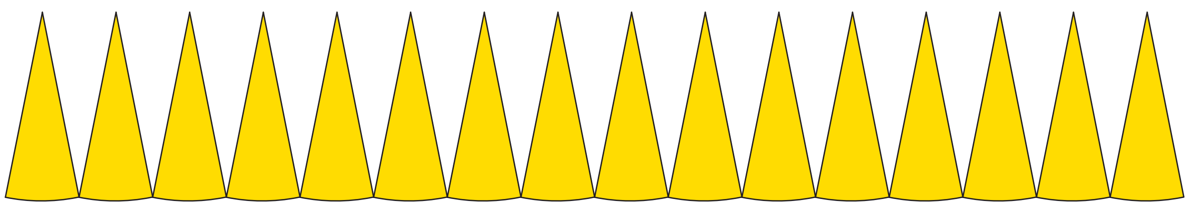
Die akkuraatheid van die skatting hang af van die grootte van die vierkante wat gebruik word.

In die res van hierdie aktiwiteit gaan ons 'n formule ontwikkel om die oppervlakte van 'n sirkel te bereken.

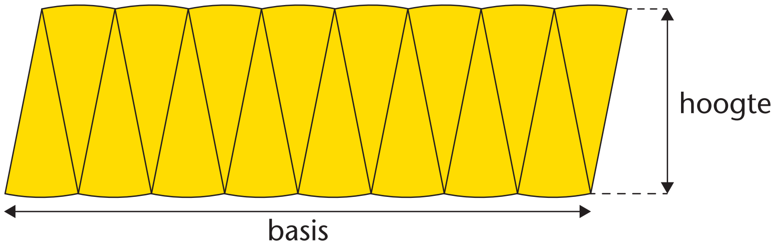
Beskou die sirkel langsaan. Dit is in 16 identiese sektore verdeel. Ons gaan 'n tegniek gebruik wat wiskundiges soms gebruik om een figuur te omskep in 'n ander figuur waarvan hulle iets weet, om sodoende 'n probleem op te los.



Die uitdaging hier is dat ons die oppervlakte van 'n sirkel wil bereken. Ons weet hoe om die oppervlakte van 'n reghoek te bepaal. Kan ons 'n sirkel herteken sodat dit soos 'n reghoek lyk? Een manier om dit te doen, is om die sirkel in 16 identiese sektore op te deel. Ons sny dan die sirkel op in 16 verskillende stukke soos hier onder gewys.



Dan herrangskik ons die sektore só:



2. Ons het nou die sirkel omskep deur dit op te sny in identiese sektore en hulle te herrangskik. Soos watter figuur lyk dit nou?

....

3. Waarmee stem die
   (a) hoogte van die nuwe figuur ooreen in die oorspronklike sirkel? ....
   (b) basis van die nuwe figuur ooreen in die oorspronklike sirkel?

....

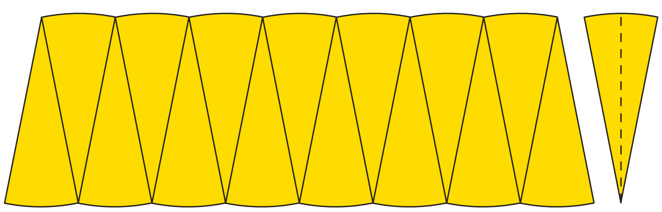
4. Is daar 'n manier waarop ons die uitdaging vir onsself makliker kan maak?

....

....

5. Die laaste sektor in die rangskikking hier onder word halveer.
   (a) Watter figure word gevorm as die sektor halveer word?

....



   (b) Watter nuwe figuur word geskep as een helfte van daardie sektor aan elke kant van die figuur hier bo geplaas word?

....

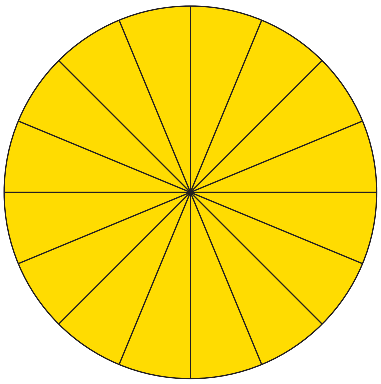
6. Waarmee stem die
   (a) hoogte van die nuwe figuur ooreen in die oorspronklike sirkel?

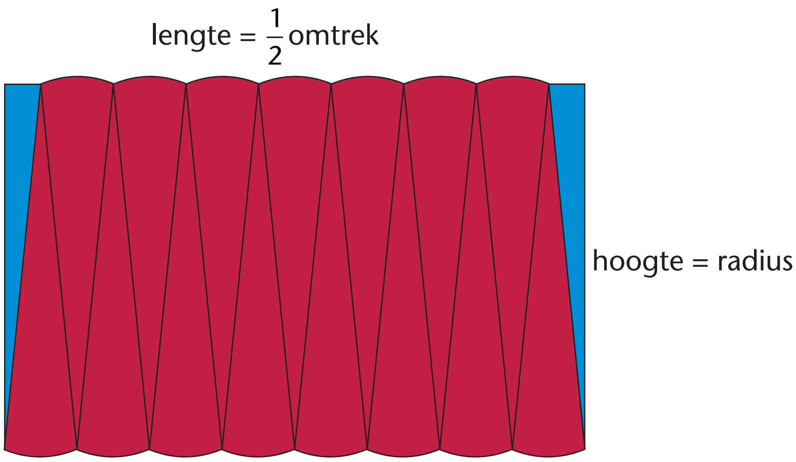
....

   (b) basis van die nuwe figuur ooreen in die oorspronklike sirkel?

....

Jy het waarskynlik opgemerk dat as ons 'n sirkel in baie klein sektore verdeel en hulle herrangskik, hulle 'n reghoekige figuur vorm. Probeer om die redenasie wat hier onder volg, te verstaan.





$C = 2\pi r$

Oppervlakte $= l \times b$

Oppervlakte $= \frac{1}{2} \times 2 \times \pi \times r \times r$

Oppervlakte $= \pi r^2$

7. (a) Gebruik die formule $A = \pi r^2$ om die oppervlakte (A) van 'n sirkel met radius 4 cm te bereken. (Gebruik $\pi = 3{,}14$)

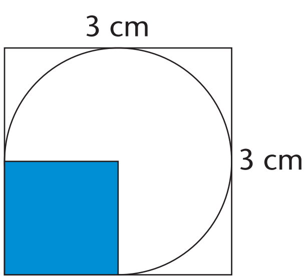
....

(b) Hoe naby is die antwoord aan die getal vierkante wat jy binnekant die sirkel in vraag 1 op bladsy 65 getel het?

....

Van nou af sal ons die formule $A = \pi r^2$ gebruik om die oppervlakte van 'n sirkel, met r as die lengte van die radius, te bereken. Jy sal die waarde van π gegee word om in berekeninge te gebruik. Die waarde van π word gewoonlik korrek tot 2 desimale plekke as 3,14 gegee.

8. Hoe kan ons r^2 in die formule $A = \pi r^2$ interpreteer? Gebruik die figuur regs om die vrae hier onder te beantwoord.



(a) Wat is die radius van die sirkel? ....

(b) Die lengte van die sy van die blou vierkant is 1,5 cm.

Wat is sy oppervlakte? ....

(c) Wat is die waarde van r^2? ....

(d) Voltooi: As r die radius van 'n sirkel is, dan is r^2 ....

....

GEBRUIK DIE FORMULE VIR DIE OPPERVLAKTE VAN 'N SIRKEL

In die volgende berekeninge, gebruik $\pi = 3{,}14$ en rond jou antwoorde af, korrek tot twee desimale plekke. Gebruik 'n sakrekenaar waar nodig.

1. Bereken die oppervlakte van 'n sirkel met radius:

   (a) $r = 8$ cm

   (b) $r = 4{,}5$ cm

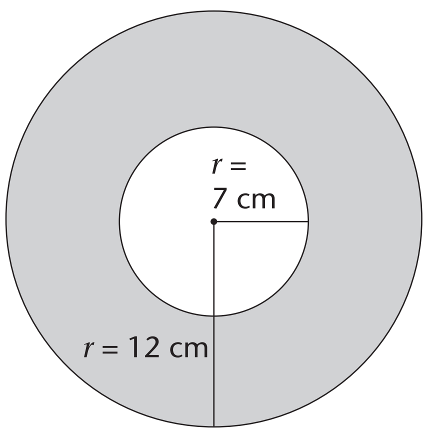
2. Bereken die radius van 'n sirkel met die volgende oppervlakte:

   (a) 100 m^2

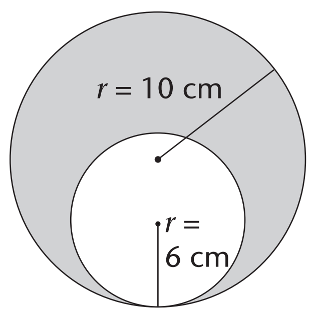
   (b) 76 m^2

3. Bereken die oppervlakte van die ingekleurde dele van die volgende figure:

   (a)



   (b)



4.5 Herleiding tussen vierkante eenhede

Jy weet alreeds hoe om lengte van een eenheid (byvoorbeeld mm, cm, m en km) na 'n ander te herlei:

Om te herlei	Doen die volgende	Om te herlei	Doen die volgende
cm na mm	× 10	mm na cm	÷ 10
m na cm	× 100	cm na m	÷ 100
km na m	× 1 000	m na km	÷ 1 000

Gebruik hierdie kennis om uit te werk hoe om vierkante eenhede (mm², cm², m² en km²) te herlei.

1. Herlei cm² na mm²
   1 cm² = 1 cm × 1 cm
   = 10 mm × 10 mm
   = ...

2. Herlei m² na cm²
   1 m² = 1 m × 1 m
   = ... cm × .... cm
   = ...

3. Herlei km² na m²
   1 km² = ... km × .... km
   = ...
   = ...

4. Herlei mm² na cm²
   1 mm² = 1 mm × 1 mm
   = 0,1 cm × 0,1 cm
   = ...

5. Herlei cm² na m²
   1 cm² = ... cm × .... cm
   = ...
   = ...

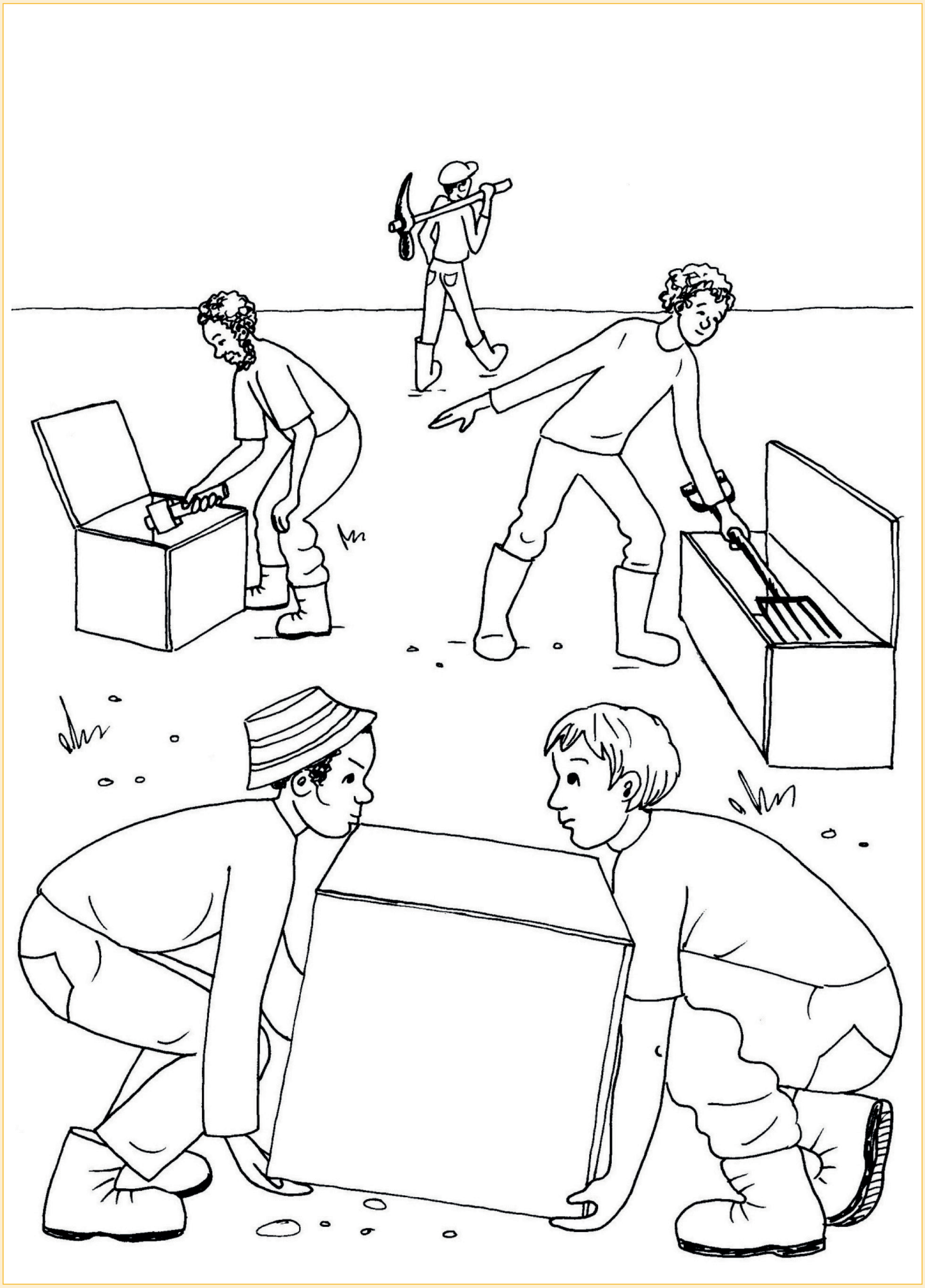
6. Herlei m² na km²
   1 m² = ... m × .... m
   = ...
   = ...

7. Voltooi die tabel:

Om te herlei	Doen die volgende	Om te herlei	Doen die volgende
cm² na mm²		mm² na cm²	
m² na cm²		cm² na m²	
km² na m²		m² na km²	

Hoofstuk 5
Buite-oppervlakte en volume van 3D-voorwerpe

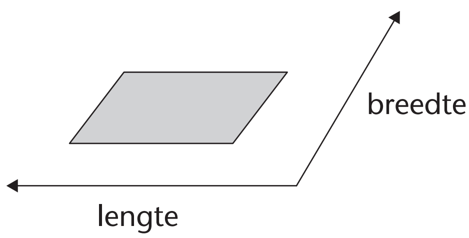
Die buite-oppervlakte van ’n voorwerp is die grootte van die plat vlakke reg rondom die voorwerp. Die volume van die voorwerp is die hoeveelheid ruimte wat ’n voorwerp beslaan. In hierdie hoofstuk gaan jy formules gebruik om die volume en die buite-oppervlakte van kubusse, reghoekige prismas en driehoekige prismas te bereken. Jy sal ook die verband tussen buite-oppervlakte en volume ondersoek, en hersien hoe om tussen verskillende volume-eenhede te herlei.



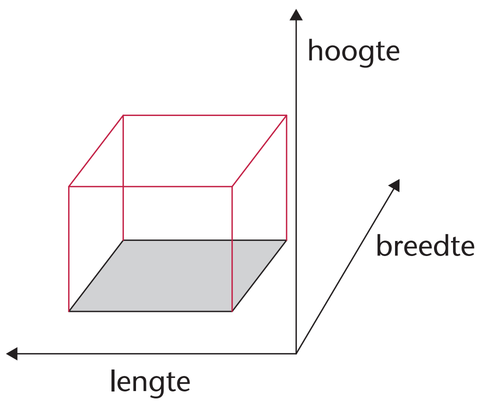
5 Buite-oppervlakte en volume van 3D-voorwerpe

5.1 Van 2D- na 3D-afmetings

2D-figure het slegs lengte en breedte, terwyl 3D-voorwerpe lengte, breedte en hoogte het.



2D-figuur



3D-voorwerp

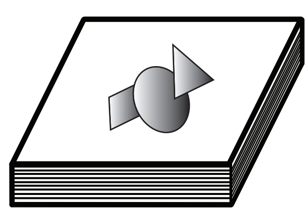
’n 2D-figuur het slegs een oppervlak. Ons noem die grootte van hierdie plat vlak die **oppervlakte** van die figuur.

’n 3D-voorwerp het meer as een oppervlak. Byvoorbeeld, ’n kubus het ses vlakke. Die groottes van hierdie vlakke aan die buitekant van ’n 3D-voorwerp word die **buite-oppervlakte** genoem.

’n 2D-figuur is plat, dus neem dit slegs ruimte in twee rigtings op. Maar ’n 3D-voorwerp het hoogte ook, dus neem dit ook ruimte op in ’n derde rigting. Die ruimte wat ’n 3D-voorwerp beslaan, word sy **volume** genoem.

ONDERSOEK DIE BUITE-OPPERVLAKTE EN VOLUME VAN ’N BOEK

Werk met ’n maat. Kies elkeen ’n boek. Die boeke moet van verskillende groottes wees.



1. Voel oor al die buite-oppervlakke van jou boek. Hoeveel vlakke het jou boek?

 ....

2. Skat of die buite-oppervlakte van jou boek groter of kleiner as dié van jou maat se boek is.

 ....

3. Verduidelik hoe jy sou bereken wat die minimum papier is wat jy nodig sou hê om jou boek oor te trek.

....

....

....

4. Skat wie se boek die meeste ruimte beslaan. Hoe sou julle kon bereken wie se boek werklik die meeste ruimte beslaan?

....

5.2 Buite-oppervlakte van 3D-voorwerpe

GEBRUIK NETTE OM BUITE-OPPERVLAKTE TE ONDERSOEK

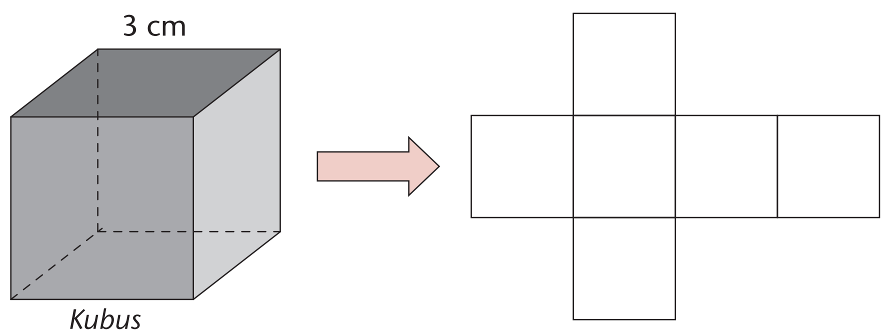
Die **buite-oppervlakte** van 'n voorwerp is gelyk aan die som van die oppervlaktes van al sy vlakke. Dus kan ons die net van 'n voorwerp gebruik om sy buite-oppervlakte te ondersoek.

'n Net of ontvouing is 'n plat figuur wat gevou kan word om 'n 3D-voorwerp te maak.

Die diagramme hier onder wys 3D-voorwerpe met hulle nette.

1. Gebruik die gegewe afmetings om die oppervlakte van elke vlak van die net te bereken.
2. Tel al die vlakke se oppervlaktes bymekaar om die buite-oppervlakte van die voorwerp te bepaal.

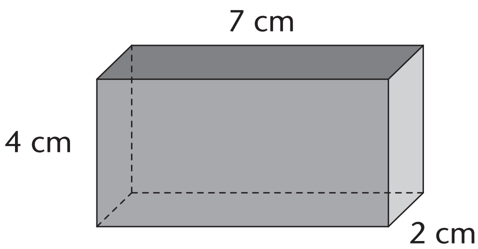
A



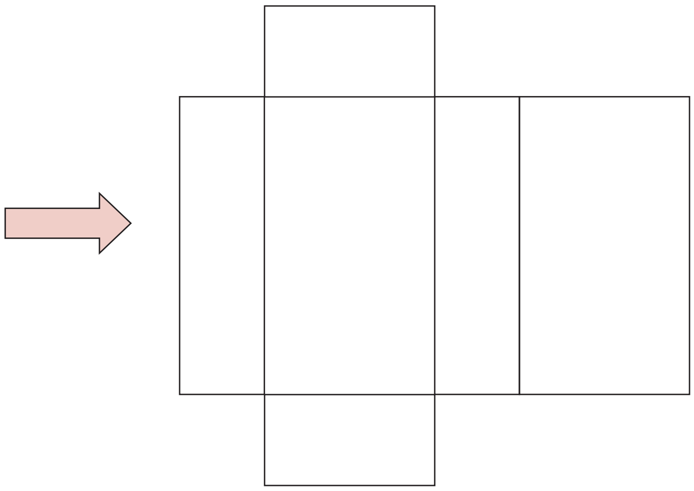
....

....

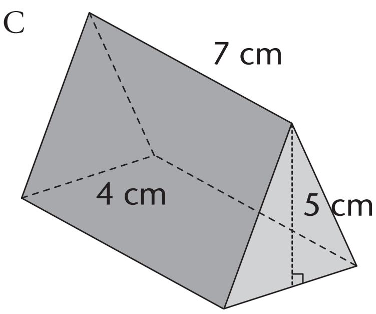
B



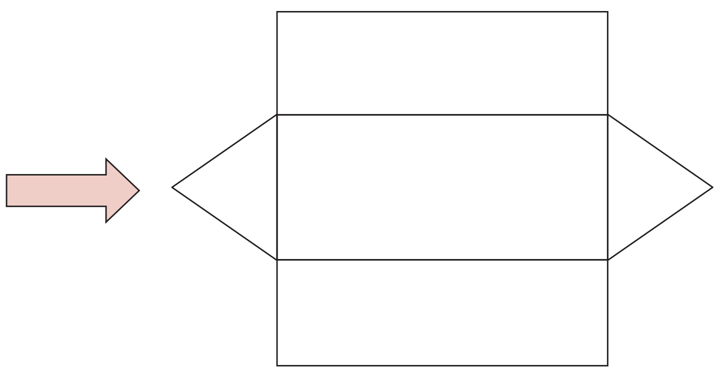
Reghoekige prisma



C



Driehoekige prisma



Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 75 2014/09/04 10:13:33 AM

LEI FORMULES VIR BUITE-OPPERVLAKTE AF

Die buite-oppervlakte van 'n prisma = die som van die oppervlaktes van al sy vlakke

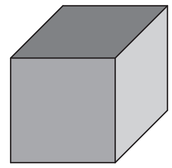
1. (a) Gebruik die algemene formule hier bo en die werk wat jy in vraag 2 op bladsy 74 gedoen het om te bepaal watter van die volgende formules korrek is. Merk die wat jy dink korrek is deur 'n ✓ in die blokkie te maak.

   ☐ Buite-oppervlakte van 'n kubus = $4 \times s$

   ☐ Buite-oppervlakte van 'n kubus = $s \times s \times s \times s$

   ☐ Buite-oppervlakte van 'n kubus = $6 \times s^2$

   ☐ Buite-oppervlakte van 'n kubus = s^6



   (b) Verduidelik jou keuse.

   ....

2. (a) Skryf 'n formule vir die buite-oppervlakte van enige reghoekige prisma.

   ....

   (b) Verduidelik jou formule.

   ....

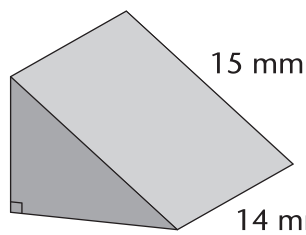
   ....

   ....

   ....

   ....

3. (a) Skryf 'n formule vir die buite-oppervlakte van enige driehoekige prisma.



   ....

   ....

   ....

   (b) Verduidelik jou formule.

   ....

   ....

   ....

   ....

4. Gebruik die formules in vrae 1 tot 3 om die buite-oppervlaktes van die kubus, die reghoekige prisma en die driehoekige prisma in vrae 1 tot 3 te bereken.
   Buite-oppervlakte van kubus:

   ....

   ....

   ....

   Buite-oppervlakte van reghoekige prisma:

   ....

   ....

   ....

   ....

   Buite-oppervlakte van driehoekige prisma:

   ....

   ....

   ....

   ....

BEREKENINGE OOR BUITE-OPPERVLAKTE

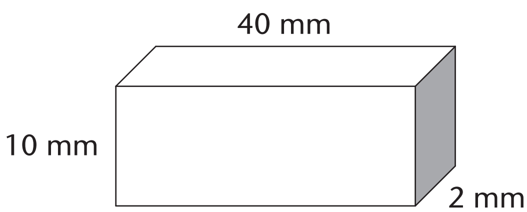
Werk die buite-oppervlakte van die volgende vier voorwerpe uit. Gee al die antwoorde in cm^2.

Onthou:

1 cm^2 = 100 mm^2	1 mm^2 = 0,01 cm^2
1 m^2 = 10 000 cm^2	1 cm^2 = 0,0001 m^2
1 km^2 = 1 000 000 m^2	1 m^2 = 0,000001 km^2

Dit mag 'n goeie idee wees om eers 'n skets van die net te maak voordat jy die berekening doen.

1.



   ....

   ....

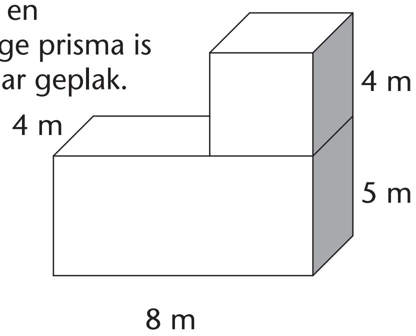
   ....

   ....

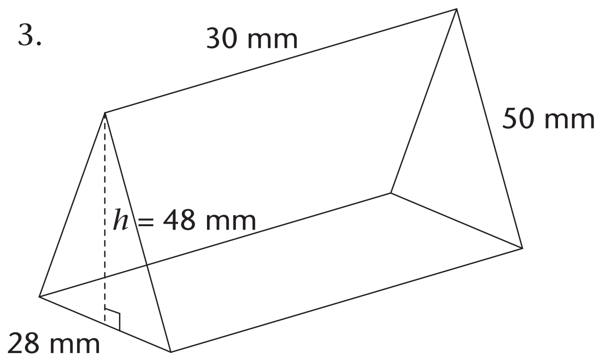
   ....

2.

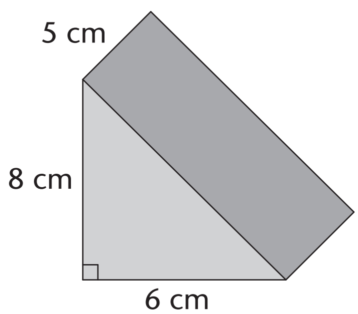
'n Kubus en reghoekige prisma is aanmekaar geplak.



3.



4.

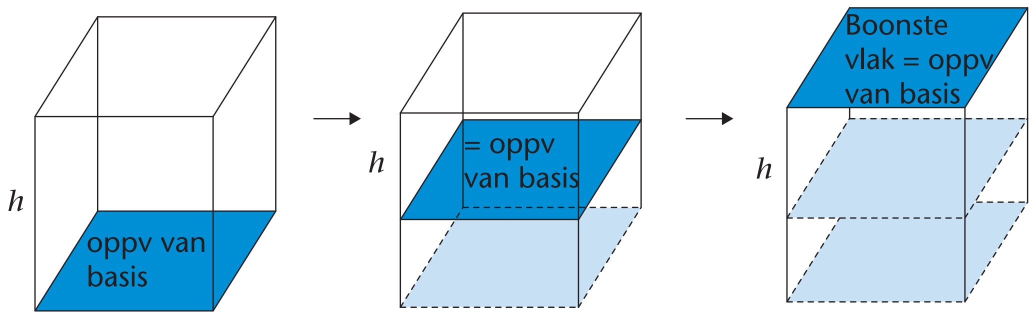


5.3 Volume van 3D-voorwerpe

LEI FORMULES AF OM VOLUME TE BEREKEN

Dink aan ’n prisma en sy basis. As jy die basis tussen die syvlakke van die prisma sou opwaarts beweeg, dan sal die oppervlakte van die basis oral presies dieselfde bly.

Syvlakke is die vlakke wat nie basisse is nie.

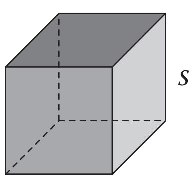


Volume van ’n prisma = Oppervlakte van basis × hoogte

Volume is die hoeveelheid ruimte wat ’n voorwerp beslaan.

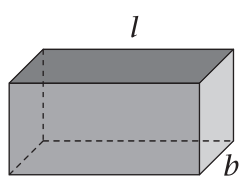
Gebruik die algemene formule hier bo om ’n formule vir die volume van ’n kubus, reghoekige prisma en driehoekige prisma te skryf.

A. Kubus



....

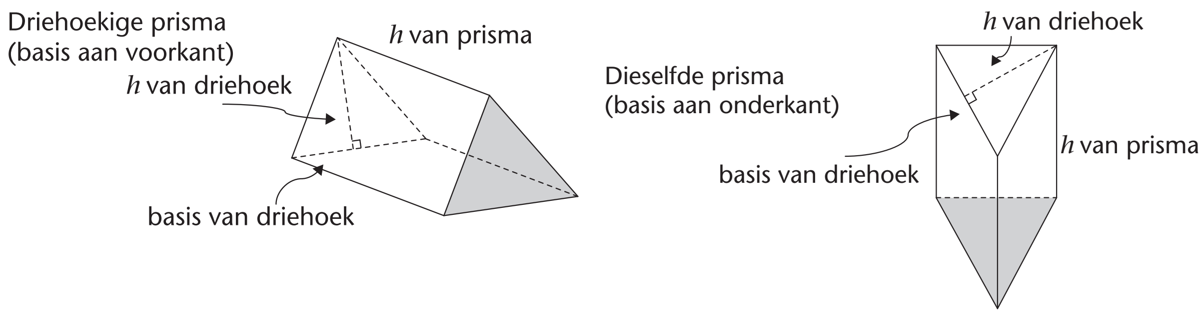
B. Reghoekige prisma



....

Nota oor reghoekige prisma
Moenie deurmekaar raak nie met:
- die basis van die prisma en die basis van die driehoekige vlak van die prisma
- die hoogte van die prisma en die hoogte van die driehoekige vlak van die prisma.

C. Driehoekige prisma



....

Jy behoort die volgende formules vir volume te gevind het:

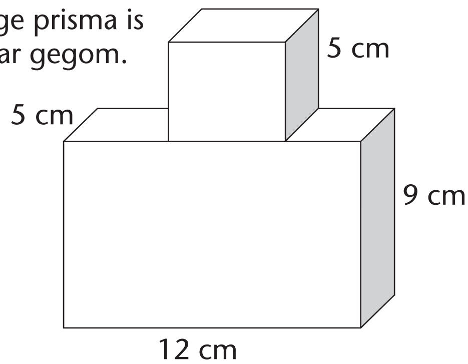
Volume van ’n kubus = s^3 of $s \times s \times s$
Volume van ’n reghoekige prisma = $l \times b \times h$
Volume van ’n driehoekige prisma = $\frac{1}{2}$ (basis × h) × hoogte van prisma

Omdat ons met drie dimensies vermenigvuldig, is die eenhede wat gebruik word kubieke eenhede, bv. mm^3, cm^3 of m^3.

BEREKEN DIE VOLUME

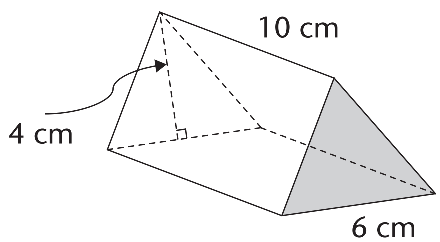
Bereken die volume van die volgende voorwerpe met behulp van die formules hier bo.

1. ‘n Kubus en ‘n reghoekige prisma is aanmekaar gegom.



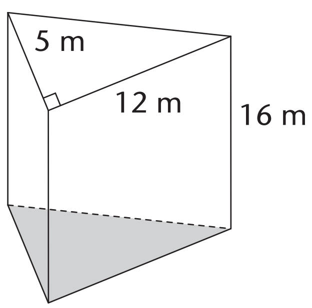
....
....
....
....
....

2.



....
....
....
....
....

3.



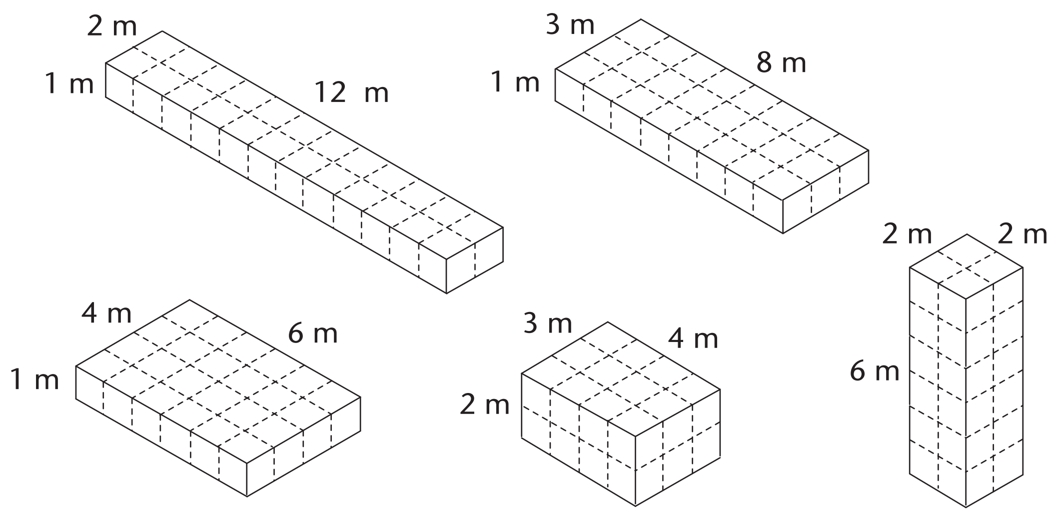
....
....
....
....
....

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 80 2014/09/04 10:13:35 AM

5.4 Verband tussen buite-oppervlakte en volume

Het voorwerpe met dieselfde volume altyd dieselfde buite-oppervlakte? Ondersoek dit en vind uit!

1. (a) Bereken die buite-oppervlakte en volume van die reghoekige prismas deur die tabel hier onder te voltooi.



Lengte (m)	Breedte (m)	Hoogte (m)	Buite-oppervlakte (m^2)	Volume (m^3)
12	2	1		
8	3	1		
6	4	1		
4	3	2		
2	2	6		

(b) Skryf 'n ander stel afmetings (*l*, *b* en *h*) in die laaste ry van die tabel wat dieselfde volume, maar 'n ander buite-oppervlakte sal gee as die wat reeds opgeteken is.

2. Bestudeer die voltooide tabel. Wat kan jy van die buite-oppervlakte en die volume van voorwerpe aflei?

....

....

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 81 2014/09/04 10:13:35 AM

3. ’n Reghoekige prisma het ’n volume van 8 m³. Skryf twee moontlike stelle afmetings daarvoor neer. Teken die prismas hier onder en skryf die afmetings op jou skets.

4. Die tabel wys berekeninge van die buite-oppervlakte en volume vir kubusse met verskillende sylengtes.

Sylengte van kubus (m)	Buite-oppervlakte (m²)	Volume (m³)
1	6	1
2	24	8
3	54	27
5	150	125
8	384	512
10	600	1 000

(a) Kyk na die tweede kolom. Vermeerder of verminder die buite-oppervlakte as die sylengte van die kubus vermeerder?

(b) Kyk na die derde kolom. Vermeerder of verminder die volume as die sylengte van die kubus vermeerder?

(c) Wat vermeerder vinniger as die sylengte van die kubus vermeerder, die volume of die buite-oppervlakte?

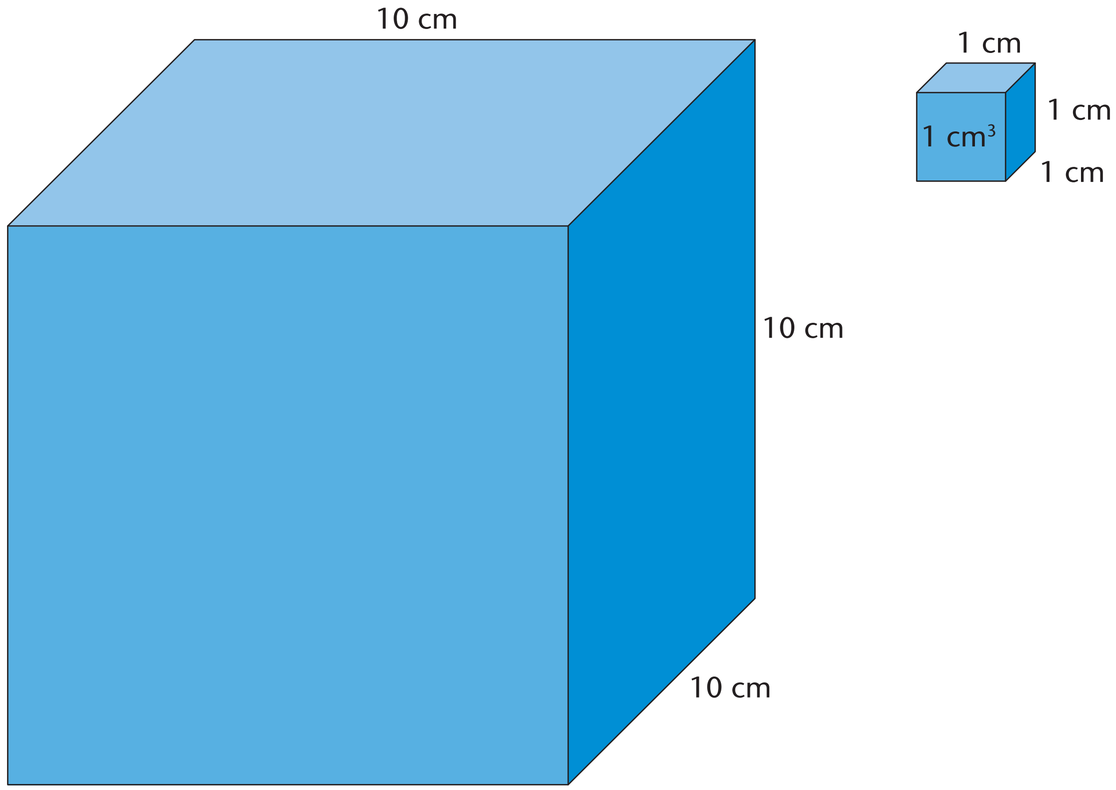
(d) Skets ’n grafiek wat die geheelbeeld van ’n kubus se volume teenoor sy buite-oppervlakte gee.

5.5 Herleiding tussen kubieke eenhede

HOEVEEL KUBUSSE?

1. Die kleiner kubus hier onder se afmetings is 1 cm × 1 cm × 1 cm en sy volume is 1 cm^3. Hoeveel 1 cm^3-kubusse is nodig om 'n kubus met afmetings van 10 cm × 10 cm × 10 cm (soos hier onder gewys) te vorm?

....



2. Hoeveel 10 cm × 10 cm × 10 cm kubusse is nodig om 'n 100 cm × 100 cm × 100 cm kubus te vorm?

....

3. (a) Om 'n 1 000 cm^3-kubus te vorm, het jy dus 1 000 kubusse met 'n volume van 1 cm^3 nodig. Hoeveel kubusse van 1 000 cm^3 (10 cm × 10 cm × 10 cm) is nodig om 'n kubus van 100 cm × 100 cm × 100 cm te vorm?

....

(b) Wat is die nuwe kubus se volume? ....

(c) Hoeveel 1 cm^3-kubusse sal 'n kubus met 'n volume van 1 000 000 cm^3 vorm?

....

4. Watter van die kubusse hier onder het die grootste volume? Verduidelik.
   A. 'n Kubus met 'n volume van 1 m^3
   B. 'n Kubus met 'n volume van 1 000 000 cm^3

....

....

....

5. (a) Hoeveel 1 mm × 1 mm × 1 mm kubusse (1 mm^3) is nodig om 'n 1 cm × 1 cm × 1 cm kubus te bou?

   ....

   (b) Wat is die totale volume van die 1 mm^3-kubusse binne in die 1 cm^3-kubus?

   ....

OEFEN OM TUSSEN EENHEDE TE HERLEI

Wanneer jy met volume werk, moet jy dikwels tussen verskillende kubieke eenhede herlei. Hier is twee voorbeelde hoe jy ekwivalente eenhede kan uitwerk.

Herlei cm^3 na mm^3:

$$\begin{aligned} 1\ cm^3 &= 1\ cm \times 1\ cm \times 1\ cm \\ &= 10\ mm \times 10\ mm \times 10\ mm \\ &= 1\ 000\ mm^3 \end{aligned}$$

$\therefore$ vermenigvuldig met 1 000

Herlei cm^3 na m^3:

$$\begin{aligned} 1\ cm^3 &= 1\ cm \times 1\ cm \times 1\ cm \\ &= 0{,}01\ m \times 0{,}01\ m \times 0{,}01\ m \\ &= 0{,}000001\ m^3 \end{aligned}$$

$\therefore$ vermenigvuldig met 0,000001 of deel met 1 000 000

1. Skryf die volgende volumes in cm^3.
   (a) 3 mm^3
   ....
   (b) 45 mm^3
   ....
   (c) 0,6 m^3
   ....
   (d) 1,22 m^3
   ....

2. Skryf die volgende volumes in mm^3.
   (a) 20 cm^3
   ....
   (b) 151 cm^3
   ....
   (c) 4,7 cm^3
   ....
   (d) 89,5 cm^3
   ....

3. Skryf die volgende volumes in m^3.
   (a) $9\ cm^3$ (b) $50\ cm^3$

   ....

   (c) $643\ cm^3$ (d) $1\ 967\ cm^3$

   ....

4. Skryf die volgende antwoorde in cm^3.
   (a) $4\ m^3 + 68\ cm^3$ (b) $12\ m^3 + 143\ cm^3$

   ....

   ....

5.6 Kapasiteit van 3D-voorwerpe

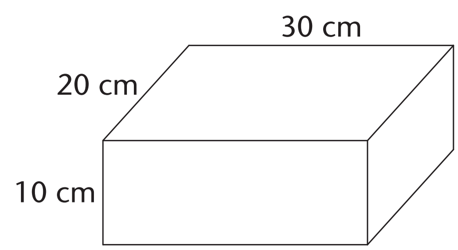
VERSKIL TUSSEN KAPASITEIT EN VOLUME

Kapasiteit is die hoeveelheid ruimte beskikbaar *binne-in* 'n voorwerp of houer.

Volume is die hoeveelheid ruimte wat die voorwerp self opneem.

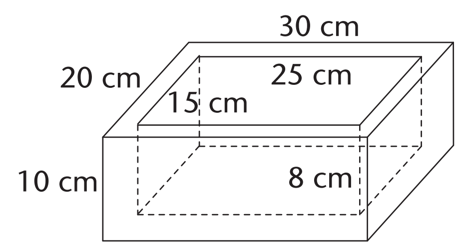
1. Die afmetings van 'n soliede blok hout is $30\ cm \times 20\ cm \times 10\ cm$.
   (a) Wat is sy volume?

   ....



   Dieselfde blok hout word uitgekerf om 'n houer wat hol is te maak. Die afmetings binne die houer is $25\ cm \times 15\ cm \times 8\ cm$.
   (b) Hoe dik is die kante van die houer?

   ....



   (c) Wat is die kapasiteit van die houer?

   ....

   (d) Watter volume water sal die houer bevat as jy dit met water vul?

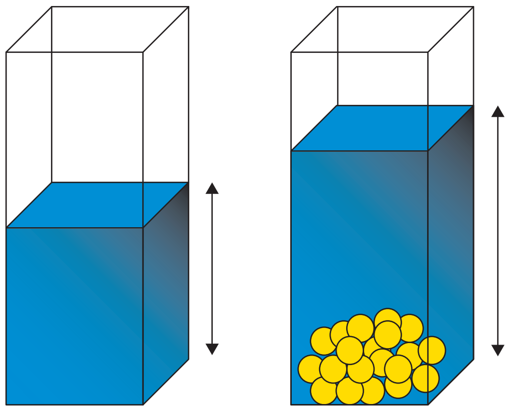
   ....

2. Meer hout word uit die houer gekerf om die sykante en die bodem 1 cm dik te maak. Bereken die kapasiteit van die houer in liter.

   ....

VERPLASING EN MEER BEREKENINGE OOR KAPASITEIT

’n Glashouer is halfvol water. As jy albasters in die water sit, styg die vlak van die water. Dit is nie omdat die hoeveelheid water vermeerder het nie, maar omdat die albasters die plek van die water ingeneem het en die water dus hoër op in die houer gestoot het. Ons sê die albasters het die water **verplaas**.



As een albaster ’n volume van 1 cm^3 het sal dit 1 ml water verplaas.

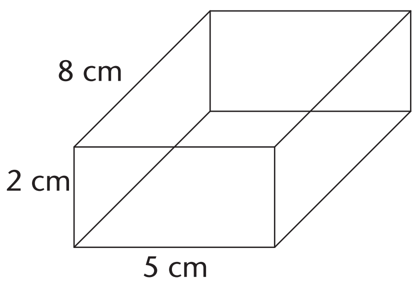
Ons weet dus dat:

1 cm^3 = 1 ml
1 m^3 = 1 kl

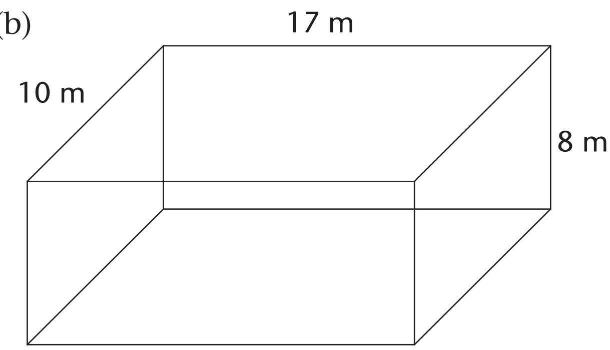
Verplaas beteken om iets uit sy plek te stoot.

1. Bereken die kapasiteit van die houers. Die binnemate is gegee. Gee jou antwoorde in ml of kl.

(a)



(b)



....

....

....

2. Werk ’n moontlike stel binnemate uit vir ’n houer met ’n kapasiteit van 12 kl. Maak ’n netjiese skets en skryf die afmetings langs die skets.

Hoofstuk 6
Versamel, organiseer en som data op

Wanneer ons die datasiklus volg, doen ons die volgende: ons stel 'n vraag, versamel data om die vraag te beantwoord, organiseer en som die data sinvol op, stel die data op bruikbare maniere voor, interpreteer en ontleed dit, en doen dan verslag daaroor.

Die aktiwiteite in hierdie hoofstuk gaan jou oefening gee daarin om data in te samel, te organiseer en op te som. Jy gaan onder meer fokus op maniere om geskikte steekproewe vir 'n ondersoek te neem en hoe om vraelyste met meervoudigekeuse-vrae op te stel en te gebruik. Daarna gaan jy data organiseer deur telstrepies, tabelle, stingel-en-blaarvoorstellings en gegroepeerde data te gebruik. Laastens gaan jy data opsom deur die gemiddelde, mediaan, modus en verspreidingswydte van die data te beskryf.

Nonkhanyiso	Saaliha	Herbert
Anna	Jennifer	Thabo
Mpho	Nomonde	Nomi
Nontobeko	Thandeka	Manare
Jonathan	Siza	Unathi
Sibongile	Prince	Gabriel
Dumisani	Duma	Hanna
Matsediso	Thandile	Simon
Chokocha	Nicholas	Miriam
Khanyisile	Jabulani	Sibusiso
Ramphamba	Nomhle	Mishack
Portia	Frederik	Peter
Erik	Lola	Maya
Jan	Adri	Thobele
Palesa	Jacob	Abraham
Kerishnie	Abdul	Sarita
Chris	Nina	Benjamin
Pieter	Doris	Cebisile
Jana	Ahmed	Zinzi
Duduzile	Gertruida	Nomcebo
Mohamed	Miemie	Tidimalo
Daniel	Erika	Otto
Qiniso	Zodwa	Ismael
Ofentse	Martinus	Andrew
Avhahumi	Muruwa	Sethunya

6 Versamel, organiseer en som data op

Die term **datahantering** dui op sekere maniere waarop mense probeer sin maak van groot versamelings waarnemings (data) oor dinge en gebeure in die alledaagse lewe. Data kan oor enige onderwerp ingesamel word, byvoorbeeld mense se menings oor politiek, of die mate van sukses wat behaal word met die gebruik van ’n sekere medisyne. Data kan ons help om besluite te neem en probleme in ons leefwêreld op te los.

6.1 Versamel data

Om meer oor enige situasie uit te vind, moet ons begin om vrae te vra en data in te samel. Wanneer jy data insamel, moet jy die volgende in gedagte hou:

- wat jy wil uitvind of watter vrae jy wil beantwoord
- waar jy die data gaan kry om die vrae te beantwoord (byvoorbeeld by leerders in jou skool, jou familie en gemeenskap; of gaan jy dit kry uit gepubliseerde bronne soos koerante, boeke en tydskrifte)
- by wie jy die data gaan insamel (al die mense of ’n steekproef)
- hoe jy die data gaan insamel (met vraelyste of deur onderhoude te voer).

BRONNE VAN DATA-INSAMELING

Soms kan jy data gebruik wat alreeds deur ander mense of ’n organisasie ingesamel is.

Voorbeeld 1

Jou vraag is:

Wat is die mees algemene vorm van vervoer wat leerders in Suid-Afrika gebruik om by die skool uit te kom?

Jy sal vind dat daar vir hierdie vraag reeds data bestaan in ’n publikasie met die naam *Census@School 2009*, wat deur Statistiek Suid-Afrika uitgegee is. Jy kan dan hierdie bestaande data aanbied en interpreteer.

Voorbeeld 2

Jou vraag is:

Wat is die mees algemene vorm van vervoer wat leerders in my skool gebruik om by die skool te kom?

Hoor by die skoolhoof of sulke data reeds by die skool ingesamel is. As die data nie bestaan nie, of baie oud is, moet jy besluit waar om die data te kry. Jy kan dan besluit om die data self by jou portuurgroep in te samel.

Skryf vir elk van die volgende ondersoekvrae wat of wie moontlik 'n geskikte bron van inligting sal wees.

Vraag	**Geskikte bron vir dataverkryging**
1. Van watter tipe musiek hou tieners in my gemeenskap die meeste?	
2. Hoeveel verdien werkers by Modefabriek per week?	
3. Wat is die hoogte wat kremetartbome gewoonlik bereik?	
4. Hoe oud is die leerders in graad R tot 7 in Suid-Afrika?	
5. Hoeveel mense in Suid-Afrika het toegang tot elektrisiteit?	
6. Hoeveel mense in verskillende Afrika-lande het die afgelope 5 jaar malaria gehad?	
7. Het my skool vanjaar meer of minder glasbottels herwin as verlede jaar?	
8. Watter soort werkies doen kinders van 7 tot 10 jaar oud in my buurt gewoonlik by die huis?	
9. Hoeveel kinders onder 10 jaar in Suid-Afrika is ingeënt om hulle teen kindersiektes te beskerm?	

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 90 2014/09/04 10:13:36 AM

POPULASIES EN STEEKPROEWE

Die **populasie** is die hele groep mense (of dinge) waaromtrent jy iets wil uitvind.

'n Populasie is dikwels redelik groot. Die grootte van die populasie hang af van dit wat jy wil uitvind. Hoe groter die populasie, hoe moeiliker word dit om vir elke lid van die populasie die vrae te vra wat jy wil vra.

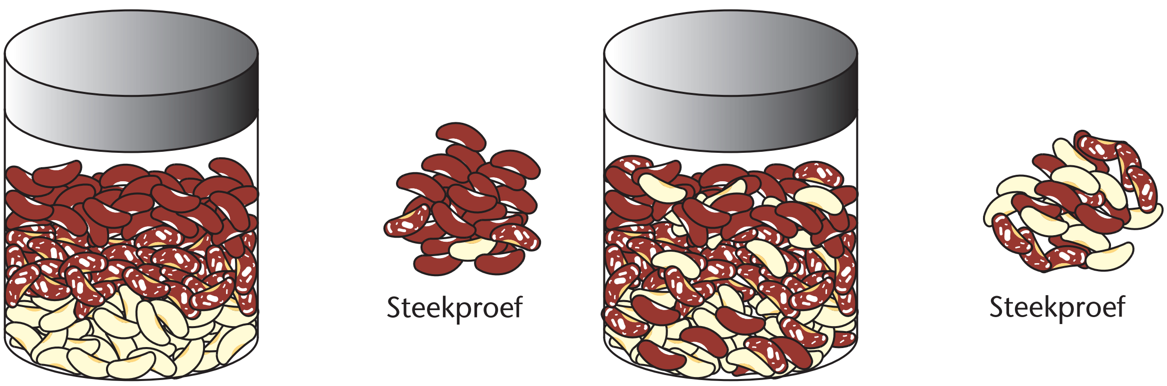
Jy kan 'n kleiner groep individue uit die populasie gebruik. So 'n groep, wat die hele populasie verteenwoordig, word 'n **steekproef** (of 'n **monster**) genoem.

Voorbeelde

1. Jy wil moontlik uitvind hoeveel tyd leerders in 'n skool aan huiswerk bestee. As dit 'n groot skool is, kan dit vir jou moeilik wees om vir almal te vra. Wat jy dan kan doen is om net vir sommige leerders te vra, maar wel seker te maak dat jy 'n paar leerders uit elke klas vra. Jy kan byvoorbeeld met vyf leerders uit elke klas praat.
2. Gesondheidsnavorsers kan inligting oor kinders insamel by huishoudings wat lukraak gekies is uit elke gemeenskap.

EWEKANSIGE STEEKPROEWE

'n Steekproef moet versigtig gekies word om seker te maak dat dit die populasie verteenwoordig. Om dit goed te verstaan, dink aan wat gebeur as jy 'n paar boontjies kies uit 'n fles waar verskillende soorte boontjies in afsonderlike lae is. As jy net 'n paar boontjies bo uithaal, sal dit nie verteenwoordigend wees nie. As die boontjies egter goed gemeng is, het elke boontjie 'n gelyke kans om gekies te word. Die steekproef is dan verteenwoordigend of ewekansig.



Voorbeeld

Twee maniere waarop jy 'n ewekansige steekproef van leerders uit jou skool kan kies:

1. Jy kan elke leerder se naam op 'n aparte strokie papier skryf. Dan kan jy al die strokies in 'n plastieksak sit, die strokies skommel, en 30 strokies uithaal sonder om na die name te kyk voor jy klaar is.
2. Jy kan elke vyfde naam op elke klaslys kies.

Kyk weer na hierdie ondersoekvrae. Watter van die steekproewe dink jy sal die populasie die beste verteenwoordig? Merk jou keuse en gee ’n rede.

Steekproef 1	**Steekproef 2**	**Rede**
1. Watter tipe musiek is die gewildste onder tieners in my gemeenskap?		
50 tieners by ’n plaaslike skool	25 tieners elk uit twee verskillende plaaslike skole	
2. Hoeveel geld verdien die 200 werkers by Modefabriek per week?		
Die werkers by elke vierde werkstasie in die fabriek	Die 50 werkers wat tydens hul etensuur in groepe buite sit	
3. Hoe hoog word kremetartbome gewoonlik?		
Al die kremetartbome in ’n afgemerkte gebied	Elke tweede kremetartboom in ’n afgemerkte gebied	
4. Wat is die ouderdomme van leerders vanaf Gr R tot 7 in Suid-Afrika?		
Al die Gr R tot 7 leerders in my skool	Tien leerders in elke graad van Gr R tot 7 by drie verskillende skole	
5. Het my skool vanjaar meer of minder glasbottels as verlede jaar herwin?		
Al die glasbottels wat in een maand vanjaar en in dieselfde maand verlede jaar herwin is	Die glasbottels wat in een maand vanjaar en enige ander maand verlede jaar herwin is	

VRAELYSTE

Ons kan data op verskillende maniere insamel, byvoorbeeld deur vraelyste, persoonlike onderhoude of telefoniese onderhoude. In hierdie afdeling gaan jy met vraelyste werk wat meervoudigekeuse-antwoorde het.

Hier is twee vrae met meervoudigekeuse-antwoorde waaruit 'n respondent kan kies.

'n **Respondent** is 'n persoon wat die vrae beantwoord.

Hoe tevrede is jy met ons diens?	Wat is die kleur van jou oë?
☐ Glad nie tevrede nie	☐ bruin
☐ Redelik tevrede	☐ groen
☐ Baie tevrede	☐ blou
	☐ ander

1. Stel 'n gepaste vraag met meervoudigekeuse-antwoorde op om die volgende inligting te kry:
   (a) Waarop spandeer tieners hulle geld?
   (b) Hoeveel tyd spandeer graad 8's elke dag aan huiswerk?

2. Kies een van die vrae hier bo. Skryf wat jy dink die beste steekproef sou wees as jy hierdie ondersoek moes doen.

   ....

   ....

   ....

3. Gebruik die vraag wat jy in vraag 2 gekies het om die data in te samel. Bêre die data wat jy ingesamel het. Jy gaan dit in die volgende afdeling van hierdie hoofstuk gebruik.

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 93 2014/09/04 10:13:37 AM

6.2 Organiseer data

Die manier waarop ons data organiseer en opsom hang af van die soort data wat ons het. Dit hang ook af van wat ons met die data wil uitvind.

Kyk na die volgende stelle data. Bespreek elke stel in jou groep en skryf dan neer wat julle wil uitvind en wat julle dink met die data moet gebeur. (Moenie nou oor die korrektheid van julle antwoorde besorg wees nie. In hierdie hoofstuk gaan julle van verskillende maniere leer om data te organiseer en op te som.)

1. Data ingesamel om uit te vind watter weeksdag leerders die beste sal pas vir ’n sokkeroefening:

   Vyf-en-twintig leerders se keuse van ’n dag vir sokkeroefening

   Dinsdag Dinsdag Dinsdag Woensdag Maandag Donderdag Dinsdag Vrydag Vrydag Vrydag Dinsdag Donderdag Woensdag Woensdag Dinsdag Dinsdag Woensdag Maandag Donderdag Dinsdag Dinsdag Woensdag Maandag Donderdag Dinsdag

   ....

   ....

2. Data ingesamel om uit te vind of 5-jarige kinders van ’n sekere dorpie ’n gesonde liggaamsmassa het:

   Liggaamsmassa van 25 kinders in kilogram, afgerond tot die naaste 0,5 kg

   17 kg 16,5 kg 13,5 kg 14 kg 18 kg 18 kg 14 kg 21 kg 13,5 kg 15 kg 15 kg 14,5 kg 15,5 kg 19,5 kg 17 kg 17,5 kg 14 kg 14 kg 20 kg 14,5 kg 16 kg 18 kg 12 kg 16 kg 19 kg

   ....

   ....

   ....

   ....

3. Data ingesamel om uit te vind hoeveel leerders ’n sekere tipe vraag in minder as 20 sekondes beantwoord:

   Tyd (in sekondes) deur ’n groep leerders benodig om ’n vraag te beantwoord

   20 25 24 33 13 26 10 19 39 31 11 16 21 17 11 34 14 15 21 18 17 38 16 21 25

   ....

   ....

   ....

   ....

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 94 2014/09/04 10:13:37 AM

4. Data ingesamel om die maandelikse salarisse van werknemers van ’n klein sake-onderneming te ontleed:

   Die maandelikse salarisse van tien werknemers

   R8 000   R2 500   R75 000   R6 000   R7 500   R5 200   R4 800   R10 300   R15 000   R9 500

   ....

   ....

TELSTREPIES, TABELLE EN STINGEL-EN-BLAARVOORSTELLINGS

Jy het in graad 7 geleer om telstrepies en stingel-en-blaarvoorstellings te gebruik. Kom ons hersien dit.

Ons kan **telstrepies** gebruik om data in verskillende kategorieë aan te teken. Ons maak ’n telstrepie (|) vir elke item wat ons tel. Ons groepeer die telstrepies in groepe van vyf om hulle vinnig te kan tel.

’n **Stingel-en-blaarvoorstelling** is ’n manier om numeriese data aan te teken. As die getalle in die datastel uit syfers met tiene en ene bestaan (bv. 23, 25, 34), word die ene in die regterkantse kolom (die blaar-kolom) geskryf en die tiene in die linkerkantse kolom (die stingel-kolom).

Voorbeelde van telstrepies:
drie = |||
vyf = ~~||||~~
sewe = ~~||||~~ ||

As die getalle in ’n datastel uit drie syfers bestaan (bv. 324 of 428), word die honderde en tiene in die stingel-kolom geskryf. 32 | 4 sal dus 324 beteken.

In die stingel-en-blaarvoorstelling hier onder kan jy die volgende getalle sien:

12, 13, 20, 34, 35, 47, 49, 51, 53, 53, 53, 56, 59

Hierdie getalle strek van 12 tot 59; die eerste syfers stel dus getalle van 10 tot 50 voor.

Sleutel: 1 | 2 beteken 12

Stingel	Blare
1	2, 3
2	0
3	4, 5
4	7, 9
5	1, 3, 3, 3, 6, 9

Waardes met dieselfde stingel word in dieselfde ry geskryf. Verskillende blare met dieselfde stingel word deur ’n spasie of ’n komma geskei. Die eerste ry wys die getalle 12 en 13.

Die stingelkolom wys die tiene-syfer van elke waarde.

Die blaarkolom wys die ene-syfer van elke waarde.

Let op dat die stingel-en-blaarvoorstelling ook vir ons wys hoe die datastel lyk. Ons kan byvoorbeeld dadelik sien dat die meeste getalle in die 50’s is en daar slegs een getal in die 20’s is.

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 95 2014/09/04 10:13:37 AM

1. Blaai terug na die drie stelle data op bladsy 94. Voltooi die tabel om aan te toon watter vorm van data-organisering jy vir elke stel sou gebruik. Skryf ook 'n kort verduideliking.

	Telstrepies	**Stingel-en-blaarvoorstelling**
A. Gekose dag vir sokkeroefening		
B. Kinders se liggaamsmassa		
C. Tyd geneem om 'n vraag te beantwoord		

2. Gebruik die datastel oor die dae wat leerders vir sokkeroefening verkies:
Vyf-en-twintig leerders se keuse van 'n dag vir sokkeroefening

Dinsdag Dinsdag Dinsdag Woensdag Maandag Donderdag Dinsdag Vrydag Vrydag Vrydag Dinsdag Donderdag Woensdag Woensdag Dinsdag Dinsdag Woensdag Maandag Donderdag Dinsdag Dinsdag Woensdag Maandag Donderdag Dinsdag

(a) Organiseer die data in 'n telstrepietabel.

Dag verkies	**Telstrepies**	**Frekwensie**

Frekwensie is die getal kere wat iets gebeur.

(b) Watter dag behoort hulle te kies vir die sokkeroefening? Hoekom?

....

(c) Watter dag sal die slegste vir die sokkeroefening wees? Hoekom?

....

3. Zandile het data ingesamel oor die getal kledingstukke wat elkeen van haar werkers per dag maak. Die antwoord het so gelyk:

   61, 58, 48, 59, 49, 51, 54, 67, 55, 70, 59, 60, 62, 59, 62, 63, 64, 48, 64, 55

   (a) Maak 'n stingel-en-blaarvoorstelling van die data.

   Sleutel: ....

   (b) Voltooi: Die meeste waardes kom in die .... voor.

   (c) Hoeveel kledingstukke het die vinnigste en die stadigste werker gemaak?

   ....

4. Gebruik die data wat jy in vraag 3 op bladsy 93 ingesamel het.

   (a) Besluit of 'n telstrepietabel of 'n stingel-en-blaarvoorstelling die data die beste sal organiseer. Gebruik dan die spasie hier onder om die data aan te teken.

   (b) Wat wys jou telstrepietabel of stingel-en-blaarvoorstelling omtrent jou data?

   ....

   ....

   ....

GROEPEER DATA IN INTERVALLE

Wanneer daar baie data-items in ’n datastel is, is dit dikwels nuttig om die data items in **klasintervalle** te groepeer.

Voorbeeld

Hoogte in sentimeters	Frekwensie
130–140	6
140–150	13
150–160	31
160–170	30
170–180	10

Die hoogste waarde van elke interval word nie by die interval ingesluit nie. ’n Hoogte van 150 cm val dus in die interval 150–160 cm, en nie in die interval 140–150 cm nie.

Hierdie is ’n gegroepeerde frekwensietabel. Dit stel 90 waardes voor, maar die waardes self word nie gewys nie. In plaas daarvan, word die frekwensie van die waardes (met ander woorde die getal waardes) wat in daardie interval voorkom, gewys.

1. Die tabel wys die liggaamsmassas (in kg) van atlete wat aan ’n byeenkoms deelneem.

55,2	56,1	58,4	59,3	60,6	61,2	61,7	63,4
63,2	64,2	65,9	66,5	66,7	67,3	67,8	68,0
70,5	72,9	73,4	74,1	74,8	75,9	76,7	78,7

(a) Groepeer die liggaamsmassas in 5 kg intervalle. Skryf die intervalle hier neer.

....

(b) Gebruik ’n tabel om die frekwensie van die waardes in elke klasinterval te wys. Maak die telstrepies soos wat jy die items tel, sodat jy nie items uitlaat nie. Skryf dan later die frekwensies neer, nadat jy die telstrepies getel het.

Atlete se liggaamsmassa	Telstrepies	Frekwensie

(c) In watter intervalle kom die grootste getal atlete voor?

....

....

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 98 2014/09/04 10:13:38 AM

2. Die volgende datastel wys hoe lank atlete geneem het (in minute en sekondes) om 'n bepaalde wedloop te voltooi.

34:30	34:59	35:36	36:58	40:08	40:55	41:33	43:18
44:26	45:40	48:13	48:49	49:15	50:08	52:09	53:36

(a) Groepeer die tye in gepaste intervalle. Skryf die intervalle hier neer.

....

(b) Skryf die gegroepeerde data in tabelvorm.

(c) Hoe lank het die grootste groep atlete geneem om die wedloop te voltooi?

....

3. Kyk weer na die data oor hoe lank dit leerders geneem het om 'n sekere vraag te beantwoord:

20 25 24 33 13 26 10 19 39 31 11 16 21 17 11 34 14 15 21 18 17
38 16 21 25

(a) Groepeer die data in drie intervalle van 10 sekondes. Voltooi die tabel om die gegroepeerde data te wys.

(b) Dink jy dat leerders ten minste 40 sekondes nodig het om hierdie soort vraag te beantwoord? Verduidelik.

....

(c) Het meer leerders ten minste 20 sekondes of meer geneem om die vraag te beantwoord as leerders wat minder as 20 sekondes geneem het? Verduidelik.

....

....

6.3 Som data op: sentrale waardes en verspreiding

EEN GETAL NAMENS BAIE GETALLE: DIE MODUS EN DIE MEDIAAN

1. ’n Boer wil weet hoe goed die saad was wat hy gebruik het toe hy ’n bepaalde soort pampoen geplant het. Hy tel dus die getal pampoene per plant in ’n steekproef met 20 plante. Die getal pampoene per plant word hier onder gegee.

   6 7 3 7 4 7 7 8 7 5 7 7 6 7 8 5 4 7 6 7

   (a) Rangskik die data van die kleinste na die grootste, om ’n duideliker beeld te kry.

   ....

   (b) Die boer sê vir sy vrou: *Die meeste van die plante het 7 pampoene, wat eintlik baie goed is*. Dink jy dit is ’n goeie opsomming van die data, of moes hy iets meer gesê het?

   ....

   ....

In sommige stelle data word bepaalde waardes of items dikwels herhaal. Die waarde of die item wat die meeste voorkom, word die **modus** genoem. Party stelle het meer as een modus, terwyl ander weer geen modus het nie.

   (c) Dink jy as die boer die volgende gesê het, sou sy vrou beter ingelig wees oor die pampoenplante?

   Die getal pampoene wissel tussen 3 en 8, maar daar is 7 pampoene op die meeste van die plante.

   ....

2. Hierdie is die wiskunde toetspunte uit 30 van ’n klein klassie met 21 leerders.

15	7	11	7	13	4	8	9	3	7	25
7	6	10	8	9	23	19	7	5	7	

   Bongile het 9 uit 30 vir die toets gekry, wat swak is. Kan hy sê dat sy punt in die boonste helfte van die klas val? Gee ’n goeie verduideliking vir jou antwoord.

   ....

   ....

   ....

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 100 2014/09/04 10:13:38 AM

’n Stel data kan in ’n boonste helfte en ’n onderste helfte verdeel word deur die data van die kleinste na die grootste te rangskik en sodoende die middelste waarde te kry.

Byvoorbeeld: Hierdie stel data

23 35 44 21 28 32 38 41 39 42 24 27

kan só herrangskik word:

21	23	24	27	28	32		35	38	39	41	42	44
onderste helfte							*boonste helfte*					

Die getal halfpad tussen die hoogste data-item in die onderste helfte, en die laagste data-item in die boonste helfte is in dié geval 33,5 (berekening: $[32 + 35] \div 2 = 33{,}5$).

Die getal wat ’n stel data in ’n boonste helfte en ’n onderste helfte verdeel, word die **mediaan** genoem.

Die helfte van die data-items is bokant die mediaan, en die ander helfte van die data-items is onder die mediaan. Om die mediaan te kry, moet die data-items van die kleinste tot die grootste gerangskik word.

Wanneer ’n numeriese stel data ’n onewe getal data-items het, is die mediaan gelyk aan die getal in die middel van die stel as die items van die kleinste tot die grootste gerangskik is:

3 4 5 6 7 7 7 7 7 7 $\boxed{8}$ 8 9 9 10 11 13 15 19 23 25

3. Skryf enige elf getalle, wat almal van mekaar verskil, neer sodat die mediaan 24 is.

....

4. Hier onder is die liggaamsmassas van 25 leerders (in kg), afgerond tot die naaste 0,5 kg. Die data is ingesamel om te bepaal of 5-jarige kinders in ’n sekere dorpie gesonde liggaamsmassas het.

17	16,5	13,5	14	18	18	14	21	13,5
15	15	14,5	15,5	19,5	17	17,5	14	
14	20	14,5	16	18	12	16	19	

Herrangskik hierdie data-items in ’n boonste en ’n onderste helfte om te bepaal wat die mediaan-massa is.

....

....

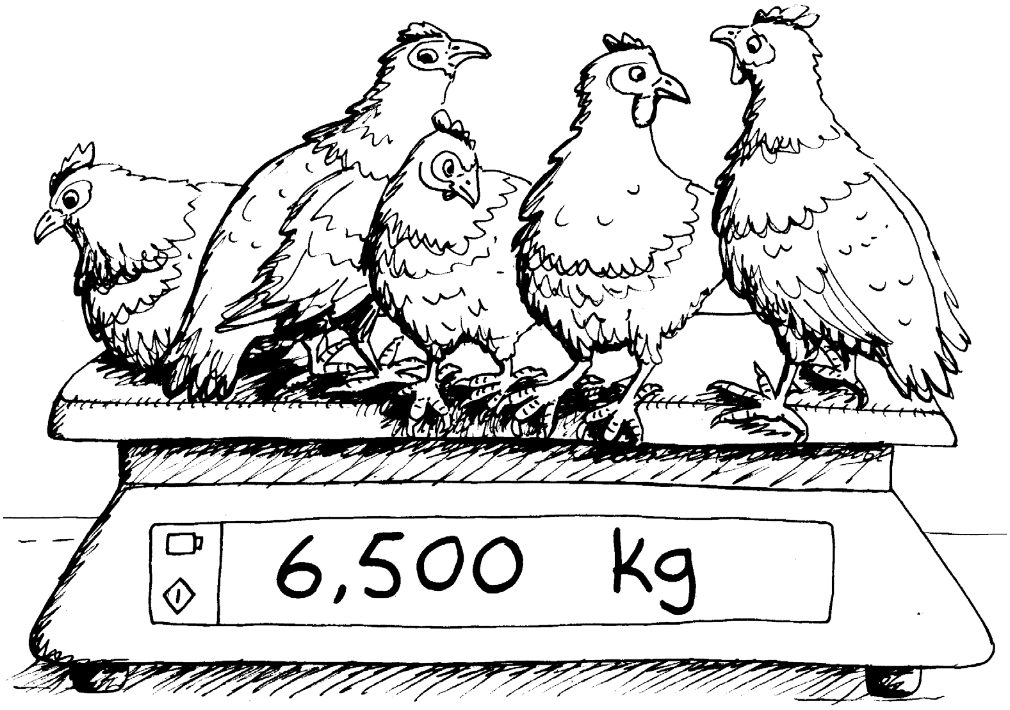
....

5. (a) Het die stel data voor vraag 3 hier bo ’n modus? Indien wel, wat is dit? ....

(b) Wat is die modus van die stel data in vraag 2 op bladsy 96? ....

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 101 2014/09/04 10:13:38 AM

SÊ NOU HULLE WAS ALMAL GELYK… MAAR HULLE IS NIE



1. Vyf hoenders word op ’n skaal geweeg en die skaal wys 6,500 kg, wat dieselfde is as 6 500 g. Wat sal jy kan sê as iemand jou sou vra: *Wat weeg elke hoender?*

   ....

   ....

   ....

2. Die eienaar van ’n padstal het 10 waatlemoene om te verkoop. Hulle is nie almal ewe groot nie en hy het hulle teen verskillende pryse by die boer gekoop. Hy weeg dus die waatlemoene en besluit om hulle teen die volgende pryse te verkoop:

   R16 R16 R18 R15 R14 R14 R16 R14 R13 R14

   (a) Kyk of jy saamstem dat hy R150 vir al 10 waatlemoene saam sal kry.

   ....

   (b) By nadenke besluit die eienaar egter om al die waatlemoene teen dieselfde prys te verkoop, om dit makliker te adverteer en te verkoop. Teen watter bedrag moet hy elkeen verkoop as hy nog steeds R150 vir almal saam wil kry?

   ....

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 102 2014/09/04 10:13:38 AM

3. Susan het 6 boerpampoene op die mark gekoop. Haar man, Abraham, wil weet wat sy vir elke pampoen betaal het. Susan sê:

   Hulle was teen verskillende pryse gemerk, maar ek het die pryse nou vergeet. Ek weet egter dat ek altesaam R72 betaal het, so dit sou dieselfde wees asof ek vir elkeen R12 betaal het. So jy kan sê dat ek gemiddeld R12 elk betaal het.

   (a) Toets of Susan se antwoord aan haar man reg is. Die werklike pryse vir die verskillende pampoene word hier onder gegee.

   R7 R15 R10 R16 R9 R15

   ....

   ....

   (b) Hoe dink jy het Susan by R12 uitgekom toe sy haar man se vraag beantwoord het?

   ....

   ....

   ....

   (c) Toets of Susan se antwoord reg sou wees as die werklike pryse van die pampoene die volgende was:

   R11 R12 R13 R11 R12 R13

   ....

Toe sy haar man se vraag beantwoord het, het Susan die getal 12 as 'n "opsomming" gebruik om die ses verskillende getalle 7; 15; 10; 16; 9 en 15 voor te stel. Die getal 12 is 'n goeie verteenwoordiging van 7; 15; 10; 16; 9 en 15 saam, want

$$\begin{aligned} & 7 + 15 + 10 + 16 + 9 + 15 \\ = \ & 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 \end{aligned}$$

As elke waarde in 'n stel data deur dieselfde getal vervang word en die totaal dieselfde bly, word die "vervangingsgetal" die **gemiddelde** genoem.

Dit kan bereken word deur die totaal (som) van die waardes te deel met die getal waardes in die stel data:
Gemiddelde = som van die waardes ÷ getal waardes

(In die geval hier bo is die gemiddelde 72 ÷ 6 = 12.)

Soos die mediaan, hoef die gemiddelde nie as een van die werklike waardes in die stel data voor te kom nie.

4. Kyk weer na vraag 1 op bladsy 102 oor die vyf hoenders. As jy nou ’n ander antwoord as vantevore wil gee, skryf dit hier onder neer.

....

....

....

5. ’n Joernalis ondersoek die prys van witbrood by verskillende winkels in twee groot stede. Die prys in sent by 10 verskillende winkels in elke stad word hier onder gegee.

Stad A:	927	885	937	889	861	904	899	888	839	880
Stad B:	890	872	908	910	942	924	900	872	933	948

(a) As jy na bostaande data kyk, dink jy ’n mens kan sê dat witbrood in een stad goedkoper is as in die ander stad? Kyk goed en gee redes vir jou antwoord.

....

....

....

....

(b) Bereken die gemiddelde prys van witbrood vir die steekproef in elk van die stede.

....

....

(c) Bepaal die mediaan-broodprys in elkeen van die twee stede se steekproef.

....

....

....

....

6. Geoffrey is ’n veeboer. Hy koop 21 bokooie teen ’n gemiddelde prys van R830 elk.

(a) Hoeveel kos die 21 bokke in totaal?

....

(b) Een van die bokke is ’n stoetooi waarvoor Geoffrey R4 800 betaal het. Wat was die gemiddelde prys van die ander 20 bokke?

....

....

7. (a) Bepaal die gemiddelde en die mediaan van die volgende stel data.

1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 130

....

(b) Skryf tien getalle neer sodat die gemiddelde baie kleiner as die mediaan is.

....

(c) Skryf tien getalle neer sodat die gemiddelde baie groter as die mediaan is.

....

(d) Skryf tien getalle neer sodat die gemiddelde gelyk is aan die mediaan.

....

8. Hier is die tye van hoe lank, in sekondes, dit die verskillende leerders in graad 8A van ’n bepaalde skool geneem het om vraag 7(b) hier bo te doen.

20	30	36	14	20	14	29	39	15	37	35	24	
29	29	18	16	38	13	24	27	22	38	29	11	38

Hier is die tye van hoe lank, in sekondes, dit die verskillende leerders in graad 8B van dieselfde skool geneem het om vraag 7(b) te doen.

20	22	39	22	16	37	36	15	14	13	16	10	14
26	11	14	31	17	11	28	39	20	35	26	20	

Watter klas werk die vinnigste? Verduidelik jou antwoord baie goed.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

HOE WYD IS DIE DATA VERSPREI?

1. Twee steekproewe word geneem van eiers wat op twee verskillende plase geproduseer word, om die massa van die eiers van die twee plase te ondersoek.

   Die gemiddelde massa van plaas A se eiers is 50,6 g en die mediaan-massa is 52,0 g.

   Die gemiddelde massa van plaas B se eiers is 50,3 g en die mediaan-massa is 52,0 g.

   (a) Dui hierdie getalle daarop dat die eiers van die twee plase soortgelyke massas het, of dat hulle verskil?

   ....

   (b) Die werklike massas van die eiers in die twee steekproewe word hier onder gegee. Kontroleer of die gemiddelde en mediaan-massa wat hier bo gegee is, korrek is.

   Massas van die steekproef eiers vanaf plaas A, in gram:

51	54	45	53	49	54	55	46	54	45

   Massas van die steekproef eiers vanaf plaas B, in gram:

53	52	55	44	57	41	59	43	47	52

   ....

   ....

   ....

   ....

   (c) Op watter wyse verskil die massas van die eiers van die twee plase?

   ....

   ....

Die **variasiewydte** of **omvang** van 'n stel data is die **verskil** tussen die **maksimum** (hoogste of boonste waarde) en die **minimum** (laagste of onderste waarde).

Hierdie datastel se waardes wissel van 36 tot 60, dus is die variasiewydte 60 – 36 = 24.

36	36	39	39	43	45	46	47	52	52	53	55	57	60

2. Die volgende data toon die eksamenpunte van twee groepe leerders.

Groep 1:	30	31	35	50	55	58	60	70	78	80	88	88	90	90
Groep 2:	55	55	56	57	59	59	59	67	69	75	80	80	80	81

   Vergelyk die twee groepe met mekaar deur die volgende stellings te voltooi.

   (a) Die punte in groep 1 wissel van .... tot ...., 'n variasiewydte van ....

   (b) Die punte in groep 2 wissel van .... tot ...., 'n variasiewydte van ....

3. Hierdie twee stelle data toon die pryse van huise wat in dorpe A en B in een maand verkoop is:

Dorp A:	R321 000	R199 000	R181 000	R303 000
	R299 000	R248 000	R283 000	R315 000
	R405 000	R380 000	R322 000	
Dorp B:	R88 000	R122 000	R175 000	R166 000
	R107 000	R105 000	R1 114 000	R100 000
	R151 000	R1 199 000	R146 000	

(a) Lees deur die pryse in elke lys en skryf enige gedagte neer wat by jou opkom wanneer jy na die twee stelle syfers kyk.

....

....

(b) Jy is gevra om 'n kort paragraaf vir die plaaslike koerant te skryf oor huispryse in die twee dorpe. Jy wil dit vinnig en maklik vir die lesers maak om 'n idee te kry van huispryse in die twee dorpe. Werk in die ruimte hier onder en skryf dan jou koerantparagraaf netjies in die raam onderaan die bladsy.

Die gemiddelde huisprys in dorp A is R296 000, wat baie naby die mediaan van R303 000 is. Al die huispryse in dorp A is binne R115 000 vanaf die gemiddelde.

Die gemiddelde huisprys in dorp B is R315 727, wat meer as dubbel die mediaanprys van R146 000 is. Nege van die elf huise in dorp B kos baie minder as die gemiddelde, terwyl dorp A se pryse meer eweredig aan beide kante van die gemiddelde versprei is.

4. Iemand vra jou oor die huispryse in dorpe A en B, en jy sê: *Die gemiddelde huisprys in dorp A is R296 000, en die gemiddelde huisprys in dorp B is R315 727.*

   (a) Bied jou antwoord genoegsame inligting omtrent die verskil in die huispryse van die twee dorpe? Op watter manier kan dit misleidend wees?

   ....

   ....

   ....

   (b) Wat veroorsaak dat die gemiddelde 'n misleidende manier is om die data van die huispryse in dorp B uit te druk?

   ....

Data-items soos die huispryse van R1 114 000 en R1 199 000 in die dorp B-lys in vraag 3 word **uitskieters** genoem. Uitskieters is datawaardes wat baie laer of baie hoër as enige van die ander waardes in die datastel is. Die gemiddelde is nie 'n goeie manier om 'n datastel met uitskieters op te som nie.

5. (a) Is daar 'n uitskieter in hierdie datastel van maandelikse salarisse van die werknemers by 'n klein sakeonderneming?

R8 000	R2 500	R75 000	R6 000	R7 500
R5 200	R4 800	R10 300	R15 000	R9 500

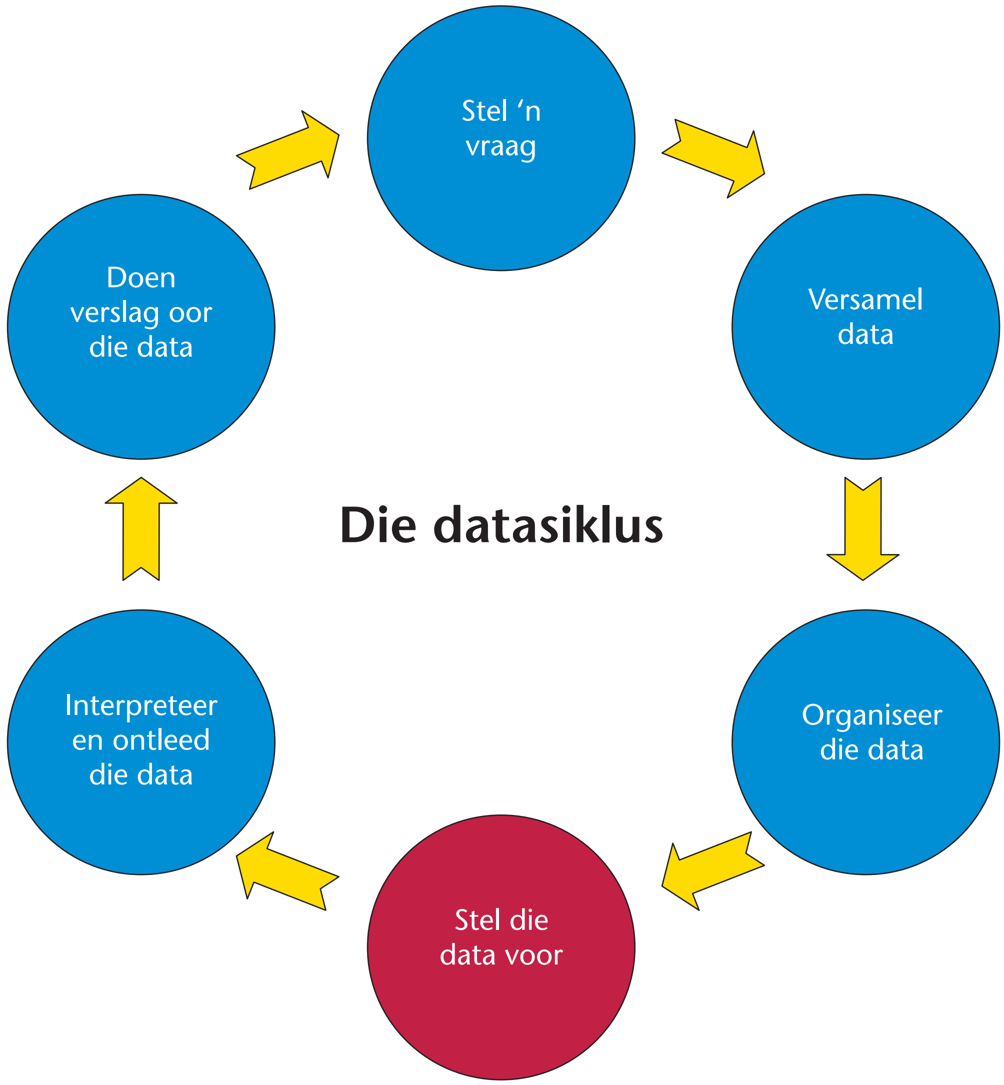
   ....

   (b) Sou die mediaanpryse van die twee stelle data 'n goeie manier wees om die belangrikste verskil tussen huispryse in dorpe A en B in vraag 3 uit te lig? Verduidelik jou antwoord.

   ....

Hoofstuk 7
Stel data voor

In die vorige hoofstuk het ons aandag gegee aan die insameling, organisering en opsomming van data. Nou gaan ons op die voorstelling van data in staafgrafieke, dubbele staafgrafieke, histogramme, sirkeldiagramme en gebroke-lyngrafieke fokus. In vorige grade het jy reeds geleer hoe om data op al hierdie maniere, behalwe as gebroke-lyngrafieke, voor te stel.

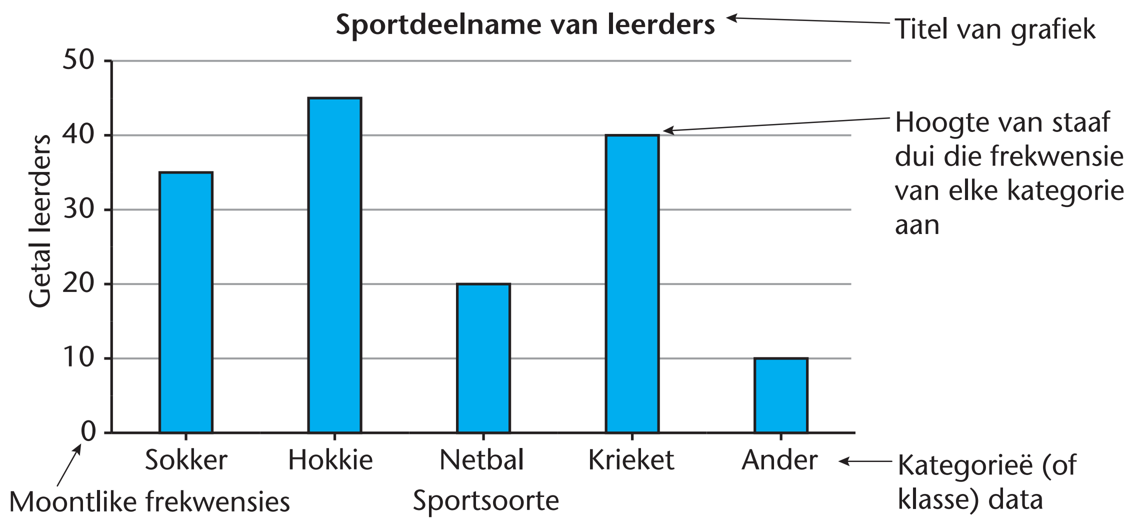

Stel 'n vraag
Versamel data
Organiseer die data
Stel die data voor
Interpreteer en ontleed die data
Doen verslag oor die data
Die datasiklus

7 Stel data voor

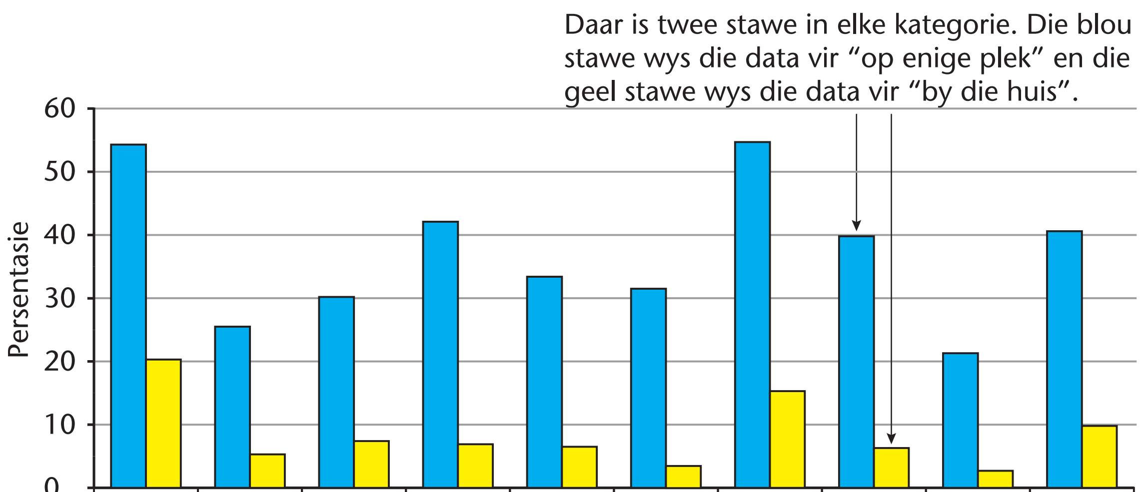
7.1 Staafgrafieke en dubbele staafgrafieke

HERSIEN STAAFGRAFIEKE EN DUBBELE STAAFGRAFIEKE

'n **Staafgrafiek** wys gewoonlik kategorieë (of klasse) data op die horisontale as, en die frekwensie van elke kategorie op die vertikale as, byvoorbeeld:



'n **Dubbele staafgrafiek** wys twee stelle data in dieselfde kategorie op dieselfde stel asse. Die grafiek hier onder wys die persentasie huishoudings met toegang tot die internet by die huis, of waar ten minste een lid toegang het, volgens provinsie, in 2012.



	Wes-Kaap	Oos-Kaap	Noord-Kaap	Vrystaat	KwaZulu-Natal	Noord-wes	Gauteng	Mpumalanga	Limpopo	Suid-Afrika
Op enige plek	54,3	25,5	30,2	42,1	33,4	31,5	54,7	39,8	21,3	40,6
By die huis	20,3	5,3	7,4	6,9	6,5	3,5	15,3	6,3	2,7	9,8

'n Sleutel verduidelik die kleure wat gebruik is om tussen twee stelle data te onderskei.

STEL DATA IN STAAFGRAFIEKE EN DUBBELE STAAFGRAFIEKE VOOR

1. Padongelukke is ’n groot probleem in Suid-Afrika, veral gedurende die vakansieseisoen. Statistiek oor padongelukke word gepubliseer om mense van hierdie probleem bewus te maak.
   (a) Rond die getalle in die tweede kolom af tot die naaste honderd en skryf jou antwoorde in die derde kolom.

Jaar	Getal padongeluksterftes	Afgeronde getalle
2002	3 661	
2003	4 445	
2004	5 234	
2005	5 443	
2006	5 639	

   (b) Teken ’n staafgrafiek van die afgeronde getalle.

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 112 2014/09/04 10:13:39 AM

(c) Watter tendens neem jy in hierdie data waar?

....

(d) Dink jy die feit dat jy die data afgerond het kan enige verskil in hierdie soort voorstelling van die data maak? Verduidelik.

....

....

2. Data oor padongelukke kan op verskillende maniere ontleed word. Die tabel hier onder wys die soorte voertuie en die getal ongelukke waarin hulle betrokke was in 2011. Die data is van die Kom Veilig Tuis-veldtog verkry.

Soort voertuig	Getal ongelukke	Afgerond tot die naaste 100
Motors	6 381	
Minibusse	1 737	
Busse	406	
Motorfietse	289	
LAV's en Bakkies	2 934	
Vragmotors	861	
Ander en onbekend	1 161	
Totaal	**13 769**	

(a) 'n Groot gedeelte van die data sluit "ander en onbekende" voertuie in. Wat kan die rede hiervoor wees?

....

(b) Watter soort inligting ontbreek in die tabel? Wat behoort ons te weet om 'n beter prentjie van hierdie ongelukke te kan kry?

....

....

(c) Watter soort voertuig is in die grootste getal ongelukke betrokke? Beteken dit dat hierdie soort voertuig die onveiligste is? Verduidelik.

....

....

....

....

(d) Rond die data in die tabel op die vorige bladsy af tot die naaste honderd en teken dan hier onder 'n staafgrafiek van die data.

3. Statistiek Suid-Afrika het die volgende data in hulle Algemene Huishoudelike Opname van 2012 bekend gemaak.

Persentasie mense 20 jaar en ouer sonder formele skoolopleiding

	WK	OK	NK	VS	KZN	NW	GAU	MPU	LIM
2002	4,4	12,5	16,5	10,0	11,8	14,6	4,5	17,1	20,1
2012	1,5	6,4	8,5	4,8	7,8	8,8	1,9	10,6	11,6

(a) Hoekom dink jy is die data van 2012 met die van 2002 vergelyk?

....

....

(b) Stel hierdie data met 'n dubbele staafgrafiek op die volgende bladsy voor.

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 114 2014/09/04 10:13:39 AM

Persentasie mense 20 jaar en ouer met geen formele skoolopleiding nie

(c) Verduidelik die data vir Limpopo deur die ontbrekende persentasies in te vul: Die persentasie mense ouer as 20 in Limpopo in 2002, wat nie formele skoolopleiding gehad het nie, was .... Die 2012-opname het getoon dat die persentasie mense sonder formele skoolopleiding .... was. Die verskil tussen die persentasies is ....

(d) Watter provinsies het, volgens die grafiek, die minste verandering getoon in die persentasie mense met geen formele skoolopleiding nie? Verduidelik hoe jy dit weet en hoekom jy dink dat dit die geval is.

....

....

....

....

....

7.2 Histogramme

WAT HISTOGRAMME VOORSTEL

'n Histogram is 'n grafiek van die frekwensies van data in verskillende **klasintervalle**, soos in die voorbeeld hier onder gewys. Elke klasinterval word gebruik vir 'n sekere omvang van waardes. Die verskillende klasintervalle is opeenvolgend en kan nie waardes hê wat oorvleuel nie. Die data kan voortgebring word deur te tel of deur te meet.

'n Histogram lyk 'n bietjie soos 'n staafgrafiek, maar dit word gewoonlik getrek sonder spasies tussen die stawe.

Voorbeeld

Die getal lemoene wat van 60 bome in 'n boord geoes is, word hier onder gegee.

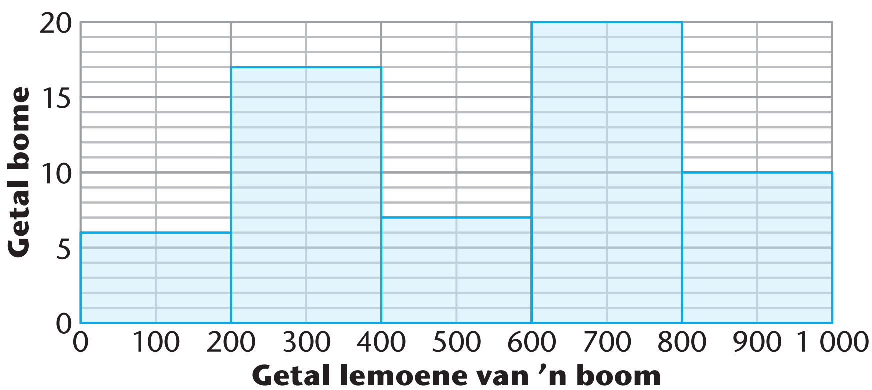
830	102	57	726	400	710	333	361	295	674	927	945
276	792	787	765	540	785	305	104	88	203	224	974
852	716	790	145	755	661	728	637	319	221	766	764
397	734	856	775	330	659	211	918	345	360	518	822
818	727	346	279	804	478	626	324	478	471	69	462

Die frekwensies van bome met getalle lemoene in bepaalde klasintervalle word in hierdie tabel gewys.

Getal lemoene	Getal bome
0–200	6
200–400	17
400–600	7
600–800	20
800–1 000	10

Ons volg die konvensie dat die hoogste waarde (ook die boonste grens genoem) van elke klasinterval nie by die interval ingesluit word nie. Die waarde 400 is dus in die 400–600 interval ingesluit en nie in die 200–400 interval nie.

Hier is ’n histogram van die bostaande data.



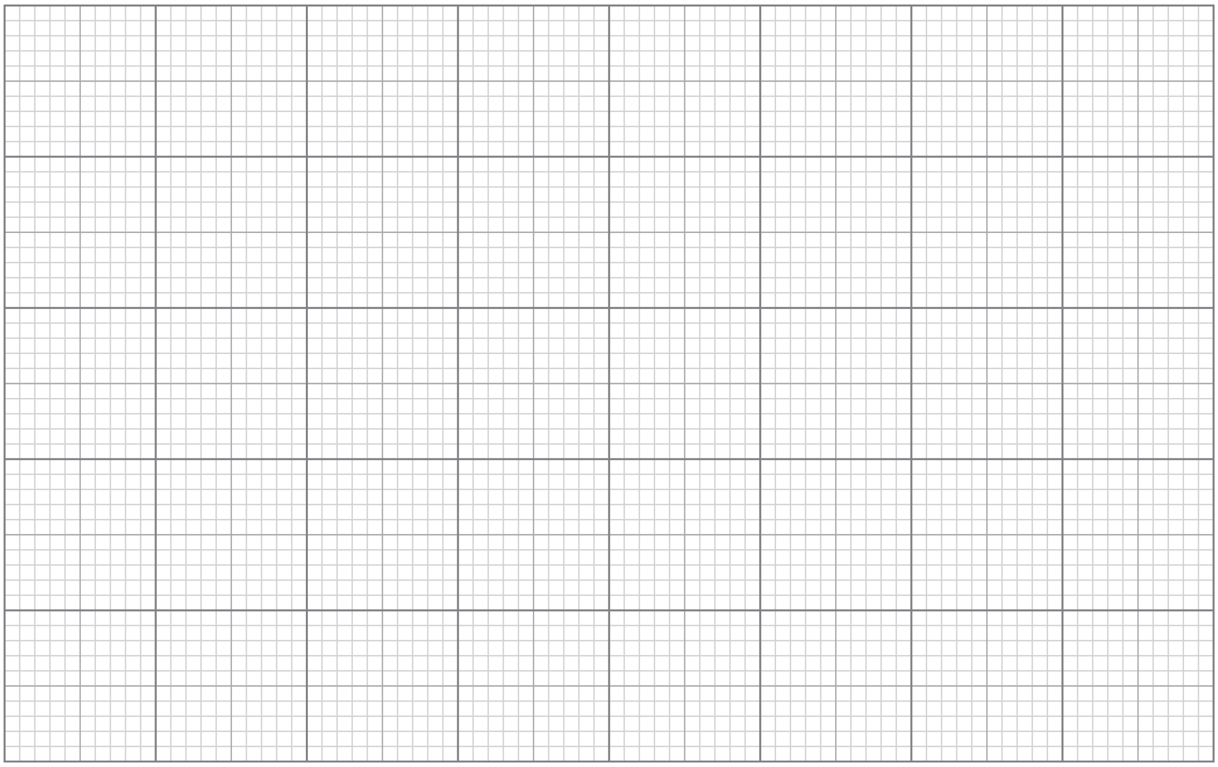
STEL DATA IN HISTOGRAMME VOOR

1. In die 2009 Census@School opname is die leerders van graad 3 tot 7 by ’n bepaalde skool gevra hoe lank (in minute) dit hulle neem om by die skool te kom. Die tabel wys die resultate van ’n steekproef van 120 leerders.

Tyd in minute	Frekwensie
0–10	15
10–20	48
20–30	34
30–40	14
40–50	6
50–60	1
60–70	2

(a) In watter interval word 'n tyd van 30 minute aangedui?

(b) Teken 'n histogram om hierdie data voor te stel.



(c) Beskryf in jou eie woorde wat die histogram wys.

(d) Hoe verwag jy sal hierdie data vir 'n skool in 'n landelike gebied lyk?

2. Maatskappy A vervaardig gloeilampies. Hulle wil uitvind hoeveel ure (h) hulle gloeilampies hou sodat hulle die data kan gebruik om verkope van die gloeilampies te bevorder. Hulle ondersoek 'n steekproef van 200 gloeilampies direk vanuit die fabriek. Dit is die data wat hulle insamel.

Leeftyd (h)	300–350	350–400	400–450	450–500	500–550
Frekwensie	15	25	70	50	40

(a) Teken 'n histogram van hierdie data.

(b) Maatskappy B, wat soortgelyke gloeilampies maak, doen 'n soortgelyke eksperiment en kry die volgende resultate. Teken 'n histogram van die data.

Leeftyd (h)	300–350	350–400	400–450	450–500	500–550
Frekwensie	7	11	24	18	0

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 119 2014/09/04 10:13:40 AM

(c) Lewer kommentaar op die verskil tussen die twee histogramme.

....

....

....

....

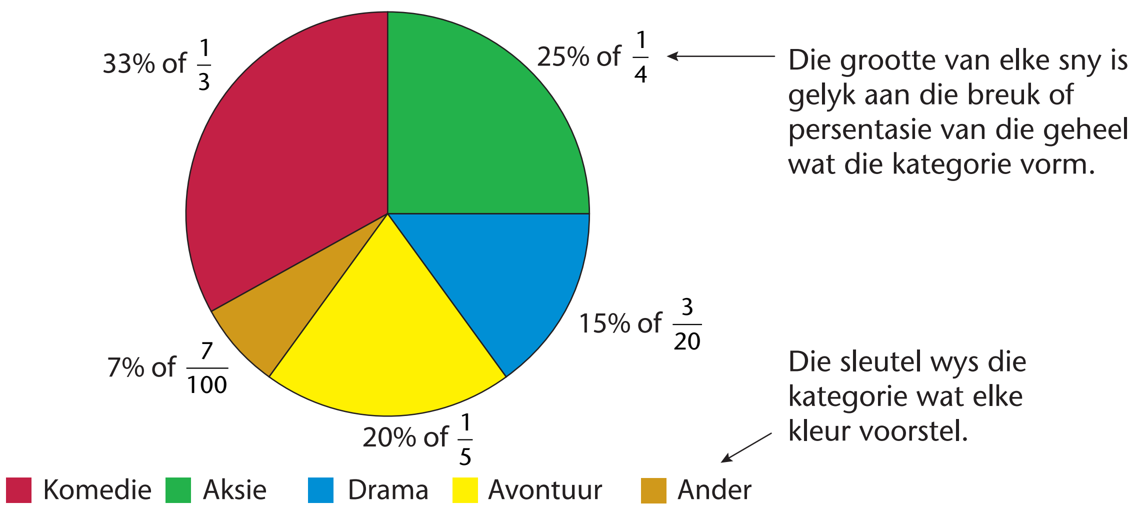
....

7.3 Sirkeldiagramme

'n **Sirkeldiagram** bestaan uit 'n sirkel wat in sektore (snye) verdeel is. Elke sektor wys een datakategorie. Groter kategorieë data bestaan uit groter snye data. Die grafiek wys watter deel elke kategorie tot die geheel bydra.

Mees gewilde tipes rolprente onder leerders van Ster Hoërskool

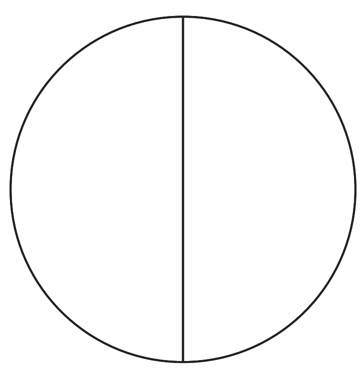
Hierdie sirkeldiagram wys 5 datakategorieë.



SKAT DIE GROOTTE VAN SNYE IN 'N SIRKELDIAGRAM

In graad 7 het jy geleer om die breukdele of persentasies van 'n sirkel te skat om 'n sirkeldiagram te kan teken.

1. (a) Voltooi die sirkeldiagram om te wys dat $\frac{1}{2}$ van die klas skool toe stap, $\frac{1}{4}$ met die trein en $\frac{1}{4}$ met 'n motor skool toe kom.



(b) Bepaal watter persentasie leerders:

stap ....

kom per trein ....

kom met 'n motor ....

(c) Daar is 40 leerders in die klas. Bepaal hoeveel leerders:

stap ....

kom per trein ....

kom per motor ....

2. Hierdie data wys die vlak van skoolopleiding wat 'n groep mense voltooi het.

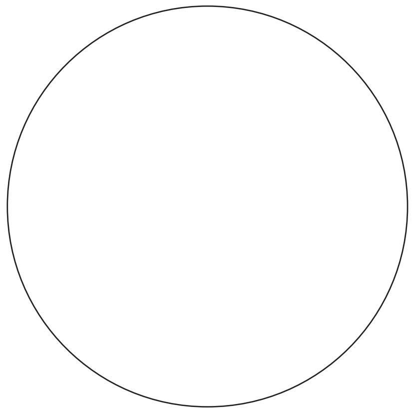
Hoogste vlak van skoolopleiding	Getal mense	Breuk van die geheel	Persentasie van die geheel
Sommige primêre skoolgrade	36		
Alle primêre skoolgrade	54		
Sommige hoërskoolgrade	72		
Alle hoërskoolgrade	18		
Totaal	**180**		

(a) Hoeveel mense is daar in die hele groep? ....

(b) Voltooi die derde kolom deur uit te werk watter breuk elke kategorie van die hele groep uitmaak.

(c) Voltooi die vierde kolom deur uit te werk watter persentasie elke kategorie van die hele groep uitmaak.

(d) Teken 'n sirkeldiagram op die volgende bladsy om die data in die voltooide tabel voor te stel. (Skat die grootte van die snye.)



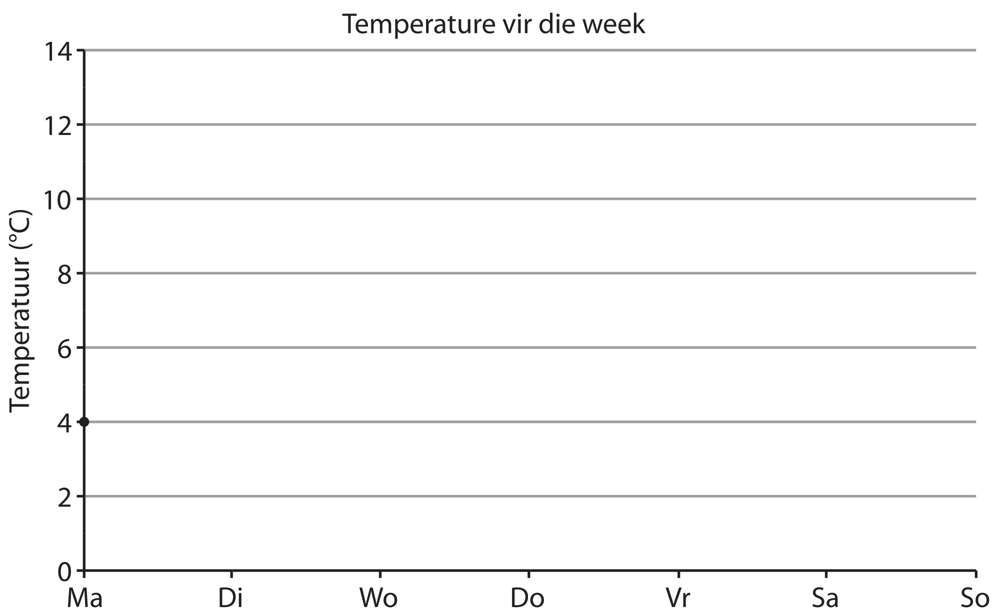
7.4 Gebroke-lyngrafieke

STIP DATAPUNTE

Die tabel wys die gemiddelde temperatuur in Bethal soos elke dag aangeteken vir een week.

Dag	Ma	Di	Wo	Do	Vr	Sa	So
Temperatuur (°C)	4	10	12	9	13	13	11

1. Stip die data op die assestelsel hier onder. Maak 'n kolletjie vir elke punt wat jy stip.



2. Gebruik 'n liniaal om die kolletjies in volgorde te verbind.

Jy het ’n gebroke-lyngrafiek geteken.

’n **Gebroke-lyngrafiek** is ’n lyn wat opeenvolgende datapunte wat op ’n assestelsel gestip is, met mekaar verbind. Gebroke-lyngrafieke is nuttig om te wys hoe iets oor ’n tydperk verander het of dieselfde gebly het.

TEKEN GEBROKE-LYNGRAFIEKE

Die tabel wys die inkomste uit Pam en Luthando se onderskeie kleinsake-ondernemings oor 6 maande.

Maand	Januarie	Februarie	Maart	April	Mei	Junie
Pam se inkomste (R)	12 000	12 000	9 000	6 000	7 000	9 000
Luthando se inkomste (R)	6 000	7 000	8 000	8 000	9 000	9 000

1. Teken ’n gebroke-lyngrafiek om Pam se inkomste aan te toon.

2. Teken 'n gebroke-lyngrafiek om Luthando se inkomste aan te toon.

3. Wie se inkomste lyk asof dit elke maand bestendig toeneem? ....

VERGELYK VERSKILLENDE MANIERE OM DATA VOOR TE STEL

Die tabel op die volgende bladsy wys data van die 2012 Algemene Huishoudelike Opname (Statistiek Suid-Afrika).

1. Is dit moontlik om die gemiddelde, die mediaan en die modus van hierdie data te bepaal? Verduidelik.

   ....

   ....

   ....

Wyse van skoolvervoer vir leerders as getalle en as persentasies

Soort vervoer	**Statistiek (getalle in duisende)**	**Normale vervoer skool toe**
Stap	Getal	10 549
	Persentasie	68,9
Fiets/Motorfiets	Getal	90
	Persentasie	0,6
Minibustaxi/motortaxi/bakkietaxi	Getal	1 129
	Persentasie	7,4
Bus	Getal	434
	Persentasie	2,8
Trein	Getal	94
	Persentasie	0,6
Minibus/bus deur instansie/regering voorsien, maar nie betaal nie	Getal	209
	Persentasie	1,4
Minibus/bus deur instansie voorsien en betaal	Getal	88
	Persentasie	0,6
Voertuig deur 'n groep ouers gehuur	Getal	1 344
	Persentasie	8,8
Eie of ander privaatvoertuig	Getal	1 371
	Persentasie	8,9
Subtotaal	Getal	15 308
	Persentasie	100

2. Met watter twee soorte grafieke sou jy hierdie data die beste kon voorstel? Verduidelik jou antwoord.

....

....

....

....

....

....

3. Beskryf die voordele van elkeen van hierdie maniere (die twee grafieke en die tabel) vir hierdie spesifieke stel data.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

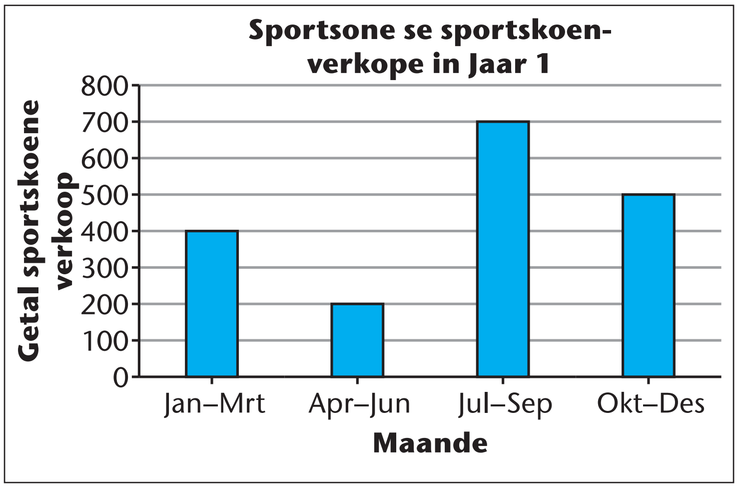
....

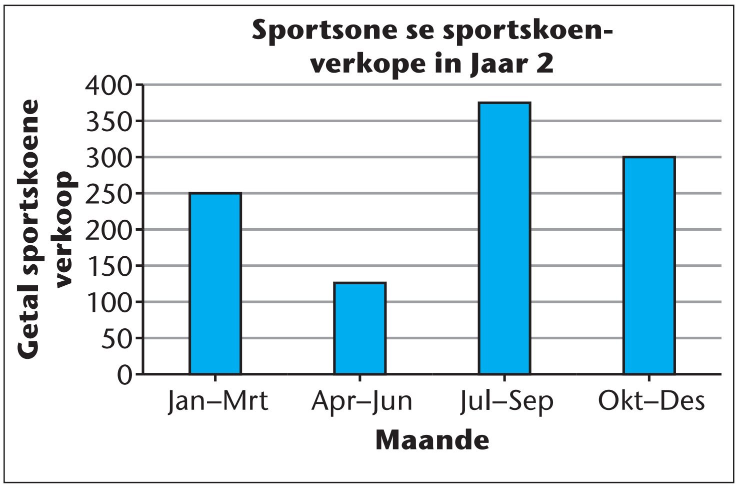
....

4. Teken die twee grafieke wat jy in vraag 2 genoem het, in jou oefeningboek.

Hoofstuk 8
Interpreteer, ontleed en doen verslag oor data

In hierdie hoofstuk gaan jy kritiese data-ontledingsvaardighede ontwikkel en inoefen. Dit beteken dat jy na data waaroor daar verslag gedoen is sal kyk, maar ook na die hele datahanteringsiklus wat gevolg is. Jy sal ook moet besluit watter manier die beste is om data in 'n gegewe situasie voor te stel en jy sal verskuilde data moet kan identifiseer. Party maniere is meer geskik as ander om verskillende tipes data op te som asook om sentrale neigings in die data uit te wys. Jy moet ook bewus wees van maniere waarop vooroordeel (sydigheid) in data kan voorkom of insluip – in die beplanningsfase sowel as tydens insameling, ontleding, voorstelling en/of opsomming van die data.


Sportsone se sportskoen-verkope in Jaar 1
Getal sportskoene verkoop
800
700
600
500
400
300
200
100
0
Jan–Mrt
Apr–Jun
Jul–Sep
Okt–Des
Maande


Sportsone se sportskoen-verkope in Jaar 2
Getal sportskoene verkoop
400
350
300
250
200
150
100
50
0
Jan–Mrt
Apr–Jun
Jul–Sep
Okt–Des
Maande

8 Interpreteer, ontleed en doen verslag oor data

8.1 Ontleed die insameling van data krities

Die metodes van dataverkryging kan soms lei tot vooroordeel, ook sydigheid genoem, en misleidende data. Dit is nie noodwendig altyd die navorser se bedoeling nie – dit gebeur dikwels as die bron van die data of die metode van insameling nie deeglik beplan is nie.

In hoofstuk 6 het jy geleer dat ’n steekproef groot genoeg moet wees en lukraak uit die populasie gekies moet word om te verseker dat dit verteenwoordigend is. As data slegs uit ’n sekere deel van die populasie gekies word, kan daar sydigheid ten gunste van daardie deel wees. Die navorser moet bewus wees van al die plekke waar sydigheid kan voorkom en behoort die hele datahanteringsproses so te ontwerp dat dit nie gebeur nie.

Wanneer jy gepubliseerde statistiek lees, moet jy altyd daarvan bewus wees dat jy ook inligting moet hê oor hoe die data ingesamel is, wanneer dit ingesamel is en hoe die steekproef gekies is. Data kan met verloop van tyd verander, dus moet jy weet wanneer dit ingesamel is. Hierdie inligting moet by elke verslaggewing oor data gegee word.

DATABRONNE EN METODES VAN INSAMELING

1. Lees die volgende paragraaf en beantwoord die vrae wat daarop volg.

   ’n Onlangse studie het onthul dat 50% van hoërskoolleerders sigarette rook, 45% alkohol gebruik en 60% dwelms misbruik. Dit is ’n aanduiding van die algemene swak gesondheid en ook maatskaplike probleme van die tieners in ons land.

   (a) Stem jy saam dat die syfers hoog genoeg is om tot die slotsom te kom dat die gewoontes van hierdie tieners ongesond is?

   ....

   (b) Kan ons aflei van die data hier bo:

   - wat die steekproef van die studie was? ....
   - waar hierdie data ingesamel is? ....
   - wanneer die data ingesamel is? ....

   (c) Sou die data ’n betroubare beeld van al die tieners in die land wees as die steekproef uit tien tieners, wat almal in ’n gebied woon wat bekend is vir dwelm- en alkoholmisbruik, bestaan het?

   ....

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 129 2014/09/04 10:13:42 AM

(d) Wat dink jy sou 'n beter steekproef gewees het?

....

....

....

(e) Hoekom is dit belangrik om te weet wanneer hierdie data ingesamel is?

....

....

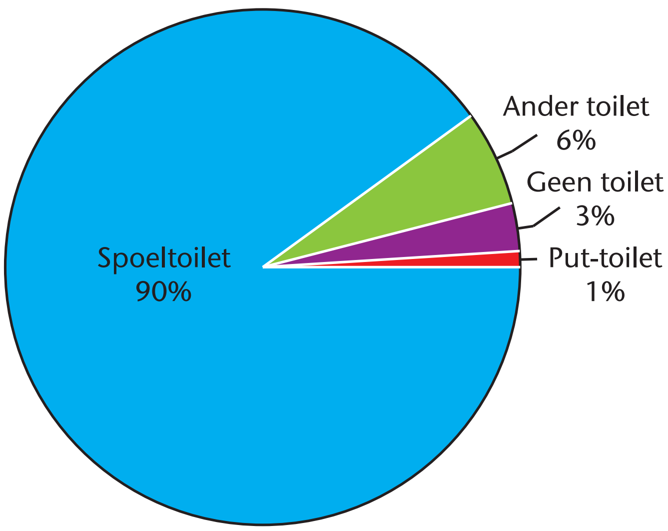
....

....

....

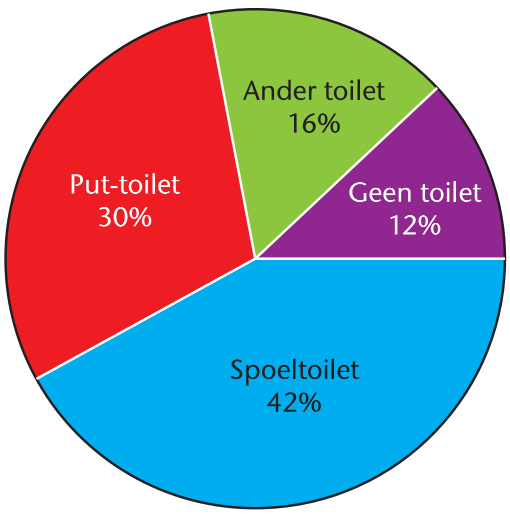
2. Hierdie sirkeldiagramme toon toiletgeriewe van huishoudings in Suid-Afrika.

Toiletgeriewe wat deur Suid-Afrikaanse huishoudings gebruik word



Sirkeldiagram A

Toiletgeriewe wat deur Suid-Afrikaanse huishoudings gebruik word



Sirkeldiagram B

(a) Watter soort toiletgeriewe het die meeste mense volgens sirkeldiagram A en watter persentasie van huishoudings is dit?

....

(b) Wat sal jou antwoord op die vraag in (a) wees as jy sirkeldiagram B sou gebruik om die vraag te beantwoord?

....

(c) Skryf 'n kort verslag in een paragraaf oor die data in die sirkeldiagramme.

....

....

....

....

(d) Wat kan jy uit die data in sirkeldiagram A aflei?

....

(e) Wat kan jy uit die data in sirkeldiagram B aflei?

....

....

(f) Hoe kan die jaar waarin die data ingesamel is verantwoordelik wees vir die verskil in die data?

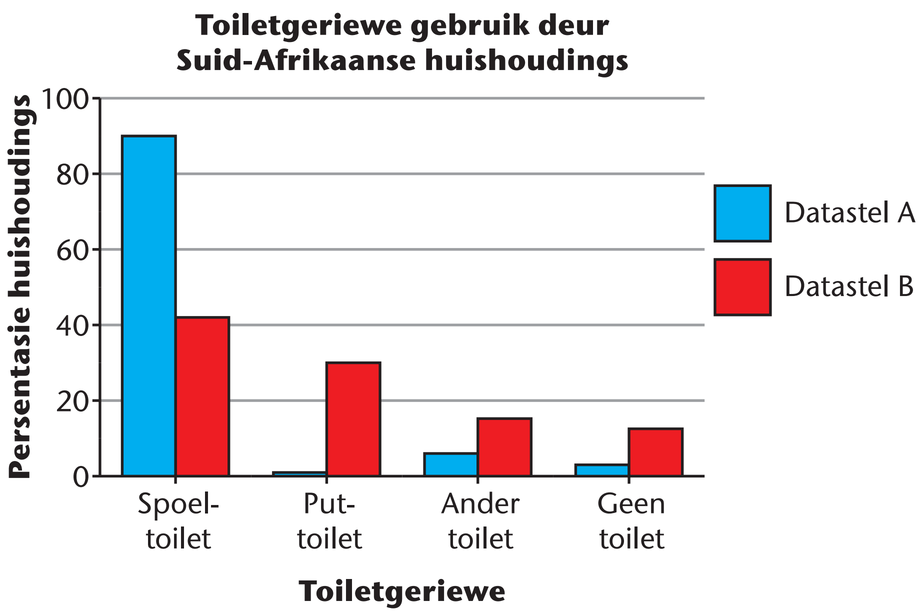
....

....

....

(g) Die grafiek wys dieselfde data as die twee sirkeldiagramme. Is dit makliker om die twee stelle data te vergelyk op die sirkeldiagramme of op die dubbele staafgrafiek?

....



(h) Wys die sirkeldiagram of die dubbele staafgrafiek die beste watter persentasie van soorte toiletgeriewe in Suid-Afrika gebruik word?

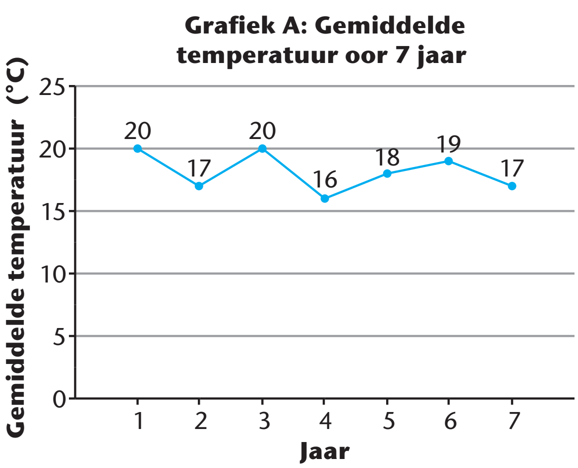
....

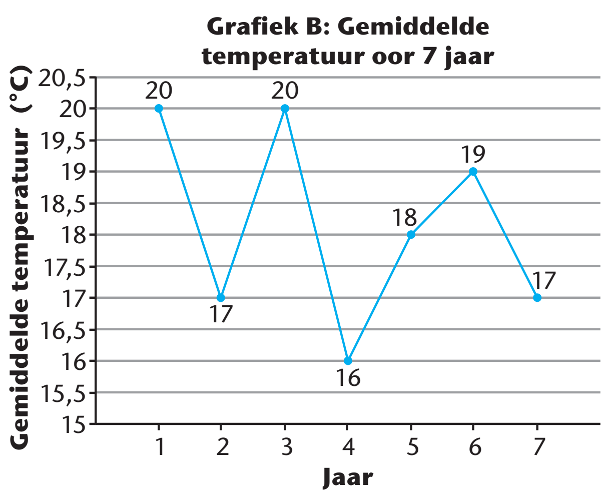
8.2 Ontleed die voorstelling van data krities

Grafieke is nie altyd wat hulle op die oog af lyk nie! As jy fyner kyk, mag jy dalk sien dat hulle jou mislei om tot die verkeerde gevolgtrekking te kom. Werk deur die aktiwiteit hier onder om uit te vind hoe dit kan gebeur.

MANIPULASIE IN DATAVOORSTELLING

Die grafieke wat volg wys die gemiddelde temperature wat op dieselfde plek, op dieselfde tyd gemeet is.





1. Wys albei grafieke presies dieselfde data? ....

2. Hoekom lyk die grafieke so verskillend?

   ....

   ....

   ....

   ....

3. Watter van die grafieke sal mense gebruik om te beklemtoon dat daar groot verskille in die temperature oor die jare is? Verduidelik jou antwoord.

   ....

   ....

   ....

4. Stel 'n manier voor om die vertikale skaal van grafiek A te verander om nog meer te benadruk dat daar geen groot verskille tussen temperature oor die jare was nie.

....

5. Skryf 'n kort verslag oor Grafiek A. Sluit ook 'n voorspelling in oor temperature vir Jare 8 en 9.

....

....

....

8.3 Ontleed opsommende statistiek krities

Dit is soms nodig om 'n ander persoon in te lig oor 'n datastel waaraan jy gewerk het. Wanneer jy dit doen, sal jy dit waarskynlik op 'n kort en bondige manier doen; met ander woorde, jy sal dit die ander persoon wil spaar om na al die waardes in die datastel te moet kyk. Jy sal ook sommige aspekte van die data wil beklemtoon. Dit is waarom ons opsommende statistiek soos die volgende gebruik:

- maatstawwe van sentrale neiging (tipiese waardes): **modus**, **mediaan** en **gemiddelde**
- maatstawwe van verspreiding (waardes wat aandui hoe die data versprei is): die kleinste en die grootste waardes en die verskil tussen hulle (die **omvang**).

Opsommende statistiek verskaf nie volledige inligting oor data nie. Van die inligting is altyd verlore en so kan opsommende statistiek misleidend wees, veral as daar **uitskieters** is, dit is waardes wat baie van die meerderheid van die waardes verskil.

HOE OPSOMMENDE STATISTIEK MISLEIDEND KAN WEES

1. Die bestuurder van 'n klein sakeonderneming is gevra watter maandelikse salarisse sy werknemers kry. Sy antwoord: *Die gemiddelde van die salarisse is R13 731.*
   (a) Dink jy dat die bestuurder se antwoord 'n goeie beskrywing van die salarisse is?

   ....

   ....

   ....

   (b) Watter van die volgende sal jy verkies om te weet om 'n idee te kan vorm van die salarisse wat by die onderneming betaal word: die *mediaan* of die *modus* of die *omvang* of die *hoogste en laagste* salarisse?

   ....

2. Die werklike maandelikse salarisse van die 13 personeellede in die klein onderneming van vraag 1, word hier onder gegee.

R3 500	R3 500	R3 500	R3 500	R3 500
R4 200	R4 200	R4 200	R4 400	R12 000
R28 000	R44 000	R60 000		

Watter verkeerde indruk kan jy oor die personeel se salarisse kry as jy nie bostaande syfers ken nie, maar net weet dat die gemiddelde salaris R13 731 is?

....

....

....

....

3. As slegs een opsommende statistiek gebruik word om inligting oor die salarisse by die onderneming te gee, watter een van die volgende dink jy sal die beste wees? Gee redes vir jou keuse.

A. Die modus
B. Die omvang
C. Die mediaan
D. Die laagste en die hoogste salarisse

....

....

....

....

....

4. Die onderskeie maandelikse salarisse van werknemers by ’n ander klein besigheid word hier onder gegee.

R34 000 R35 000 R3 400 R31 000 R32 000

(a) Hoekom sou die gemiddelde nie ’n goeie manier wees om hierdie data op te som nie?

....

....

(b) Bereken die gemiddelde salaris.

....

5. Hierdie data wys hoeveel bokse sjokolade 'n winkel in tien opeenvolgende maande verkoop het.

   42 38 179 40 43 40 48 39 41 42

   (a) Watter een sou die beste opsommende beskrywing van die data gee, die gemiddelde of die mediaan? Verduidelik jou antwoord.

   ....

   (b) Gee 'n goeie opsommende beskrywing van die data sonder om die mediaan te gebruik.

   ....

   (c) Sou dit sin maak om die uitskieter, 179, uit te sluit wanneer die gemiddelde maandelikse verkope bereken word? Verduidelik jou antwoord.

   ....

   ....

   ....

MANIPULASIE IN DIE RAPPORTERING VAN OPSOMMENDE STATISTIEK

Die modus, mediaan en gemiddelde lig elkeen verskillende stukkies inligting uit oor dieselfde datastel. Afhangende van die soort datastel wat jy het, kan hulle baie van mekaar verskil.

Soms kies mense statistiek wat nie die tipiese waardes wys nie, maar eerder 'n waarde wat beter is vir hulle doeleindes.

1. Thivha verkoop gerestoureerde meubels. Volgens hom verkoop hy gewoonlik sewe items per week en het hy die data om dit te bewys. Sy strokies wys dat hy 52 verkope oor 'n tydperk van agt weke gehad het.

   (a) Kan jy uit die data hier bo aflei of Thivha se weergawe oor die verkope waar is?

   ....

   ....

   ....

   (b) Nadat jy die strokies van die agt weke goed bestudeer het, weet jy nou dat die getal verkope per week soos volg was:

   3, 4, 4, 4, 4, 5, 6, 22

   Bepaal die modus en die mediaan van die stel data.

   ....

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 135 2014/09/04 10:13:43 AM

(c) Watter opsommende statistiek weerspieël volgens jou Thivha se verkoopsyfers die beste? Verduidelik jou antwoord.

....

....

....

....

....

2. Hierdie data wys die bedrag sakgeld wat ’n groep leerders elke week ontvang.

R0 R0 R5 R10 R10 R10 R10 R20 R20 R50

(a) Bepaal die modus, mediaan, gemiddelde en omvang van die stel data.

....

....

....

....

(b) Die tiener wat R5 per week ontvang, wil haar ouers oortuig om haar meer sakgeld te gee. Watter opsommende statistiek sal sy gebruik om haar ouers te oortuig? Verduidelik jou antwoord.

....

....

(c) Watter opsommende statistiek dink jy stel die weeklikse sakgeld van die groep leerders die beste voor? Verduidelik jou antwoord.

....

....

....

....

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 136 2014/09/04 10:13:43 AM

Hoofstuk 9
Funksies en verbande

In hierdie hoofstuk gaan jy formules gebruik om die uitvoerwaardes vir gegewe invoerwaardes te bereken. Jy sal ook leer om funksies op verskillende maniere voor te stel: met 'n woordelikse beskrywing, 'n vloeidiagram, 'n tabel en 'n formule. Jy gaan ook jou kennis van formules gebruik om 'n paar probleme op te los.

$$y = 3(x + 2)$$

$$x \longrightarrow \boxed{?} \longrightarrow \boxed{?} \longrightarrow y$$

x	–2	–1	0	1	2
y	?	?	?	?	?

tel 2 by die invoergetal en vermenigvuldig dan die antwoord met 3

9 Funksies en verbande

9.1 Bereken uitvoerwaardes

FORMULES EN TABELLE

Die stelling $y = 2x + 6$ kan waar wees vir enige waarde van x, mits 'n mens die geskikte waarde vir y kies. Die stelling is waar vir sekere kombinasies van waardes van x en y. So 'n stelling word 'n **formule** genoem.

'n Formule is 'n beskrywing van hoe die waardes van 'n afhanklike veranderlike vir gegewe waardes van die onafhanklike veranderlike bereken kan word.

1. Watter van die volgende is 'n formule vir die funksie wat in die tabel getoon word?

   A. $y = 15x$ B. $y = -5x + 20$ C. $y = 5(20 - x)$ D. $y = 5x + 10$

x	1	2	3	4	5	6
y	15	10	5	0	–5	–10

....

....

2. Bepaal vir elk van die tabelle hier onder watter van die volgende formules gebruik sou kon word om die tabel te voltooi. Die lettersimbool x is gebruik om die invoerwaardes voor te stel en die lettersimbool y is gebruik om die uitvoerwaardes voor te stel.

   A. $y = x^2$ B. $y = 10x$ C. $y = 10x - 1$
   D. $y = x^2 + 2$ E. $y = 5x + 2$ F. $y = -5x + 2$
   G. $y = 3^x$ H. $y = 3^{x+1}$

(a)

Invoerwaarde	1	4	11	30	40	60
Uitvoerwaarde	7	22	57	152	202	302

....

(b)

Invoerwaarde	1	6	9	12	18	20
Uitvoerwaarde	1	36	81	144	324	400

....

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 139 2014/09/04 10:13:43 AM

(c)

Invoerwaarde	1	6	9	12	18	20
Uitvoerwaarde	3	38	83	146	326	402

....

(d)

Invoerwaarde	3	11	19	27	45	70
Uitvoerwaarde	30	110	190	270	450	700

....

(e)

Invoerwaarde	3	11	19	27	45	70
Uitvoerwaarde	29	109	189	269	449	699

....

(f)

Invoerwaarde	1	2	3	4	5	6
Uitvoerwaarde	3	9	27	81	243	729

....

9.2 Verskillende voorstellingswyses

VLOEIDIAGRAMME, TABELLE, WOORDE EN FORMULES

1. Hierdie vraag handel oor die verband tussen twee veranderlikes. Bepaalde inligting oor dié verband word in die vloeidiagram hier onder gegee.

   invoergetal $\longrightarrow \boxed{\times 3} \longrightarrow \boxed{+ 2} \longrightarrow$ uitvoergetal

   (a) Gebruik die instruksies in die vloeidiagram om die tabel te voltooi.

Invoerwaarde	1	2	3	4	5	10	23	50	86
Uitvoerwaarde									

   (b) Beskryf met 'n formule hoe om die uitvoerwaarde vir enige invoerwaarde te bereken. Laat x die invoerwaarde en y die uitvoerwaarde voorstel.

....

   (c) Beskryf in woorde hoe om 'n uitvoergetal vir enige invoergetal te bereken.

....

....

Wanneer daar slegs een uitvoergetal vir elke invoergetal is, word die verband tussen die twee veranderlikes 'n **funksie** genoem.

(d) Watter invoergetal sal die stelling $3x + 2 = 71$ waar maak? ....

(e) Watter invoergetal sal die stelling $3x + 2 = 260$ waar maak? ....

2. Die vloeidiagram gee bepaalde inligting oor die verband tussen die invoer- en die uitvoerwaardes van 'n sekere funksie:

invoergetal $\longrightarrow \boxed{+2} \longrightarrow \boxed{\times 3} \longrightarrow$ uitvoergetal

(a) Gebruik die vloeidiagram om die tabel te voltooi:

Invoerwaarde	1	2	3	4	5			50	86
Uitvoerwaarde						36	75		

(b) Beskryf met 'n formule hoe die invoer- en uitvoergetalle met mekaar in verband staan. Gebruik y vir die uitvoergetalle en x vir die invoergetalle.

....

(c) Beskryf die verband tussen die invoer- en uitvoergetalle in woorde.

....

(d) Themba het die verband tussen die invoer- en die uitvoergetalle met die formule $y = (x + 2)3$ beskryf. Is Themba reg? Verduidelik.

....

....

3. 'n Sekere funksie g word voorgestel deur die formule $y = 2(x - 4)$.

(a) Voltooi die tabel vir die funksie g.

Invoerwaarde	1	2	3	4	5	6	14	44	54
Uitvoerwaarde				0	2	4	20	80	100

(b) Voltooi die vloeidiagram vir g (vul die operators in):

invoerwaarde $\longrightarrow \boxed{} \longrightarrow \boxed{} \longrightarrow$ uitvoerwaarde

4. (a) Voltooi die tabel vir die verband volgens die formule $y = 2x - 4$.

Invoerwaarde	1	2	3	4	5	6	14	44	54
Uitvoerwaarde									

(b) Voltooi die vloeidiagram (vul die operators in):

invoerwaarde $\longrightarrow \boxed{} \longrightarrow \boxed{} \longrightarrow$ uitvoerwaarde

(c) Beskryf in woorde hoe om die tabel te voltooi.

....

5. Voltooi die tabel.

<table>
<tr><th>Formule</th><th>Vloeidiagram</th><th>Tabel</th><th>Beskrywing in woorde</th></tr>
<tr><td>$y = 4x$</td><td></td><td><table><tr><td>x</td><td>0</td><td>3,5</td><td>7</td><td>0,3</td></tr><tr><td>y</td><td>0</td><td>14</td><td></td><td></td></tr></table></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td><table><tr><td>x</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>y</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr></table></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td><table><tr><td>x</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>y</td><td>7</td><td>11</td><td>15</td><td>19</td></tr></table></td><td>Vermenigvuldig die invoergetal met 4 en trek dan 1 af.</td></tr>
<tr><td>$y = 2(x + 1)$</td><td>$\longrightarrow \boxed{+\ 1} \longrightarrow \boxed{\times\ 2} \longrightarrow$</td><td><table><tr><td>$x$</td><td>–2</td><td>–1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>y</td><td>–2</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td></tr></table></td><td></td></tr>
<tr><td>$y = 2x + 2$</td><td>$\longrightarrow \boxed{\times\ 2} \longrightarrow \boxed{+\ 2} \longrightarrow$</td><td><table><tr><td>$x$</td><td>–2</td><td>–1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>y</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table></td><td>Vermenigvuldig die invoergetal met 2 en tel 2 by die antwoord.</td></tr>
<tr><td>$y = 2x + 1$</td><td>$\longrightarrow \boxed{} \longrightarrow \boxed{} \longrightarrow$</td><td><table><tr><td>$x$</td><td>–2</td><td>–1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>y</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table></td><td>Vermenigvuldig die invoergetal met 2 en tel 1 by die antwoord.</td></tr>
</table>

In afdelings 9.1 en 9.2 het jy vier verskillende voorstellings van funksies gebruik, naamlik:

- ’n formule,
- ’n tabel,
- ’n vloeidiagram en
- ’n woordelikse beskrywing.

Later in die kwartaal gaan jy funksies ook met **koördinaatgrafieke** voorstel.

9.3 Voltooi nog tabelle

KYK NA VERSKILLENDE FORMULES GELYKTYDIG

1. Gebruik die gegewe formules in elke kolom om die tabel te voltooi. Party rye is vir jou voltooi. Jy mag 'n sakrekenaar gebruik.

x	$y = 10x$	$y = 10x^2$	$y = 10^x$
–7	–70	490	0,0000001
–6		360	0,000001
–5		250	0,00001
–4		160	0,0001
–3		90	0,001
–2		40	0,01
–1		10	0,1
0	0	0	1
1	10	10	10
2	20	40	100
3	30		1 000
4	40		10 000
5	50		100 000
6	60	360	1 000 000
7	70	490	10 000 000

2. Kies elke keer die regte antwoord uit die wat in hakies gegee is.
   As die invoerwaarde met gelyke hoeveelhede toeneem (bv. van 1 tot 2, 2 tot 3, 3 tot 4, ens.), sal die uitvoerwaarde vir:
   (a) $y = 10x$ toeneem met (gelyke hoeveelhede / groter en groter hoeveelhede)

   ....

   (b) $y = 10x^2$ toeneem met (gelyke hoeveelhede / groter hoeveelhede)

   ....

   (c) $y = 10^x$ toeneem met (gelyke hoeveelhede / groter en groter hoeveelhede)

   ....

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 143 2014/09/04 10:13:44 AM

3. (a) Voltooi die tabel. Party voorbeelde is vir jou gedoen.

x	$y = -2x - 1$	$y = -2x$	$y = -2x + 1$
-4	$-2 \times -4 - 1 = 7$	$-2 \times -4 = 8$	$-2 \times -4 + 1 = 9$
-3	$-2 \times -3 - 1 = 5$	$-2 \times -3 = 6$	$-2 \times -3 + 1 = 7$
-2			
-1			
0			
1	$-2 \times 1 - 1 = -3$	$-2 \times 1 = -2$	$-2 \times 1 + 1 = -1$
2			
3			
4			

(b) Beskryf die verbande tussen die ooreenstemmende uitvoergetalle in die drie kolomme.

....

....

....

4. (a) Voltooi die tabel.

x	$y = 2^{x-1}$	$y = 2^x$	$y = 2^{x+1}$
-1	$2^{-2} = \frac{1}{4}$	$2^{-1} = \frac{1}{2}$	$2^0 = 1$
0	$2^{-1} = \frac{1}{2}$	$2^0 = 1$	$2^1 = 2$
1			
2			
3			
4			
5			
6			

(b) Beskryf die verbande tussen die ooreenstemmende uitvoergetalle in die drie kolomme.

....

....

....

9.4 Los probleme op

KYK NA 'N PAAR SITUASIES

1. Die formule $y = 38 - 2x$ beskryf die verband tussen y en x in 'n bepaalde situasie.
   (a) Voltooi die tabel vir die situasie.

x	10	5	15		8	
y				36		2

   (b) Wat is die uitvoerwaarde as die invoerwaarde 8 is? ....
   (c) Vir watter invoerwaarde is die uitvoerwaarde gelyk aan 28? ....
   (d) Watter invoerwaarde maak die stelling $36 = 38 - 2x$ waar? ....

2. Dink aan verskillende reghoeke met 'n oppervlakte van 24 vierkante eenhede. Die breedte van die reghoeke varieer na gelang van hulle lengte volgens die formule $xy = 24$. Voltooi die tabel om die situasie voor te stel.

Lengte (x)					6	8	12	24
Breedte (y)	24	12	8	6				

3. Dink aan verskillende reghoeke met 'n vaste omtrek van 24 eenhede. Die breedte van die reghoeke (y) varieer na gelang van hulle lengte (x) volgens die formule $2(x + y) = 24$. Voltooi die tabel om die situasie voor te stel.

x	1	2	3	4	6					
y						5	4	3	2	1

4. Die formule $b = 180° - \frac{360°}{n}$ gee die grootte b van elke binnehoek van 'n reëlmatige veelhoek met n sye (met ander woorde, n staan vir die getal sye van die veelhoek).
   (a) Voltooi die tabel.

Getal sye (n)	3	4	5	6	10	12
Grootte van binnehoek (b)						

   (b) Wat is die grootte van elke binnehoek van 'n reëlmatige veelhoek met 20 sye, en van 'n reëlmatige veelhoek met 120 sye?

   ....

   (c) Hoeveel sye het 'n reëlmatige veelhoek as elke binnehoek 150° is?

   ....

5. Soos jy waarskynlik weet, krimp metale in koue temperature en sit hulle uit as die temperature hoog is. As ingenieurs brûe bou, laat hulle dus altyd klein spasies in die pad tussen seksies om vir hitte-uitsetting voorsiening te maak. Hulle gebruik die formule $y = 2{,}5 - 0{,}05x$ om die grootte van die spasie vir elke 1 °C verhoging in temperatuur te bepaal. x is die temperatuur in °C.

   (a) Voltooi die tabel deur die grootte van die spasie by verskillende temperature te bereken.

Temperatuur (°C)	3	4	10	15	25	30	35
Grootte van spasie (cm)							

   (b) Wat is die grootte van die spasie by die volgende temperature?
   0 °C 18 °C –2 °C 50 °C

   ....

   (c) By watter temperatuur sal die spasie heeltemal toe wees? ....

6. Die formule $y = 0{,}0075x^2$, waar x die spoed in km per uur is en y die afstand in meter, word gebruik om die remafstand van 'n motor, wat teen 'n spesifieke spoed ry, te bereken.
   Gebruik 'n sakrekenaar vir hierdie vraag.

   Die remafstand is die afstand wat 'n voertuig wat teen 'n bepaalde spoed ry, nodig het tot hy botstil staan nadat die rem getrap is.

   Voorbeeld: Wat is die remafstand as iemand teen 80 kilometer per uur ry?
   Om dit met jou wetenskaplike sakrekenaar uit te werk, moet jy 0,0075, daarna die maalteken, dan (80) en laastens x^2 intik. Die sakrekenaar sal die volgende berekening doen:
   $y = [0{,}0075 \times (80)^2] = (0{,}0075 \times 6\ 400) = 48$
   $\therefore$ Die remafstand is 48 m.

   (a) Wat is die remafstand teen 'n spoed van 100 kilometer per uur?

   ....

   (b) Bereken die remafstand teen 'n spoed van 60 kilometer per uur.

   ....

   (c) Voltooi die tabel. Gee antwoorde afgerond tot twee desimale plekke waar nodig.

Spoed (km/h)	10	20	30	40	50	60	100
Remafstand (m)							

Verwys na die tabel in vraag (c) om vraag (d) te beantwoord.

(d) ’n Motor ry teen ’n spoed van 40 km per uur. ’n Skaap wat 7 m verder aan langs die pad staan is, begin skielik oor die pad loop. Sal die motor die skaap tref of sal die bestuurder betyds kan stop? Verduidelik.

(e) ’n Motor ry teen ’n spoed van 90 km/h in ’n gebied waar skoolkinders besig is om die straat oor te steek. Watter afstand benodig die bestuurder om te stop sodat hy nie ’n kind raakry nie?

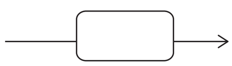
7. (a) Gebruik die formule $y = 1{,}06x$ om die tabel te voltooi:

x	100	200	300	400	500	1 000	5 000	10 000
y								

(b) Wat is die waarde van y as $x = 750$?

(c) Wat is die waarde van y as $x = 2\ 500$?

(d) Stel die formule $y = 1{,}06x$ deur middel van ’n vloeidiagram voor.



(e) As $y = 583$, wat is die waarde van x?

(f) As $y = 954$, wat is die waarde van x?

(g) Die stelling $1\ 060 = 1{,}06x$ is gegee. Vir watter waarde van x is dit waar?

(h) Die stelling $530 = 1{,}06x$ is gegee. Vir watter waarde van x is dit waar?

8. Die formule $y = 0{,}1x + 5\ 000$ is gegee. Bepaal die waarde van y as:

(a) $x = 10$

(b) $x = 100$

(c) $x = 1\ 000$

(d) $x = 10\ 000$

9. Die formule $y = 1{,}14x$ word gebruik om die prys van goedere, met BTW ingesluit, in rand te bereken. x is die prys in rand voor BTW.
   (a) Hoeveel sal jy by die kasregister betaal vir goedere wat R38,00, BTW uitgesluit, kos en vir goedere wat R50,00, BTW uitgesluit, kos?

   ....

   ....

   (b) Voltooi die tabel vir die prys van goedere met BTW ingesluit.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y									

10. Beantwoord hierdie vraag sonder om jou sakrekenaar te gebruik. Vier artikels se pryse sonder BTW word hier onder gegee. Gebruik jou antwoorde van vraag 9(b) om die pryse van die artikels met BTW ingesluit te bepaal.
    (a) R40 .... (b) R400 ....
    (c) R70 .... (d) R470 ....

11. (a) 'n Artikel kos R11,40 BTW ingesluit. Wat is sy prys voor BTW? ....
    (b) 'n Artikel kos R342 BTW ingesluit. Wat is sy prys voor BTW? ....

12. Beskou die funksie voorgestel deur $y = 75 - 0{,}1x$. Wat is die waarde van y as:
    (a) $x = 0$? (b) $x = 750$?

    ....

    ....

    ....

    (c) Voltooi die tabel vir die funksie voorgestel deur $y = 75 - 0{,}1x$.

x	0	10	20	50	100	200	500	700	800
y									

    (d) Vir watter waarde van x is $75 - 0{,}1x = 0$?

    ....

    ....

    (e) Vir watter waarde van x is $75 - 0{,}1x = 100$?

    ....

    ....

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 148 2014/09/04 10:13:46 AM

Hoofstuk 10
Algebraïese vergelykings

In hierdie hoofstuk gaan jy die werk wat jy in graad 7 oor vergelykings gedoen het, hersien. Jy gaan ook leer hoe om vergelykings op te los met behulp van optellings- en vermenigvuldigingsinverses, asook deur die eienskappe van eksponente te gebruik. Verder gaan jy waardes in vergelykings vervang om tabelle met geordende pare te lewer.

4	71	53	8	98	78	54
46	9	6	2	60	81	62
70	6	8	33	2	40	64
27	70	31	63	59	71	62
42	85	32	85	81	51	73
70	64	33	96	32	23	69
82	9	59	54	96	43	29
63	71	86	81	6	29	56
74	21	17	94	6	33	56
18	63	73	76	91	32	39
3	87	23	94	84	75	69
36	49	90	73	62	70	22
10	91	40	92	68	87	57
62	76	72	79	68	25	8
9	72	31	37	37	46	49
48	58	64	92	34	83	95
18	50	88	51	92	89	10
49	49	100	60	60	75	40

10 Algebraïese vergelykings

10.1 Hersiening

SKRYF VERGELYKINGS OM PROBLEEMSITUASIES VOOR TE STEL

1. Boer Malan het reeds 100 appelbome en 250 lemoenbome op sy vrugteplaas geplant. Hy besluit toe om elke dag nog 20 appelbome te plant, soos in die tabel hier onder gesien kan word.

Getal dae (x)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Getal bome (y)	100	120	140	160					

Hy het ook besluit om elke dag 10 lemoenbome te plant, soos hier onder gewys.

Getal dae (x)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Getal bome (y)	250	260	270	280					

(a) Skryf 'n reël om die getal appelbome na x dae te bereken. Skryf die reël in die vorm van 'n formule. Stel die getal bome met die lettersimbool y voor.

....

(b) Skryf 'n formule om die getal lemoenbome na x dae te bereken.

....

(c) Hoeveel lemoenbome is daar op die 14de dag?

....

(d) Na hoeveel dae sal boer Malan 260 appelbome hê?

....

Na hoeveel dae sal boer Malan 1 000 appelbome in sy boord hê?

Dit sal lank neem om dit uit te werk deur in twintigs te tel. 'n Mens kan maklik 'n fout maak en dit nie weet nie. 'n Ander manier om die inligting te kry is om uit te werk vir watter waarde van x dit waar sal wees dat $100 + 20x = 1\,000$. Hiervoor kan 'n mens verskillende waardes van x probeer tot jy die waarde kry waarvoor $100 + 20x$ gelyk is aan 1 000. Dis gerieflik om dit alles in 'n tabel te skryf. Anna het eers $x = 10$ probeer wat heeltemal te min was en toe $x = 100$ wat heeltemal te veel was. Toe het sy 50 probeer.

Getal dae (x)	10	100	50		
Getal appelbome (y)	300	2 100	1 100		

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 151 2014/09/04 10:13:46 AM

2. Watter getal dink jy moet Anna volgende probeer in haar poging om die vergelyking $100 + 20x = 1\ 000$ op te los?

....

3. Boer Malan het met 250 lemoenbome begin. Na hoeveel dae sal hy 900 lemoenbome op sy plaas hê?

....

....

....

....

....

....

....

4. In 2004 was daar 40 kinders in Lekkerdag Kleuterskool. Vanaf 2005 het die getal kinders elke jaar met 5 gedaal. Verduidelik waarvoor elke getal en lettersimbool in die formule $y = 40 - 5x$ staan.

....

....

....

5. Kabouter Kleuterskool het in 2008 met 20 kinders geopen. Die getal kinders in Kabouter Kleuterskool neem elke jaar met 3 kinders toe. Verduidelik waarvoor elke lettersimbool en getal in die formule $y = 20 + 3x$ staan.

....

....

....

6. Boer Thuni het reeds 67 nartjiebome en 128 suurlemoenbome op sy plaas. Hy besluit om 23 nuwe nartjiebome en 17 nuwe suurlemoenbome elke dag gedurende die plantseisoen te plant.

   (a) Watter hoeveelhede verander met verloop van tyd in hierdie situasie, en watter bly dieselfde?

   ....

   ....

   ....

Hoeveelhede wat verander word **veranderlikes** genoem en word deur lettersimbole in formules en vergelykings voorgestel. Hoeveelhede wat nie verander nie word **konstantes** genoem, en word deur getalle in formules en vergelykings voorgestel.

(b) Hoeveel nartjiebome en hoeveel suurlemoenbome sal hy in totaal hê, 10 dae nadat die plantseisoen begin het?

....

(c) Skryf formules wat gebruik kan word om die totale getal nartjie- en suurlemoenbome, na enige aantal dae in die plantseisoen, te bereken. Gebruik lettersimbole van jou eie keuse om die veranderlikes voor te stel.

....

(d) Watter inligting rakende die situasie op boer Thuni se plaas kan verkry word deur die vergelyking $67 + 23x = 500$ op te los?

....

(e) Stel ’n vergelyking op wat gebruik kan word om uit te vind hoeveel dae in die plantseisoen dit sal neem voordat boer Thuni 500 suurlemoenbome sal hê. Gebruik ’n lettersimbool van jou keuse om die onbekende getal dae voor te stel.

....

LOS VERGELYKINGS DEUR INSPEKSIE OP

Om ’n vergelyking **op te los** beteken om die waarde(s) van die onbekende, waarvoor ’n uitdrukking ’n gegewe waarde het, te bepaal.

Een metode om ’n vergelyking op te los, is om verskillende waardes vir die veranderlike te probeer, totdat jy ’n waarde kry waarvoor die uitdrukking gelyk is aan die gegewe waarde, of waarvoor die twee uitdrukkings dieselfde waarde het. Dit word **oplos deur inspeksie** genoem.

Die waarde van die veranderlike waarvoor ’n uitdrukking gelyk is aan ’n gegewe waarde, of waarvoor twee uitdrukkings dieselfde waarde het, word die **oplossing** of die **wortel** van die vergelyking genoem.

1. Bepaal of die waarde van x, wat in hakies gegee word, ’n wortel of oplossing is van die vergelyking of nie. Verduidelik jou antwoord. Probeer ander waardes om die oplossing te kry waar die gegewe getal nie ’n wortel of ’n oplossing is nie .

   (a) $3x + 1 = 16$ $(x = 5)$ ....

   (b) $7x = 91$ $(x = 13)$ ....

(c) $10x + 9 = 7x + 30$ $(x = 6)$ ....

....

(d) $-10x - 1 = 29$ $(x = 3)$ ....

....

(e) $7 + 2x = 9$ $(x = 1)$ ....

....

2. Bepaal die oplossing van elke vergelyking deur inspeksie.
   (a) $x - 1 = 0$ .... (b) $x + 1 = 0$ ....
   (c) $1 + x = 0$ .... (d) $1 - x = 0$ ....

3. Toets of die getal in hakies die vergelyking waar maak. Verduidelik jou antwoord.
   (a) $8 + x = 3$ $(x = 5)$ ....
   (b) $8 + x = 3$ $(x = -5)$ ....
   (c) $8 - x = 3$ $(x = 5)$ ....
   (d) $8 - x = 3$ $(x = -5)$ ....
   (e) $8 - x = 13$ $(x = -5)$ ....
   (f) $8 - x = 13$ $(x = 5)$ ....

10.2 Los vergelykings op

OPTELLINGS- EN VERMENIGVULDIGINGSINVERSES

Een manier om aan die **optellingsinverse** van 'n getal te dink, is om die vraag te vra: Wat moet ek by die gegewe getal tel om 0 te kry?

1. Wat is die optellingsinverse van elk van die volgende? Verduidelik jou antwoorde.
   (a) 5 .... (b) -5 ....
   (c) 17 .... (d) 0,1 ....
   (e) $\frac{5}{6}$ .... (f) $-2\frac{1}{4}$ ....

Ons kan aan die **vermenigvuldigingsinverse** van 'n getal dink deur die vraag te vra: Waarmee moet ek die getal vermenigvuldig om 1 te kry?

2. Wat is die vermenigvuldigingsinverse van elk van die volgende? Verduidelik.

(a) 5 ....

(b) –5 ....

(c) $\frac{5}{6}$ ....

(d) $\frac{1}{8}$ ....

Jy kan die vergelyking $2x + 5 = 45$ op die volgende manier oplos:

$2x + 5 = 45$		
$2x + 5 - 5 = 45 - 5$	Trek 5 van albei kante af sodat slegs die x-term oorbly	Hierdie stap kan ook verstaan word as $5 + (-5) = 0$
$2x + 0 = 40$		
$\frac{2x}{2} = \frac{40}{2}$	Deel albei kante deur 2 om x alleen te kry	Hierdie stap kan ook verstaan word as $2 \times \frac{1}{2} = 1$
$x = 20$		

3. Los die vergelykings op. Toets of jou waarde vir x die oplossing is.

(a) $5x + 2 = 32$

....

....

(b) $3x - 5 = -11$

....

....

(c) $5x = 40$

....

....

(d) $5x - 12 = 28$

....

....

(e) $\frac{3}{5}x = 15$

....

....

EKSPONENSIËLE VERGELYKINGS

Voorbeeld: Los die vergelyking $2^x = 8$ op.

Oplossing: $2^x = 2^3$ (Skryf 8 in terme van grondtal 2, d.w.s. as 'n mag van 2)

$x = 3$ (2 tot die mag 3 is 8)

Om eksponensiële vergelykings op te los, is dieselfde as om te vra: Tot watter mag moet die grondtal verhef word om die vergelyking waar te maak?

1. Los op vir x:

(a) $4^x = 64$

....

....

(b) $3^x = 27$

....

....

(c) $6^x = 216$

....

....

(d) $5^x = 125$ (e) $2^x = 32$ (f) $12^x = 144$

....

....

Nog 'n voorbeeld: Los die vergelyking $2^{x+1} = 8$ op.

Oplossing: $2^{x+1} = 2^3$

$x + 1 = 3$

$x = 2$

2. Los op vir x:

(a) $4^{x+1} = 64$ (b) $3^{x-1} = 27$ (c) $2^{x+5} = 32$

....

....

....

....

10.3 Maak tabelle met geordende pare

INLEIDENDE AKTIWITEIT

1. Voltooi die tabel vir die gegewe waardes van x:

x	–3	–2	–1	0	1	2	3	6	10
$-3x + 2$									

2. Wat is die waarde van $15x + 3$ vir

(a) $x = 2$? (b) x = vermenigvuldigingsinverse van 15?

....

3. Vir watter waarde van x is die volgende vergelykings waar?

(a) $15x + 3 = 33$ (b) $15x + 3 = 4$

....

....

....

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 156 2014/09/04 10:13:48 AM

In vrae 1 en 2 het jy die waardes van 'n uitdrukking vir gegewe waardes van x bereken.

In vraag 3 het jy 'n waarde van x bepaal wat die vergelyking waar maak. Jy het dus vir x opgelos.

Wanneer jy 'n tabel van waardes voltooi, mag jy met soortgelyke vrae as dié in vrae 1, 2 en 3 gekonfronteer word.

VAN 'N FORMULE NA 'N TABEL VAN WAARDES

1. Voltooi elk van die tabelle hier onder vir die gegewe formule.

(a) $y = x$

x		–3	–2	–1	0	1	2		10	
y	–9							8		15

(b) $y = x + 2$

x		–3	–2	–1	0	1	2		10	
y	–5							8		15

(c) $y = x^3$

x		–3	–2	–1	0	1	2		6	
y	–216							125		1 000

2. Gebruik die tabel in vraag 1(c) om vir x in elke geval hier onder op te los.

(a) $x^3 = -1$ .... (b) $x^3 = 8$ .... (c) $x^3 = 0$ ....

3. Voltooi die tabel vir $y = 2x$.

x		–3	–2	–1	0	1	2		10	
y	–14							8		26

4. Gebruik die tabel in vraag 3 om die volgende vrae te beantwoord:

(a) Watter waarde van x maak die vergelyking $2x = 20$ waar? ....

(b) Vir watter waardes van x is $2x = 0$? ....

5. Voltooi die tabel vir $y = -x - 2$.

x		–3,5	–2	–1	0	1,2	2		6,9	
y	5							–8		–15

6. Vir watter waardes van x is die volgende vergelykings waar?

(a) $-x - 2 = 0$ (b) $-x - 2 = 5$ (c) $-x - 2 = -4$

....

7. Voltooi die tabel vir $y = x^2$.

x	–4	–3	–2	–1		1		3	4	13
y					0		4			169

8. Verwys na die tabel in vraag 7 om die volgende vrae te beantwoord:
   (a) Watter waardes van x maak die vergelyking $x^2 = 16$ waar?

   ....

   (b) Los op vir $x^2 = 9$.

   ....

   (c) Los op vir $x^2 = 169$.

   ....

   (d) Wat is die oplossing van $x^2 - 1 = 3$?

   ....

9. Hier onder word 'n paar tabelle met geordende pare gegee. Vind uit watter van die volgende formules gebruik is om die tabel op te stel. Skryf die regte formule bokant elke tabel neer.

$y = -5x - 2$ $\quad$ $y = 5x + 2$ $\quad$ $y = 2x + 5$ $\quad$ $y = 2x - 5$

$y = 2x - 5$ $\quad$ $y = -5x + 2$ $\quad$ $y = -3x + 2$ $\quad$ $y = 3x + 2$

(a) ....

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
y	–3	–1	1	3	5	7	9	11	13	15

(b) ....

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
y	–18	–13	–8	–3	2	7	12	17	22	27

(c) ....

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
y	–10	–7	–4	–1	2	5	8	11	14	17

(d) ....

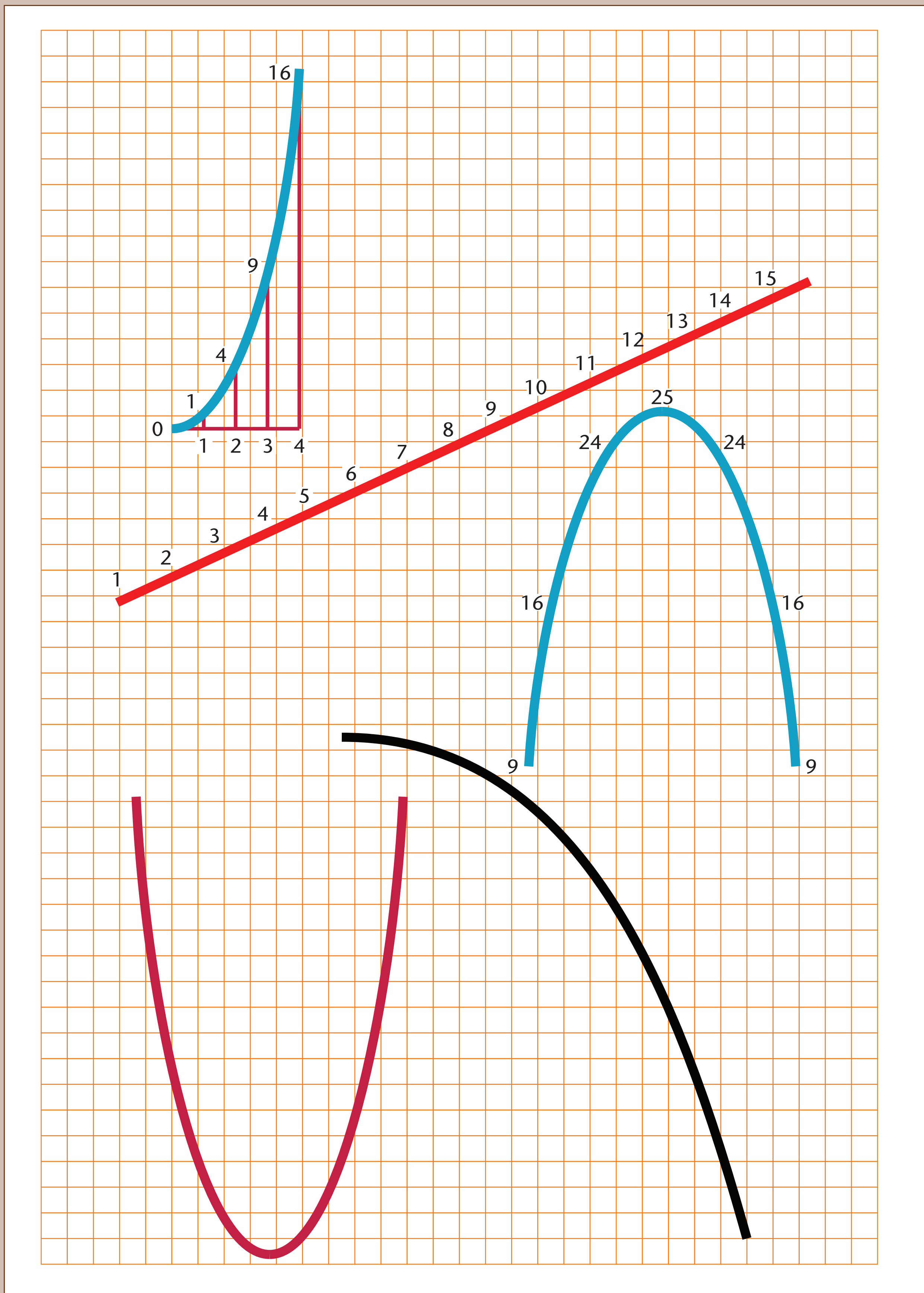
x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
y	18	13	8	3	–2	–7	–12	–17	–22	–27

(e) ....

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
y	–13	–11	–9	–7	–5	–3	–1	1	3	5

Hoofstuk 11
Grafieke

In hierdie hoofstuk gaan jy met globale grafieke werk. Hierdie grafieke gee ’n visuele beeld van hoe veranderlikes verander. Die fokus is op tendense, eerder as op presiese aflesings.

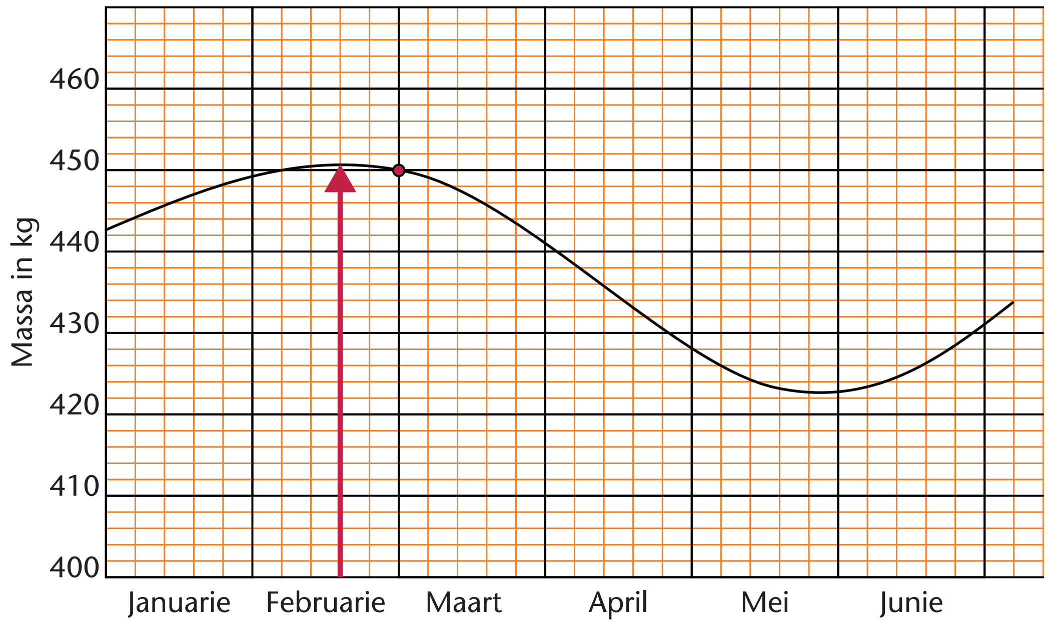

16
9
4
1
0
1
2
3
4
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
25
24
24
16
16
9
9

11 Grafieke

11.1 Wat ons met grafieke kan sê

INTERPRETEER GRAFIEKE

1. Mev. Malan is 'n melkboer. Sy sien om na haar koeie en weeg elkeen van hulle daagliks. Hier is 'n grafiek van een van haar koeie se massa in kilogram oor 'n tydperk van 6 maande. Teen die einde van Februarie was die massa van die koei 450 kg, soos deur die rooi kolletjie aangedui.



(a) Die massa van die koei het 'n paar dae na die helfte van Februarie 'n hoogtepunt bereik, soos die rooi pyltjie op die grafiek wys. Wanneer, in die tydperk wat deur die grafiek aangedui word, het die koei se massa 'n minimum bereik?

....

(b) Die koei het gedurende die grootste deel van Februarie 'n bietjie meer as 450 kg geweeg. Gedurende watter maand het die koei die hele tyd minder as 430 kg geweeg?

....

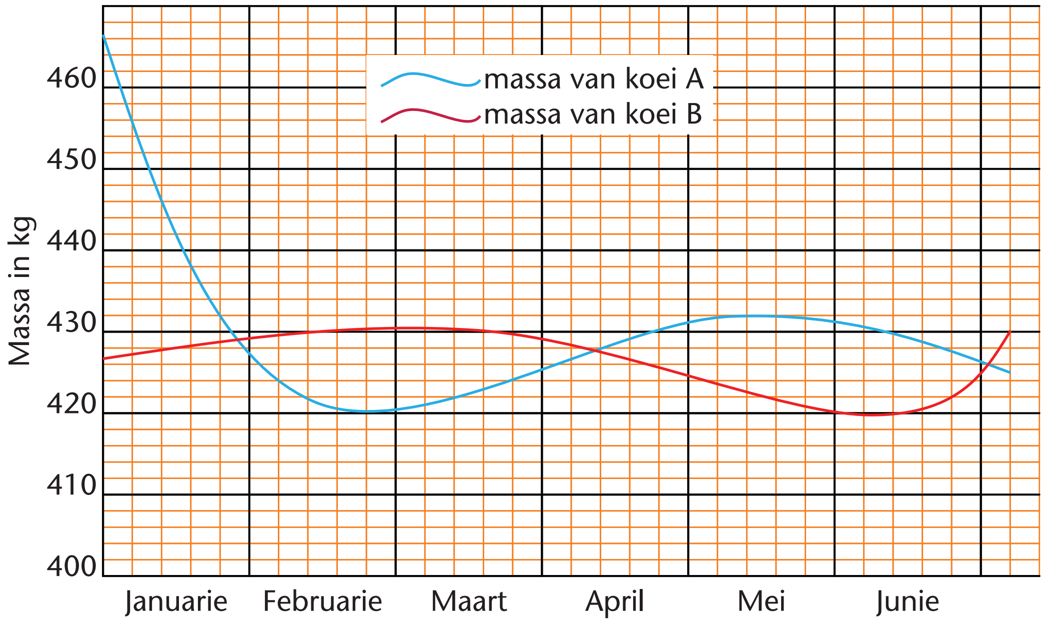
(c) Die massa van die koei het gedurende Junie stelselmatig toegeneem. Gedurende watter ander maand was dit ook die geval?

....

(d) Gedurende watter maande het die massa van die koei stelselmatig afgeneem?

....

2. Die blou en rooi kurwes hier onder is grafieke wat aantoon hoe die massa van twee koeie oor dieselfde tydperk gevarieer het.



(a) Watter koei se massa was die grootste teen die einde van Februarie? ....

(b) Wanneer was koei B se massa groter as koei A s'n?

....

....

(c) Gedurende watter maande het die massa van koei A die hele tyd afgeneem?

....

(d) Wanneer het koei A opgehou om gewig te verloor en weer begin om gewig op te tel?

....

(e) Gedurende watter maand het koei B begin om gewig te verloor, terwyl koei A daardie hele maand gewig opgetel het?

....

(f) Wanneer het koei A se massa weer die van koei B ingehaal?

....

(g) Wanneer het koei A opgehou om gewig op te tel en weer begin gewig verloor?

....

(h) Wanneer het koei B se massa weer die van koei A ingehaal?

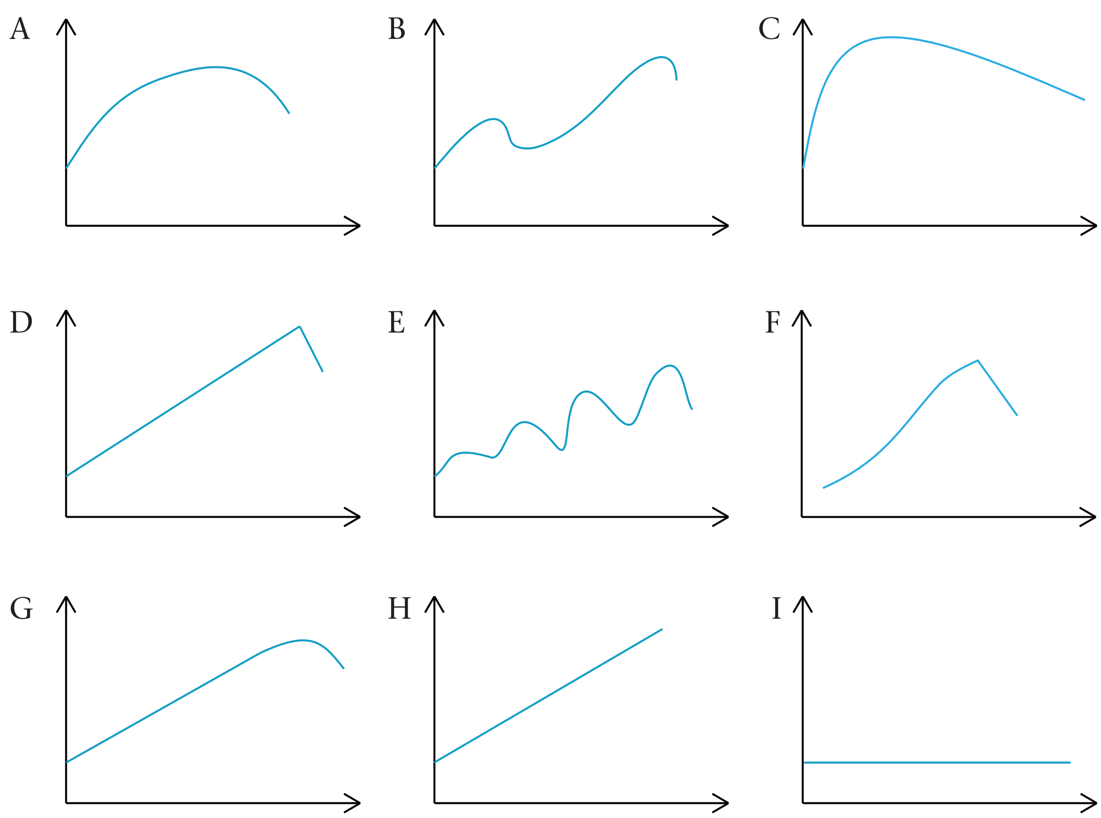
....

3. ’n Verkeersdepartement teken die verkeersdigtheid op verskillende paaie aan. Twee verkeersbeamptes word êrens langs elke hoofpad geplaas. Hulle tel en skryf die getal motors neer wat gedurende elke interval van 15 minute in elke rigting ry. Hulle gebruik telstrepies om dit te doen, soos jy in die voorbeeld hier onder kan sien.

	//// ~~////~~ ~~////~~	/// ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~	~~////~~ // ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~	~~////~~ //// ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~	/ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~	~~////~~ /// ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~ ~~////~~
Tyd	06:00 tot 06:15	06:15 tot 06:30	06:30 tot 06:45	06:45 tot 07:00	07:00 tot 07:15	07:15 tot 07:30
Motors	14	23	37	59	71	48

Watter van die grafieke hier onder dink jy gee die beste voorstelling van die bostaande gegewens oor verkeersvloei?

....



4. Watter van die grafieke op die vorige bladsy is die beste voorstelling van elkeen van hierdie verkeersvloeiverslae?

(a)

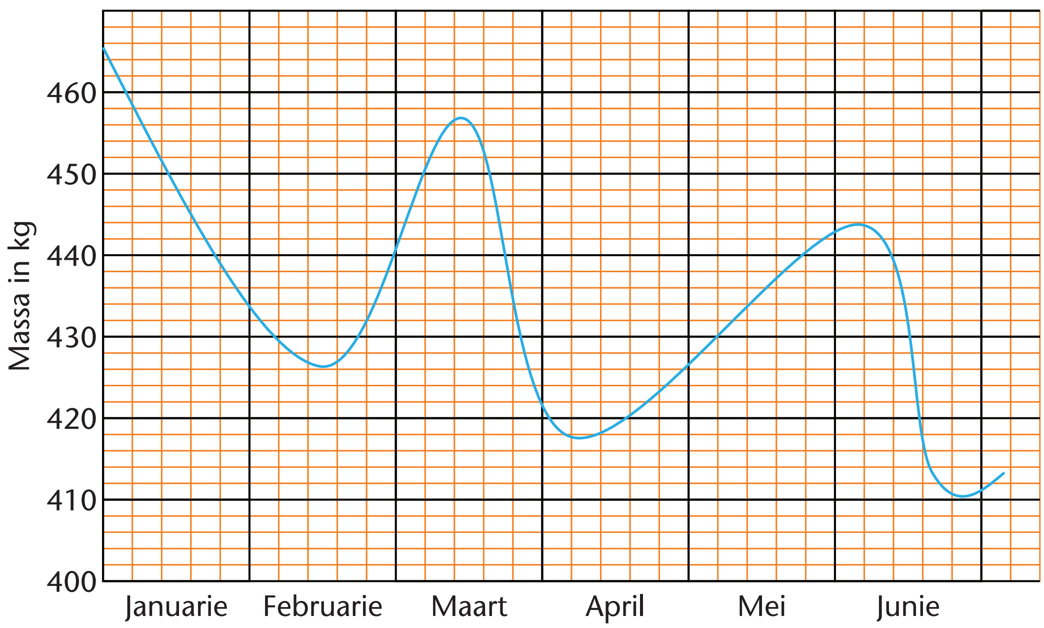
Tyd	06:00 tot 06:15	06:15 tot 06:30	06:30 tot 06:45	06:45 tot 07:00	07:00 tot 07:15	07:15 tot 07:30
Motors	42	53	64	75	86	75

(b)

Tyd	06:00 tot 06:15	06:15 tot 06:30	06:30 tot 06:45	06:45 tot 07:00	07:00 tot 07:15	07:15 tot 07:30
Motors	42	123	158	147	136	124

....

5. Bestudeer hierdie grafiek van die massa van 'n ander koei:



(a) Gedurende watter tydperke het die koei gewig verloor?

....

....

(b) Gedurende watter van hierdie periodes het die koei stadiger gewig verloor?

....

(c) Gedurende watter periode het die koei se gewig die vinnigste afgeneem? ....

(d) Vergelyk die twee tydperke toe die koei gewig opgetel het.

....

....

(e) Is daar enigiets anders in hierdie grafiek wat kan aandui dat die koei nie gesond is nie?

....

....

....

HOE GRAFIEKE TOENAMES EN AFNAMES WYS

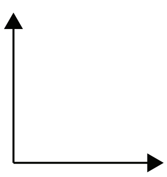
’n Grafiek op ’n koördinaatstelsel wys hoe een hoeveelheid (die afhanklike veranderlike genoem) verander as ’n ander hoeveelheid (die onafhanklike veranderlike genoem) toeneem. ’n Hoeveelheid kan op verskillende maniere verander:

- dit kan toeneem of dit kan afneem;
- dit kan teen ’n konstante koers (tempo) toeneem, byvoorbeeld die totale bedrag gespaar as dieselfde bedrag elke week of maand gespaar word;
- dit kan teen ’n konstante koers afneem, byvoorbeeld die lengte van ’n brandende kers;
- dit kan teen ’n veranderende koers toeneem of afneem, byvoorbeeld die toename van die oppervlakte van ’n vierkant as die sylengtes toeneem.

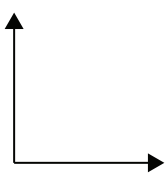
> As ’n hoeveelheid teen ’n **konstante koers** toeneem of afneem, word dit **lineêre** verandering of variasie genoem, en is die grafiek ’n **reguit lyn**.
>
> As die koers van die verandering **nie konstant** is nie, word dit **nie-lineêre** verandering genoem en is die grafiek ’n **kurwe**.
>
> As die uitvoerveranderlike onveranderd bly, is die grafiek ’n horisontale reguit lyn.

1. Teken ’n grafiek om elkeen van die volgende beskrywings voor te stel.
   (a) Die hoeveelheid neem toe, en neem dan teen ’n vinniger koers toe.
   (b) Die hoeveelheid neem eers stadig teen ’n konstante koers toe en neem dan teen ’n vinniger konstante koers toe.
   (c) Die hoeveelheid neem vinniger en vinniger af.
   (d) Die hoeveelheid neem toe en die koers van toename neem geleidelik af.

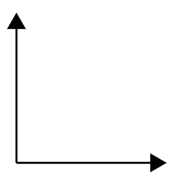
(a)



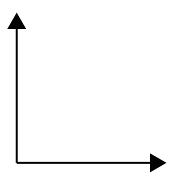
(b)



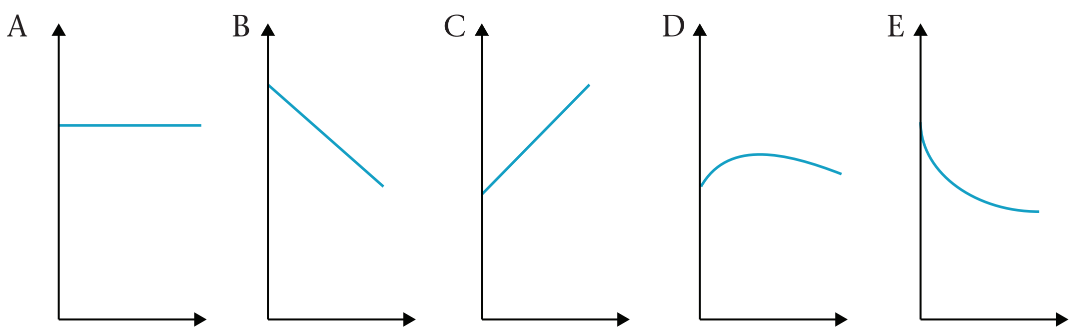
(c)



(d)



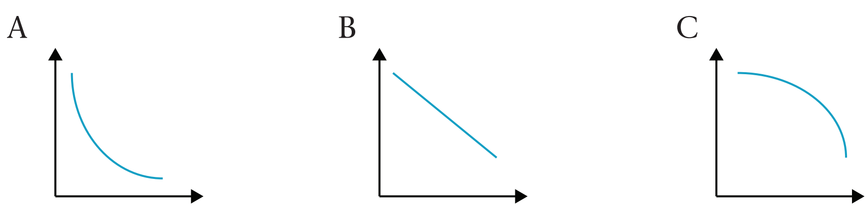
2. Bewerings en grafieke oor die patroon van verandering in die prys van petrol per liter oor ’n bepaalde tydperk word hier onder gegee. Koppel elke bewering aan die gepaste grafiek hier onder. Tyd word op die horisontale as en die petrolprys op die vertikale as voorgestel in al die grafieke.
   (a) Die prys het nie verander nie. ....
   (b) Die prys het teen ’n konstante koers gestyg. ....
   (c) Die prys het teen ’n konstante koers gedaal. ....
   (d) Die prys het eers baie vinnig gedaal en toe teen ’n stadiger koers. ....
   (e) Die prys het tot op ’n sekere vlak teen ’n afnemende koers gestyg en daarna toenemend begin daal. ....



3. Voltooi die volgende tabel met betrekking tot die grafieke in vraag 2.

Grafiek	Stel ’n lineêre of nie-lineêre verband voor	Rede
A		
B		
C		
D		
E		

4. Kyk na die grafieke hier onder.
   (a) Watter grafiek stel ’n hoeveelheid voor wat teen ’n konstante koers daal? ....
   (b) Watter grafiek stel ’n hoeveelheid voor wat teen ’n toenemende koers daal? ......
   (c) Watter grafiek stel ’n hoeveelheid voor wat teen ’n afnemende koers daal? ....



11.2 Nog eienskappe van grafieke

LOKALE MAKSIMUM- EN MINIMUMWAARDES

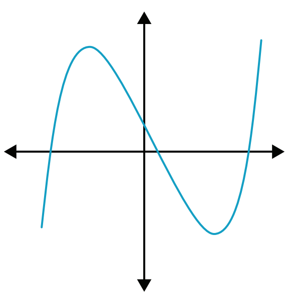
’n Grafiek het ’n maksimumwaarde as dit van stygend na dalend verander.

’n Grafiek het ’n minimumwaarde as dit van dalend na stygend verander.

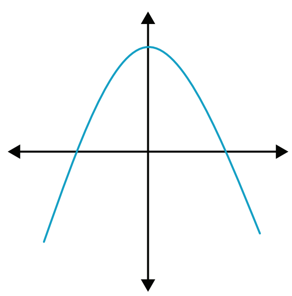
’n Grafiek kan veelvuldige minimum- of maksimumwaardes hê.

1. Bestudeer die grafieke hier onder. Beskryf hoe die afhanklike veranderlike in elke vraag varieer deur aan te dui watter grafiek by watter beskrywing pas.
   (a) Die veranderlike het ’n maksimumwaarde, want dit verander van stygend na dalend. ....
   (b) Die veranderlike het ’n minimumwaarde, want dit verander van dalend na stygend. ....
   (c) Die veranderlike het ’n maksimum- sowel as ’n minimumwaarde, want dit verander van stygend na dalend en dan weer van dalend na stygend. ....

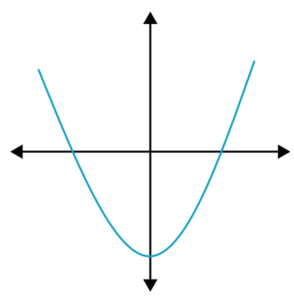
Grafiek 1



Grafiek 2



Grafiek 3



2. Teken grafieke op die volgende bladsy wat ooreenstem met die beskrywings wat hier onder gegee word.
   (a) ’n Hoeveelheid verander op ’n nie-lineêre manier deurdat dit van dalend na stygend en dan weer van stygend na dalend verander.
   (b) ’n Hoeveelheid verander van toename teen ’n konstante koers na afname teen ’n konstante koers en bly dan konstant.

(a) (b)

DISKREET OF "AANEENLOPEND"

Hoeveelhede kan getel, gemeet of bereken word.

1. Watter van die items in die gegewe lys kan jy tel en watter moet gemeet word?
   (a) Getal sakke sement verkoop
   (b) Lengtes van leerders in graad 8
   (c) Tye geneem vir atlete om die 400 m hekkies te voltooi by die Olimpiese Spele
   (d) Die getal lekkers in verskeie sakkies van 500 g
   (e) Die afstand wat leerders skool toe moet aflê
   (f) Die getal motors wat verby 'n skolierpatrolliekruising ry
   (g) Die koste van 'n oefeningboek in rand en sent
   (h) Temperatuur

   Skryf jou antwoorde in die tabel.

Kan slegs getel word	Kan slegs gemeet word

2. Maak die volgende sin? Verduidelik.
   (a) 501,3 leerders woon die eerstespan se wedstryd by.

   ....

   (b) Die afstand vanaf die skool na die naaste winkelkompleks is 10,75 km.

   ....

   (c) 2 004,75 blikkies koeldrank is gedurende ’n fondsinsameling verkoop.

   ....

Kwantitatiewe data is numeriese data soos jou punte vir ’n wiskundetoets. Hoeveelhede wat getel kan word, word soms as **diskreet** beskryf: daar kan geen waardes tussen twee opeenvolgende waardes voorkom nie. Jy kan byvoorbeeld nie 2,6 mense kry nie. Hoeveelhede wat altyd nog waardes tussen enige twee waardes toelaat, word soms as **aaneenlopend** beskryf.

Die terme “diskreet” en “aaneenlopend” word in ander betekenisse as hierdie in formele wiskunde gebruik.

11.3 Teken grafieke

TEKEN GLOBALE GRAFIEKE

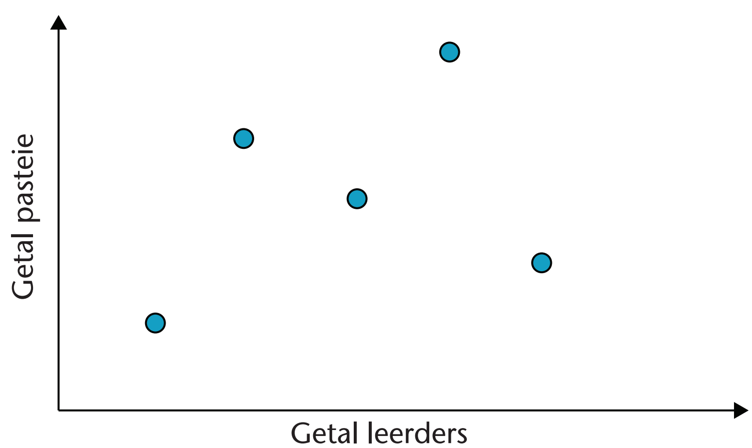
’n Ononderbroke lyn of kurwe word gewoonlik gebruik om ’n grafiek van aaneenlopende data te teken.

Vir ’n grafiek van diskrete data word gewoonlik ’n stel afsonderlike punte gestip.

Kyk na die volgende situasies.

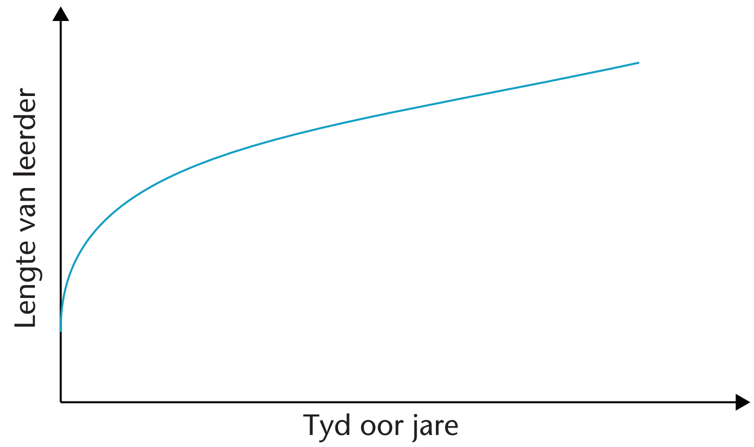
Situasie 1

Getal pasteie wat leerders gedurende ’n skoolweek koop



Situasie 2

Grafiek van die lengte van 'n leerder oor 'n tydperk



1. (a) Watter soort data stel die grafiek in situasie 1 voor? ....

   (b) Watter soort data stel die grafiek in situasie 2 voor? ....

   (c) Hoekom dink jy is die grafiek in situasie 2 'n ononderbroke lyn?

   ....

   (d) Hoekom is die punte in situasie 1 nie verbind nie?

   ....

2. Maak 'n ruwe skets van die grafiek vir elkeen van die situasies. Gebruik die spasies hier onder en op die volgende bladsy.

   (a) die hoogte van 'n jong boom en sy ouderdom

   (b) die vlak van water in 'n dam oor 'n tydperk sonder enige reën

   (c) die temperatuur onder 'n boom oor 24 uur

(a)

(b)

(c)

GRAFIEKE VAN GEORDENDE PARE

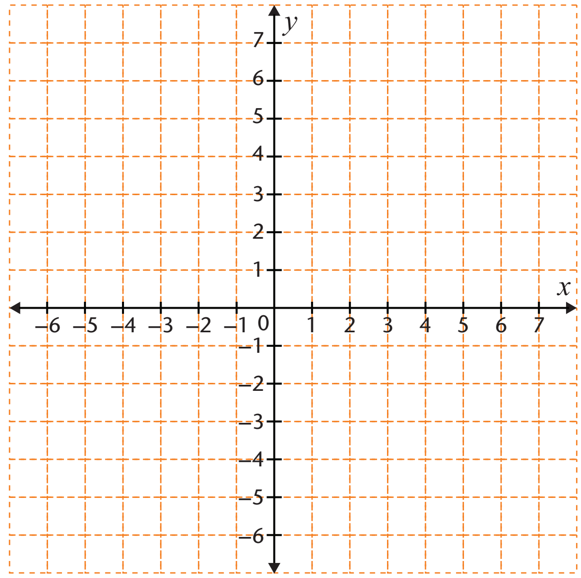
Invoer- en uitvoergetalle kan as pare geskryf word. Die eerste getal in 'n paar stel die invoergetal voor en die tweede getal stel die uitvoergetal voor. Ons sê dus dat die getallepaar georden is.

Om 'n grafiek van **geordende getallepare** te maak is nog 'n manier om die verband tussen die invoer- en uitvoerwaardes aan te dui.

Wanneer jy 'n grafiek van geordende pare teken, werk soos volg:

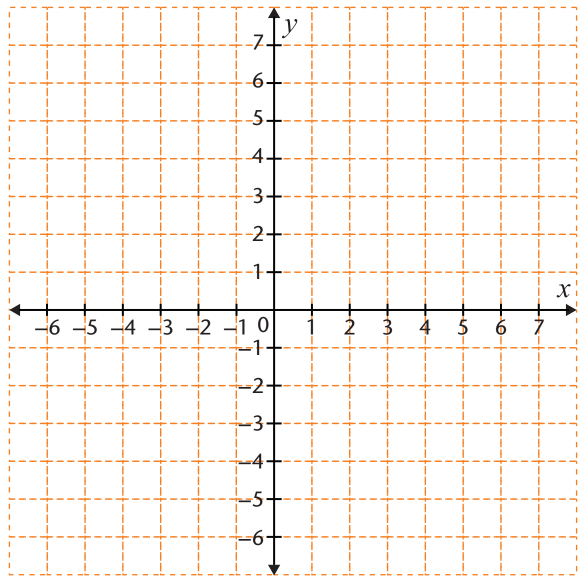
- Identifiseer die invoerwaardes (x) en die uitvoerwaardes (y). In die meeste gevalle sal die invoerwaardes gegee word en die uitvoerwaardes volgens die gegewe formule bereken word.
- Die uitvoerwaardes word op die y-as (die vertikale as) en die invoerwaardes op die x-as (die horisontale as) geskryf.
- Stip die geordende paar. Gestel die geordende paar is (3; 6). Om dit te doen sit jy jou vinger op die getal 3 op die x-as en nog 'n vinger op die getal 6 op die y-as. Beweeg die vinger op getal 3 reguit opwaarts en beweeg die vinger op getal 6 dwars na regs. Maak 'n punt waar jou twee vingers bymekaarkom. Jy kan hierdie punt as die geordende paar (3; 6) beskryf.

1. Stip die geordende getallepare:
    (a) A(0; 3)
    (b) B(3; 0)
    (c) C(–2; 1)
    (d) D(4; –4)
    (e) E(–3; –2)



2. (a) Voltooi die tabel vir $y = x + 3$.

x	y	$(x; y)$
–4		
–3		
–2	1	(–2; 1)
–1		
0		
1	4	(1; 4)
2		
3		
4		



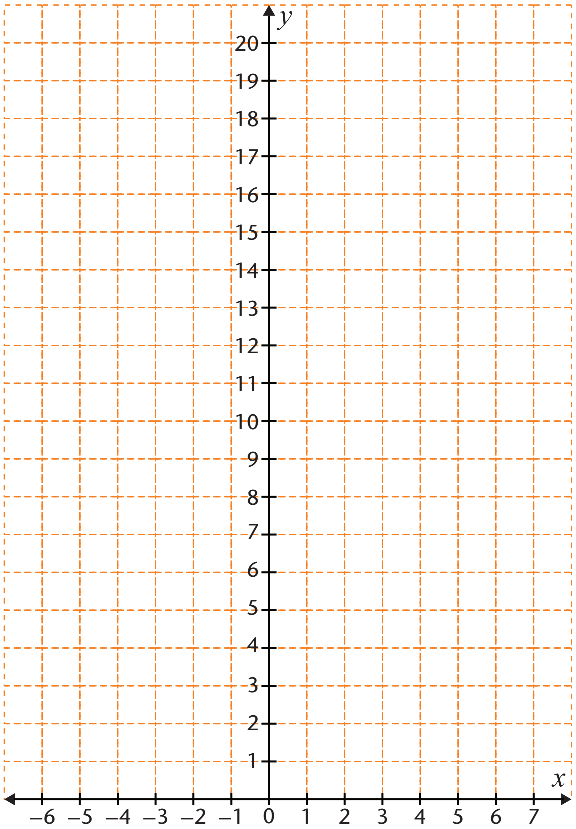
(b) Stip die geordende pare op die gegewe koördinaatstelsel.
(c) Verbind die punte om 'n grafiek te vorm.
(d) Die geordende paar (1; 6) is nie op die grafiek nie, want as ons die waarde van x ($x = 1$) in die formule $y = x + 3$ vervang, kry ons 4 in plaas van 6. [$y = 1 + 3 = 4$]
Is die geordende paar (100; 103) op die grafiek? Verduidelik.

....

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 172 2014/09/04 10:13:51 AM

3. (a) Voltooi die tabel vir die formule $y = x^2 + 3$.

x	y	$(x; y)$
–4		
–3		
–2	7	(–2; 7)
–1		
0		
1	4	(1; 4)
2		
3		
4		

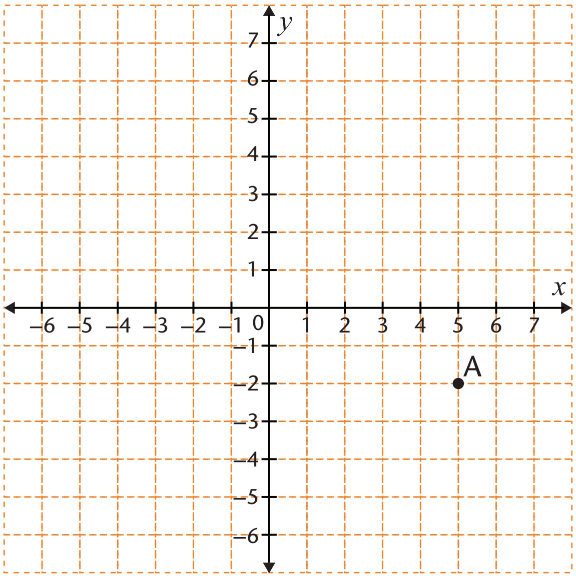


(b) Stip die koördinate op die assestelsel op regterhand.
(c) Verbind die punte om 'n grafiek te vorm.
(d) Is die punt (10; 103) op die grafiek? Verduidelik.

....

4. (a) Voltooi die tabel vir die formule $y = -x + 3$.

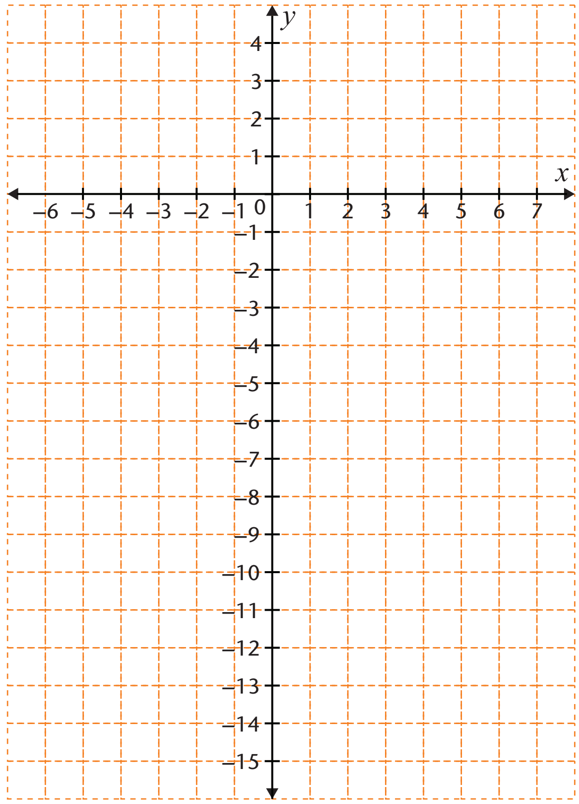
x	y	$(x; y)$
–4		
–3		
–2	5	(–2; 5)
–1		
0		
1	2	(1; 2)
2		
3		
4		



(b) Stip die geordende pare op die assestelsel.
(c) Verbind die punte om 'n grafiek te vorm.
(d) Wat is die waardes van die geordende paar A op die grafiek? ....

5. (a) Voltooi die tabel vir die formule $y = -x^2 + 3$.

x	y	$(x; y)$
-4		
-3		
-2	-1	$(-2; -1)$
-1		
0		
1	2	(1; 2)
2		
3		
4		

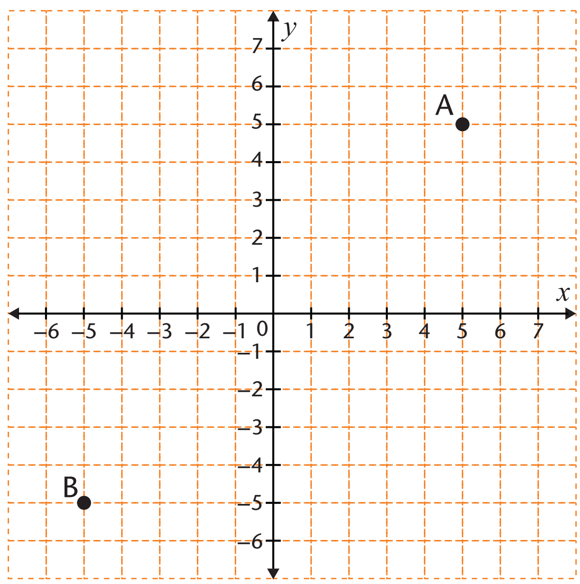


(b) Stip die geordende pare op die gegewe assestelsel.

(c) Verbind die punte om 'n grafiek te vorm.

6. (a) Voltooi die tabel vir die formule $y = x$.

x	y	$(x; y)$
-4		
-3		
-2	-2	$(-2; -2)$
-1		
0		
1	1	(1; 1)
2		
3		
4		



(b) Stip die geordende pare op die assestelsel.

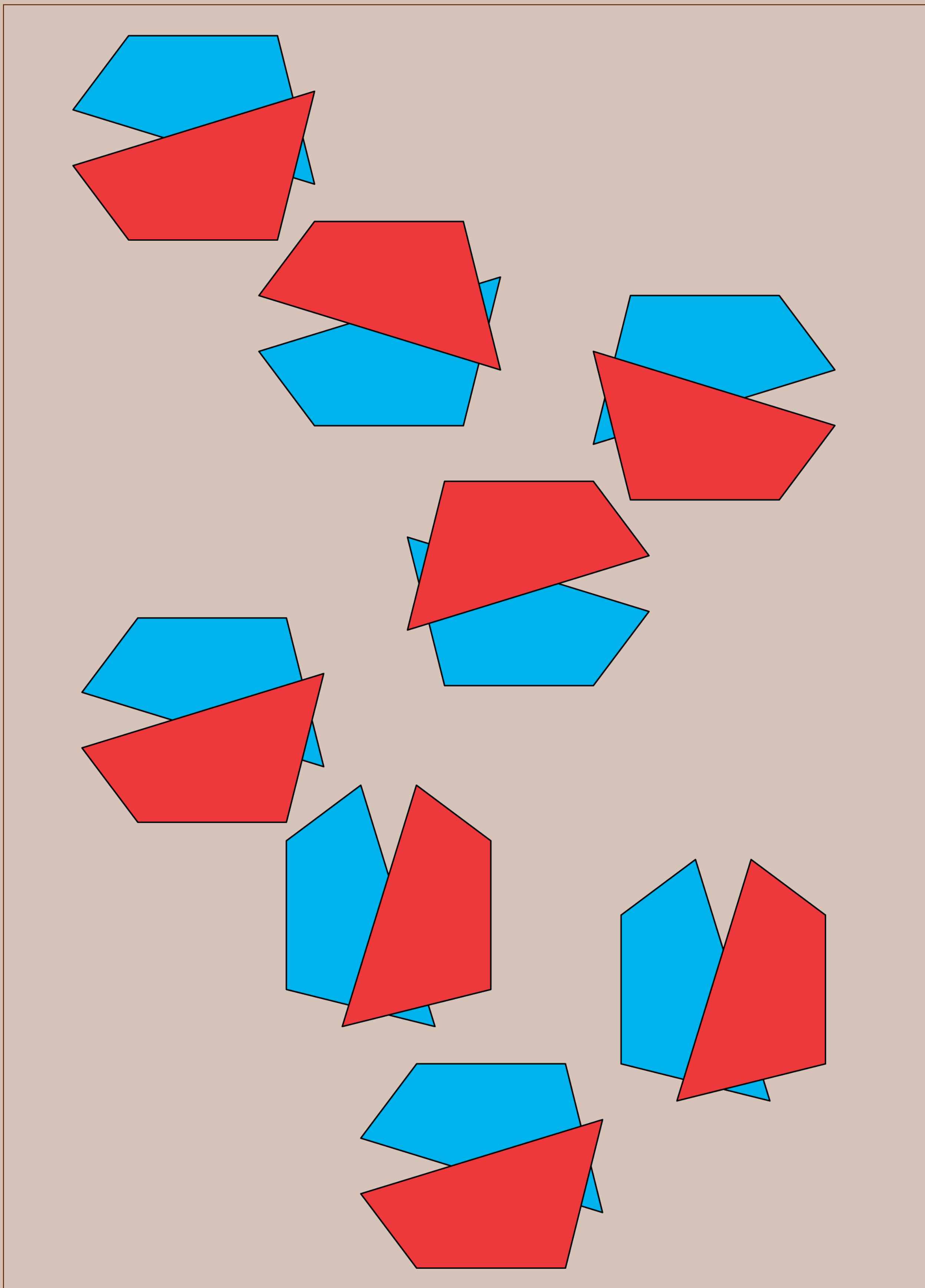
(c) Verbind die punte om 'n grafiek te vorm.

(d) Skryf die waardes van die geordende pare A en B op die grafiek.

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 174 2014/09/04 10:13:52 AM

Hoofstuk 12
Transformasiemeetkunde

In vorige grade het jy van die translasie (skuif), refleksie (omklap) en rotasie (draai) van meetkundige figure geleer. Hierdie verandering in die posisies van figure is soorte transformasies. Jy gaan nou leer hoe om transformasies op 'n koördinaatstelsel aan te stip. Hier gaan jy fokus op die verandering in die koördinate van punte en meetkundige figure op die koördinaatstelsel. Jy gaan ook hersien hoe om figure te vergroot en verklein, en in meer besonderhede ondersoek hoe die sye van figure wat vergroot en verklein is in proporsie moet bly. Daarna gaan jy verken hoe die vergroting en verkleining van 'n figuur sy omtrek en oppervlakte beïnvloed.



12 Transformasiemeetkunde

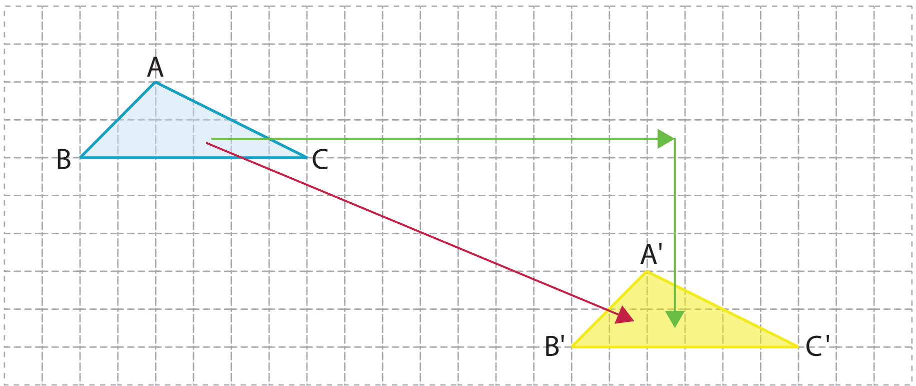
12.1 Transformasies en koördinaatstelsels

WAT IS TRANSFORMASIES?

’n Figuur kan op ’n plat oppervlak van een posisie na ’n ander verplaas word deur te **skuif** (transleer), te **draai** (roteer), of **om te klap** (te reflekteer of spieëlbeeld te vertoon), of deur ’n kombinasie van die bewegings. Hierdie en ander bewegings word ook **transformasies** genoem.

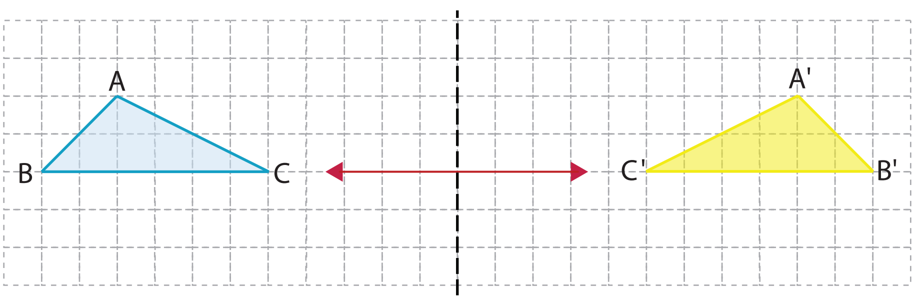
*’n Skuif, ook ’n **translasie** genoem*

’n Skuif kan ook stapsgewys plaasvind, soos die groen pyle aandui.



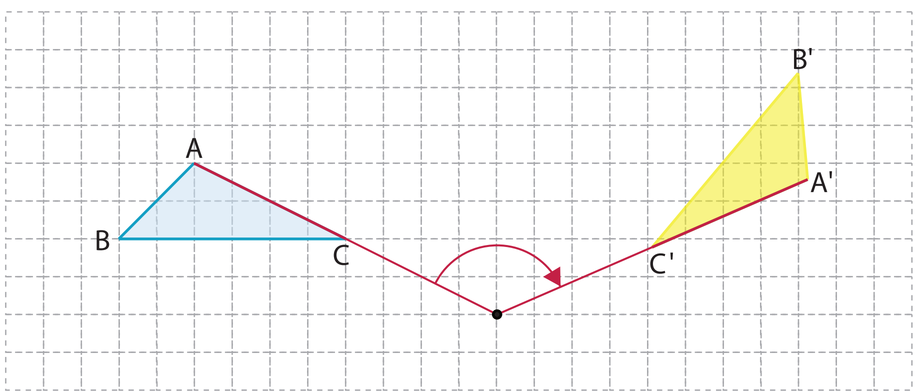
*’n Omklap, ook ’n **refleksie** of **spieëlbeeld** genoem*

Jy kan dit ook verstaan as die resultaat van ’n vou op die stippellyn.



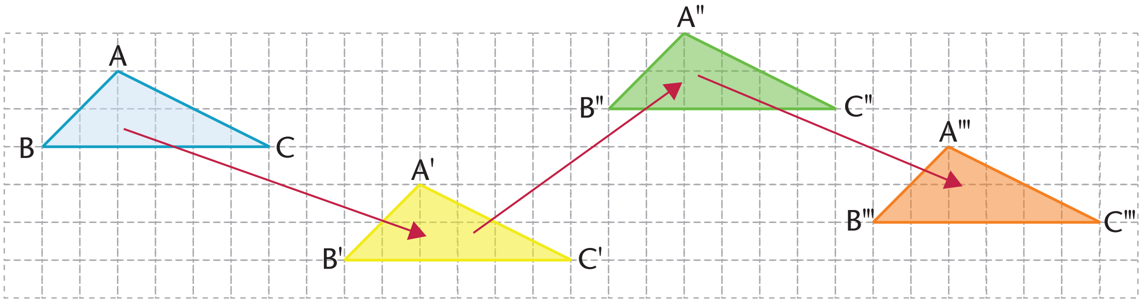
*’n Swaai of draai, ook ’n **rotasie** genoem*

Die voorwerp word kloksgewys of antikloksgewys om ’n rotasiepunt geswaai (gedraai). Dit is asof jy die voorwerp aan ’n toutjie vashou.



In sy nuwe posisie word die figuur die **beeld** van die oorspronklike figuur genoem. Die oorspronklike figure hier bo is blou en die beelde is geel. Translasies, rotasies en refleksies verander nie die vorm of die grootte van die figuur nie. In hierdie transformasies is die oorspronklike figure en hulle beelde dus altyd kongruent.

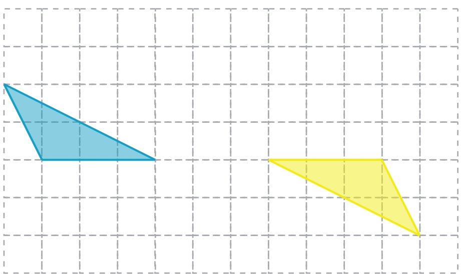
Wanneer ons die beeld benoem, gebruik ons dieselfde letters as in die oorspronklike figuur, maar ons voeg die priemsimbool (') na elke letter by. Die beeld van ΔABC is ΔA'B'C'. As daar 'n tweede beeld is, voeg ons twee priemsimbole by, byvoorbeeld ΔA"B"C". By 'n derde beeld word drie priemsimbole gebruik: ΔA'''B'''C''', ensovoorts.



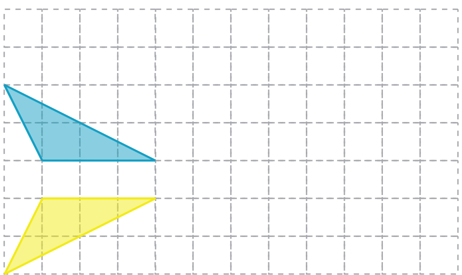
Die rooster op die agtergrond maak dit moontlik om die verskillende posisies van die figuur duidelik te beskryf. Om dit te doen kan 'n assestelsel op die rooster getrek word om 'n **koördinaatstelsel** te vorm, soos jy op die volgende bladsy sal sien. Maar beantwoord eers die vraag hier onder.

'n **Koördinaatstelsel** bestaan uit gemerkte horisontale en vertikale lyne wat gebruik word om posisie aan te dui.

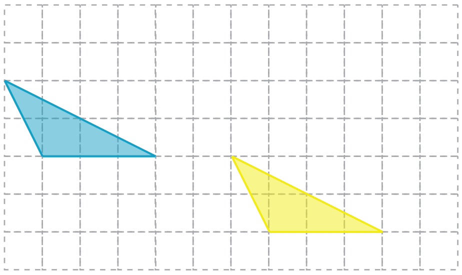
Sê in elke geval of die driehoek getransleer, gereflekteer of geroteer is.

1. 

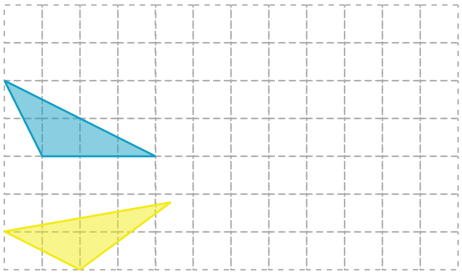
....

2. 

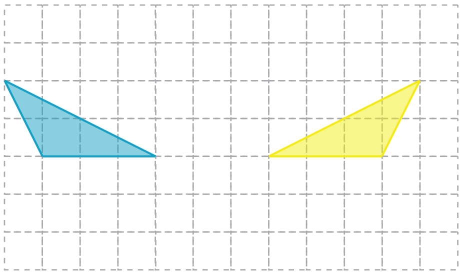
....

3. 

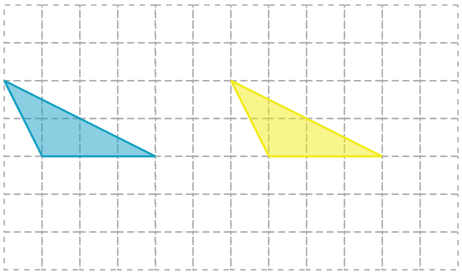
....

4. 

....

5. 

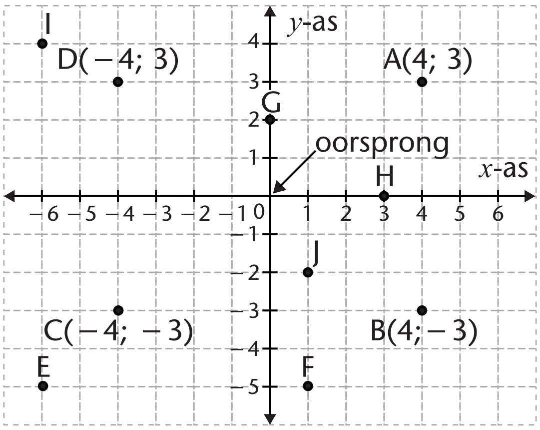
....

6. 

....

DIE KOÖRDINAATSTELSEL

Die posisie van enige punt op 'n koördinaatstelsel kan deur twee getalle weergegee word, soos hier onder by punte A, B, C en D gedemonstreer.



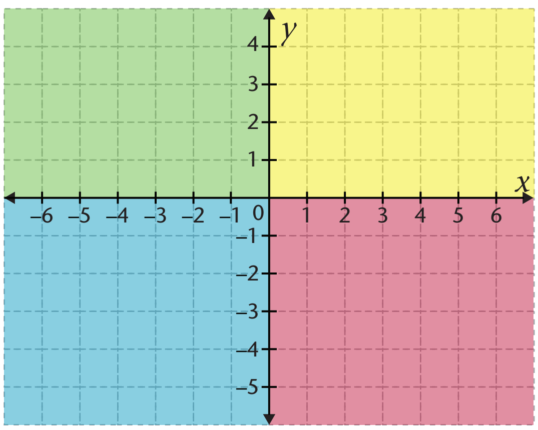
'n Koördinaatstelsel word ook 'n *stelsel van Cartesiese koördinate* genoem. Dit is ter ere van die Franse wiskundige Descartes, wat dit uitgedink het.

Die horisontale as op die koördinaatstelsel word die x-as genoem en die vertikale as word die y-as genoem. Die geordende paar (4; 3) dui aan dat die waarde van die x-koördinaat 4 is en die waarde van die y-koördinaat 3 is. 'n Koördinaatstelsel is in vier dele of seksies verdeel wat **kwadrante** genoem word.

1. Wat is die koördinate van die volgende punte op die rooster hier bo?

E	....	F	....	G	....
H	....	I	....	J	....

Die eerste kwadrant op die stelsel regs is geel, die tweede kwadrant is groen, die derde kwadrant is blou en die vierde kwadrant is pienk.



2. Merk die volgende punte op die gekleurde koördinaatstelsel.

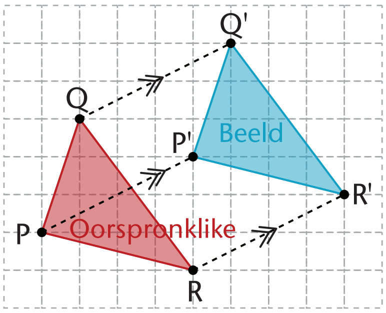
A(5; 2)	B(–4; 3)
C(–5; 1)	D(–3; –3)
E(–6; –2)	F(2; –3)
G(5; –2)	H(4; –6)

3. (a) In watter kwadrant is beide die koördinate positief? ....
   (b) In watter kwadrant is beide die koördinate negatief? ....
   (c) In watter kwadrant is slegs die x-koördinaat negatief? ....
   (d) In watter kwadrant is slegs die y-koördinaat negatief? ....

12.2 Translasie op die koördinaatstelsel

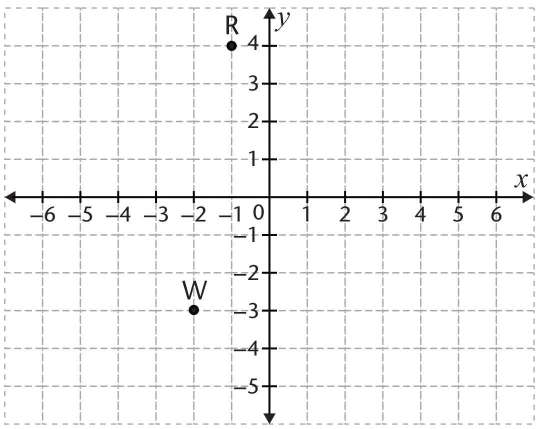
Hersien die **eienskappe van translasie**:

- Die lynstukke wat enige punt in die oorspronklike figuur met sy beeld verbind, het almal dieselfde lengte. In die diagram: PP' = RR' = QQ'
- Die lynstukke wat enige oorspronklike punt in die figuur met sy beeld verbind, is almal ewewydig. In die diagram: PP'||RR'||QQ'
- As ’n figuur getransleer word, verander sy vorm en grootte nie. Die oorspronklike figuur en sy beeld is kongruent.



TRANSLEER PUNTE OP DIE KOÖRDINAATSTELSEL

1. Stip die beeld van elk van die volgende translasies.
   (a) R is 3 eenhede af, na R' geskuif.
   (b) R' is 4 eenhede links, na R" geskuif.
   (c) W is 5 eenhede regs, na W' geskuif.
   (d) W' is 6 eenhede op, na W" geskuif.



2. (a) Skryf die koördinate van punte A, B en C neer.

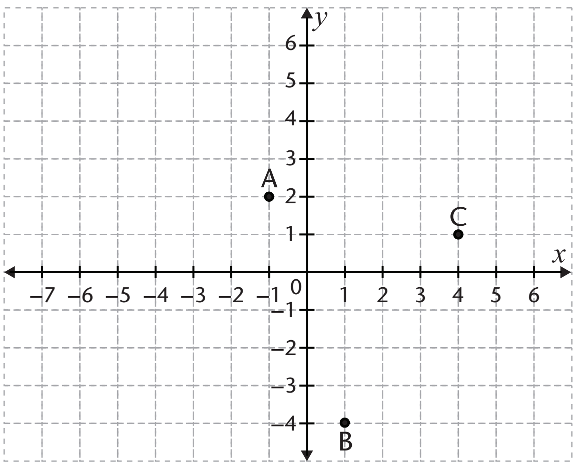
   ....

   (b) Skuif A, B en C 6 eenhede links en 4 eenhede op.
   (c) Skryf die koördinate van punte A', B' en C' neer.

   ....

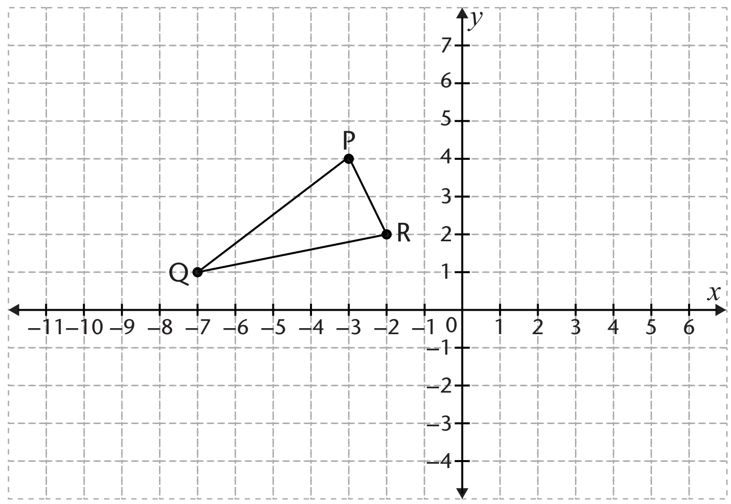
   (d) Verbind punte A, B en C om ’n driehoek te vorm. Doen dieselfde met punte A', B' en C'.
   (e) Is ΔABC en ΔA'B'C' kongruent?

   ....



TRANSLEER DRIEHOEKE OP DIE KOÖRDINAATSTELSEL

As jy die translasie van 'n figuur beplan, moet jy eers die hoekpunte van die beeld van die figuur aanstip. Daarna verbind jy die punte om die beeld te skep.



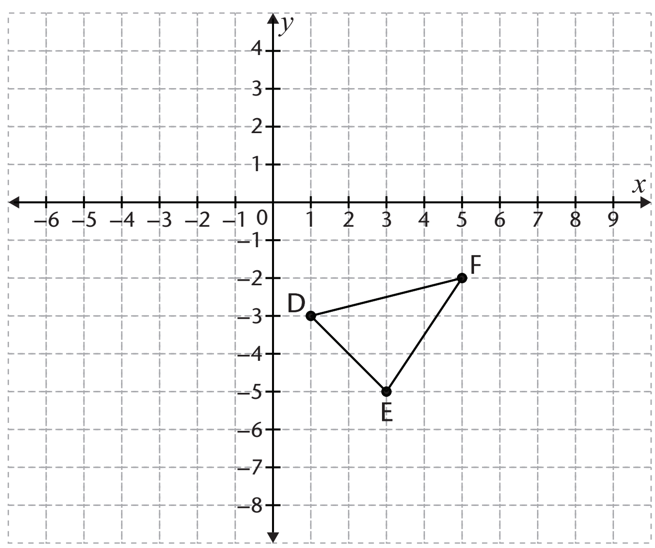
1. (a) Transleer ΔPQR 6 eenhede regs en 2 eenhede af. Wat is die koördinate van die hoekpunte van ΔP'Q'R'?

   ....

   (b) Transleer ΔPQR 4 eenhede links en 3 eenhede op. Wat is die koördinate van die hoekpunte van ΔP''Q''R''?

   ....

   ....



2. (a) Transleer ΔDEF 4 eenhede links en 2 eenhede af. Wat is die koördinate van die hoekpunte van ΔD'E'F'?

   ....

   ....

   (b) Transleer ΔDEF 3 eenhede regs en 4 eenhede op. Wat is die koördinate van die hoekpunte van ΔD''E''F''?

   ....

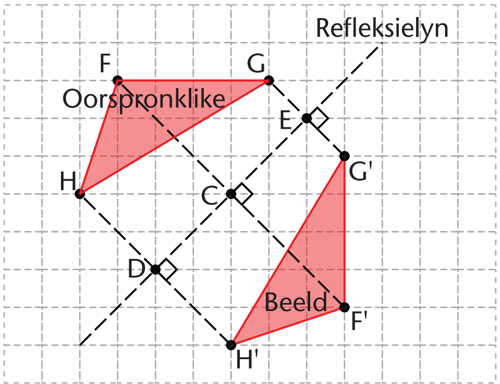
3. Skryf die koördinate van die hoekpunte van ΔKLM neer na elke translasie soos beskryf in die tabel.

Hoekpunte van driehoek	**Geskuif: 5 eenhede regs en 2 eenhede af**	**Geskuif: 4 eenhede links en 3 eenhede af**	**Geskuif: 2 eenhede regs en 3 eenhede op**
K(–1; 3)			
L(–2; –3)			
M(4; 0)			

12.3 Refleksie op die koördinaatstelsel

Hersien die **eienskappe van refleksie**:

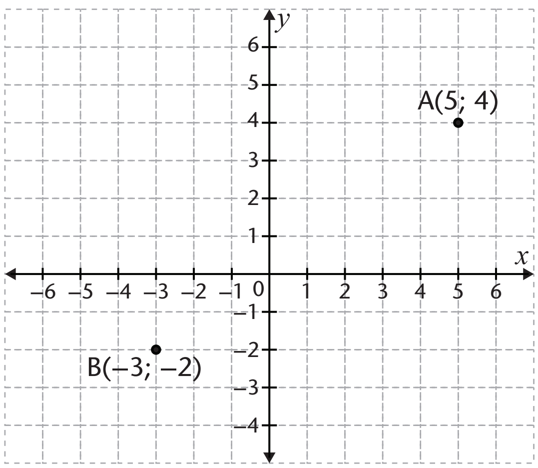
- Die beeld van ΔFGH lê aan die anderkant van die lyn van refleksie (of refleksielyn).
- Die afstand vanaf die oorspronklike punt tot by die refleksielyn is dieselfde as die afstand vanaf die beeldpunt na die refleksielyn. In die diagram:
  GE = G'E; FC = F'C en HD = H'D.
- Die lynstuk wat die oorspronklike punt met sy beeldpunt verbind is altyd loodreg (⊥) op die refleksielyn.
  In die diagram: HH' ⊥ refleksielyn,
  FF' ⊥ refleksielyn en GG' ⊥ refleksielyn.
- As 'n figuur gereflekteer word, is die figuur en sy beeld kongruent.



'n Refleksielyn kan in enige rigting loop. Vanjaar gaan jy slegs oor refleksie in die *x*-as of in die *y*-as leer.

REFLEKTEER PUNTE IN DIE *x*-AS OF IN DIE *y*-AS

As 'n punt in die *x*-as gereflekteer word, beteken dit dat die *x*-as die refleksielyn is. As 'n punt in die *y*-as gereflekteer word, beteken dit dat die *y*-as die refleksielyn is.



1. Die punte A(5; 4) en B(–3; –2) word op 'n koördinaatstelsel gestip.

   (a) Reflekteer punte A en B in die *x*-as (horisontale spieël) en dan in die *y*-as (vertikale spieël).

   (b) Wat is die koördinate van die beelde van punte A en B as dit in die *x*-as gereflekteer word?

   ....

   (c) Wat is die koördinate van die beelde van punte A en B as dit in die *y*-as gereflekteer word?

   ....

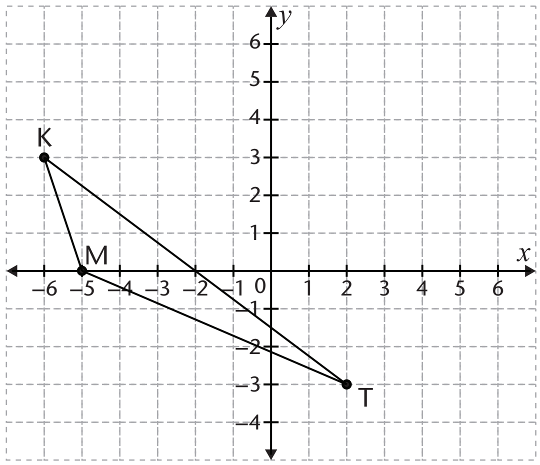
(d) Vergelyk die koördinate van punte A en B met die koördinate van hulle beelde. Wat merk jy op?

....

....

....

2. Punte K, M en T word op die koördinaatstelsel gestip.



(a) Skryf die koördinate van punte K, M en T neer.

....

(b) Reflekteer elke punt in die x-as en skryf die koördinate van K', M' en T' neer.

....

(c) Reflekteer punte K, M en T in die y-as en skryf die koördinate van K'', M'' en T'' neer.

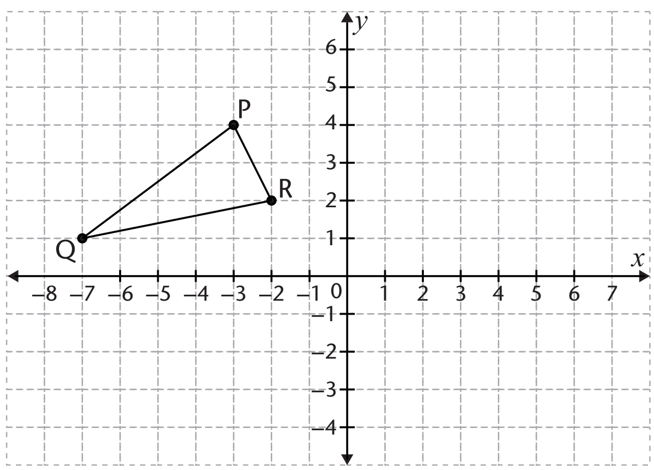
....

(d) Verbind punte K, M en T om 'n driehoek te vorm. Doen dieselfde met punte K', M' en T', en met punte K'', M'' en T''.

(e) Is al drie driehoeke kongruent aan mekaar? ....

REFLEKTEER DRIEHOEKE IN DIE x-AS OF IN DIE y-AS

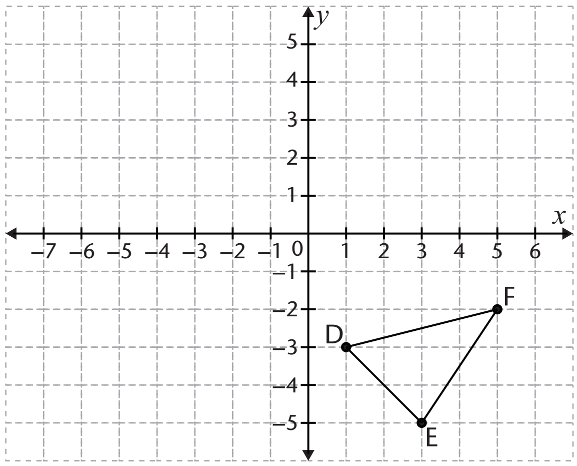
Wanneer jy 'n driehoek reflekteer, moet jy by die hoekpunte begin en daarna die gereflekteerde punte verbind.



1. (a) Reflekteer ΔPQR in die x-as.

   (b) Reflekteer ΔPQR in die y-as.

2. (a) Reflekteer ΔDEF in die x-as.
   (b) Reflekteer ΔDEF in die y-as.



3. Die koördinate van die hoekpunte van drie driehoeke word in die tabel hier onder gegee. Skryf die koördinate vir elke refleksie van elke hoekpunt in die x-as of in die y-as neer, soos gevra.

(a)

Hoekpunte van driehoek	**Refleksie in die *x*-as**
K(–4; 5)	
L(2; –5)	
M(–5; –3)	

(b)

Hoekpunte van driehoek	**Refleksie in die *y*-as**
X(–1; 3)	
Y(–2; –3)	
Z(4; 1)	

(c)

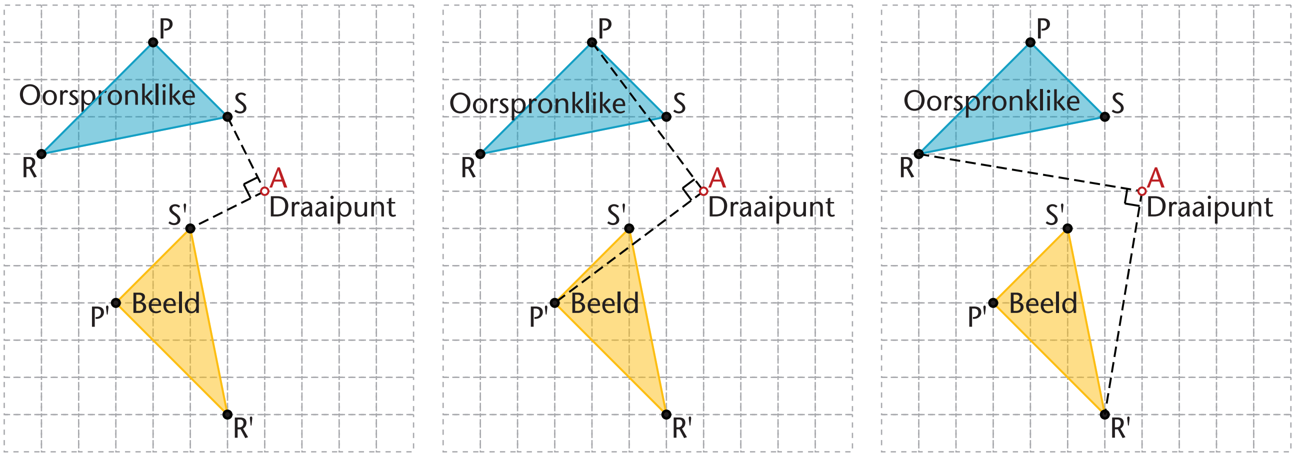
Hoekpunte van driehoek	**Refleksie in die *y*-as**	**Refleksie in die *x*-as**
D(–2; 5)		
E(0; –3)		
G(2; 0)		

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 184 2014/09/04 10:13:57 AM

12.4 Rotasie op die koördinaatstelsel

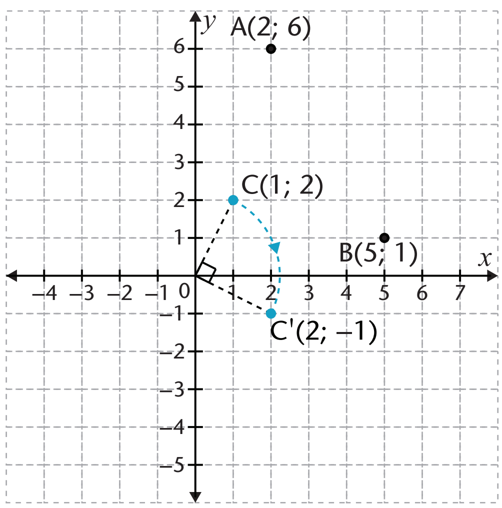
Die afstand van die draaipunt (of rotasiepunt) na enige punt op die oorspronklike figuur is gelyk aan die afstand van die draaipunt na sy ooreenstemmende punt op die beeld. In die diagramme hier onder is SA = S'A, PA = P'A en RA = R'A.

Die hoek wat gevorm word deur die lynstuk wat 'n oorspronklike punt (S of P of R) met die draaipunt (A) verbind en die lynstuk wat die beeldpunt (S', P', R') met die draaipunt (A) verbind, is gelyk aan die hoek van rotasie. In die diagramme is die driehoek deur 90° geroteer, dus is $S\hat{A}S' = 90°$, $P\hat{A}P' = 90°$ en $R\hat{A}R' = 90°$.



Die draaipunt kan enige punt op die koördinaatstelsel wees. Vanjaar gaan jy fokus op rotasie om die punt (0; 0), wat die **oorsprong** genoem word. 'n Punt, lynstuk of figuur kan kloksgewys of antikloksgewys deur enige getal grade om die draaipunt gedraai word.

ROTASIE VAN PUNTE EN FIGURE OM DIE OORSPRONG



1. Punt C in die diagram is 90° kloksgewys om die oorsprong geroteer.
   (a) Roteer punte A en B 90° kloksgewys om die oorsprong.
   (b) Skryf die koördinate van punte A' en B' neer.

   ....

   (c) Verbind punte A, B en C om 'n driehoek te vorm. Verbind ook punte A', B' en C'.
   (d) Is die driehoek en sy beeld kongruent aan mekaar?

   ....

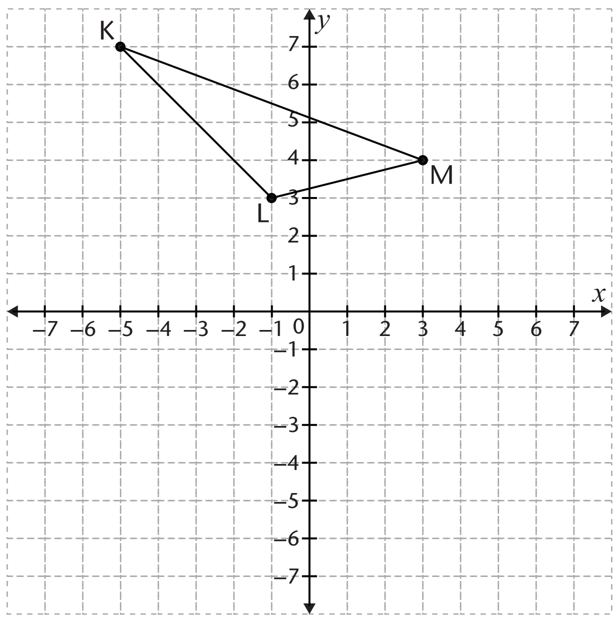
(e) Vergelyk die koördinate van punte A, B en C met die koördinate van hulle beelde. Wat merk jy op?

....

....

....

2. (a) Skryf die koördinate van punte K, L en M neer.



....

....

(b) Draai punte K, L en M 90° antikloksgewys om die oorsprong.

(c) Skryf die koördinate van die beeld neer.

....

(d) Draai punte K, L en M 180° om die oorsprong.

(e) Skryf die koördinate van K'', L'' en M'' neer.

....

(f) Weet jy hoekom dit in vraag (d) nie nodig was om "kloksgewys" of "antikloksgewys" te sê nie?

....

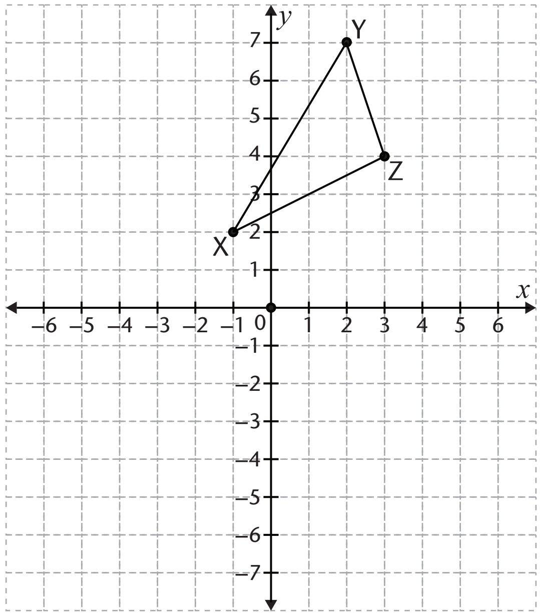
....

....

....

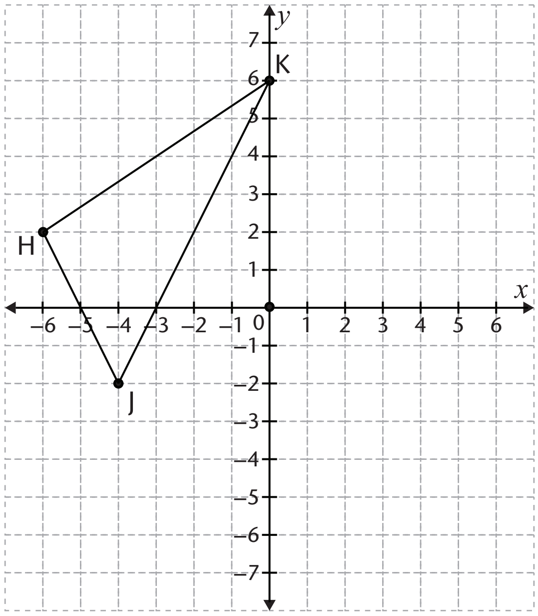
3. Draai die driehoeke soos gevra en skryf die koördinate van die hoekpunte van elke driehoek na die rotasie neer.

(a) 180° om die oorsprong



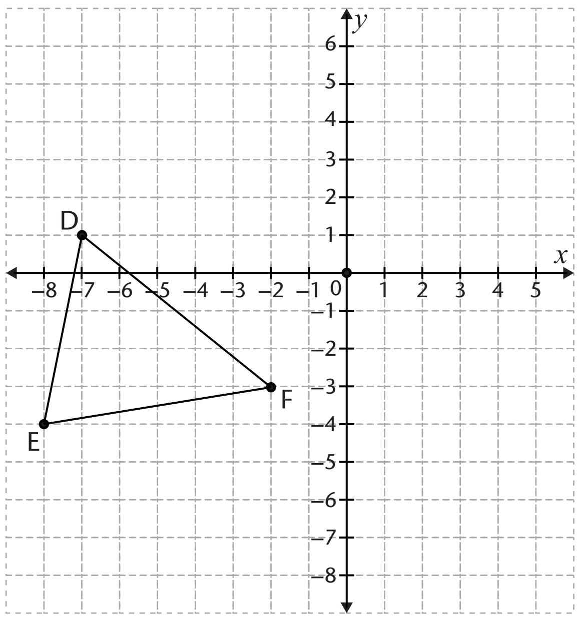
....

(b) 90° kloksgewys om die oorsprong



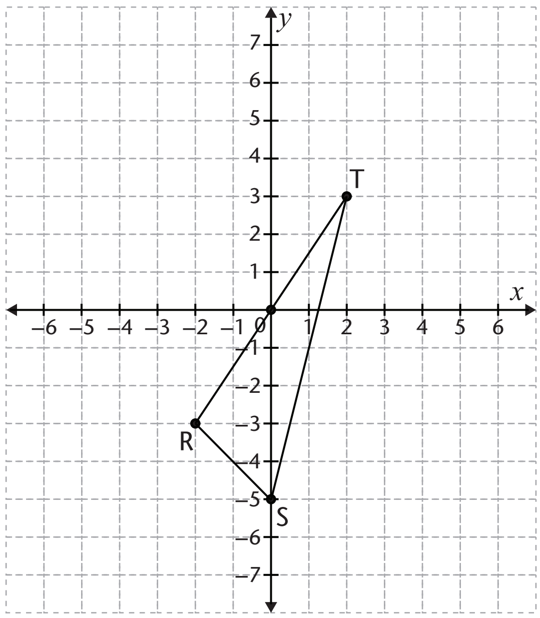
....

(c) 90° antikloksgewys om die oorsprong



....

(d) 180° om die oorsprong



....

4. Skryf die koördinate van elke beeldpunt ná hierdie transformasies neer:
   (a) draai 180° om die oorsprong: K(–1; 0); C(1; 1); N(3; –2)

   ....

   (b) draai 90° kloksgewys om die oorsprong: L(1; 3); Z(5; 5); F(4; 2)

   ....

   (c) draai 90° antikloksgewys om die oorsprong: S(1; –4); W(1; 0); J(3; –4)

   ....

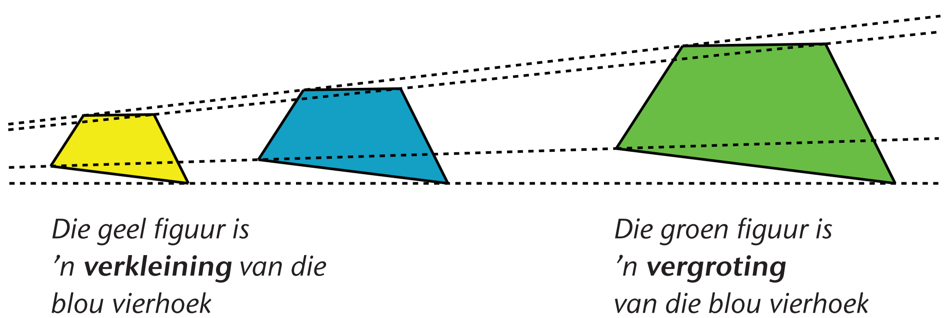
   (d) draai 180° om die oorsprong: V(–5; –3); A(–3; 1); G(0; –3)

   ....

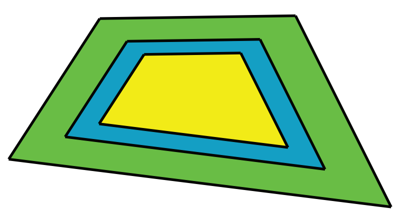
12.5 Vergrotings en verkleinings

BEREKEN EN GEBRUIK SKAALFAKTORE

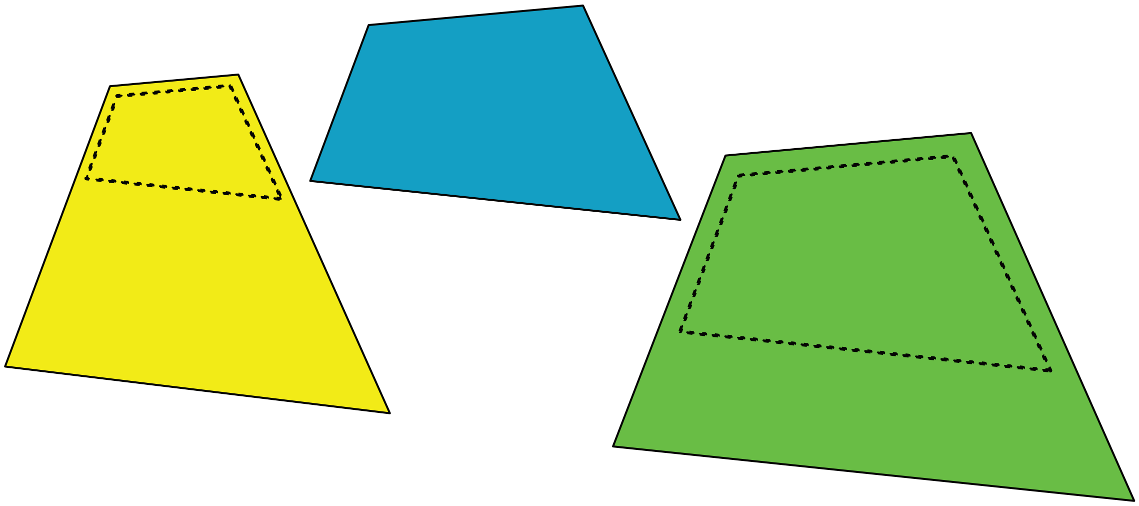
’n Figuur kan groter of kleiner gemaak word sonder om sy vorm te verander.



’n Figuur word slegs ’n vergroting of verkleining van ’n ander figuur genoem as die twee figure **dieselfde vorm** het. Die vorm van die twee figure kan slegs dieselfde wees **as al die ooreenstemmende hoeke gelyk is**.



Selfs as die hoeke gelyk is, kan twee figure se vorm verskil. As die ooreenstemmende hoeke gelyk is, is een figuur nie noodwendig 'n vergroting of verkleining van die ander figuur nie.



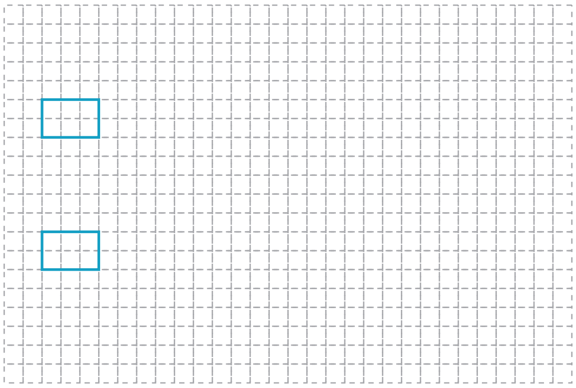
Alhoewel die hoeke ewe groot is, is die geel en groen figure hier bo nie vergrotings van die blou figuur nie.

Wanneer 'n figuur met reguit sye vergroot of verklein word, word die lengtes van die sye vermeerder of verminder. Om die lengte van die sye van die nuwe figuur te kry, word die lengte van die sye van die oorspronklike figuur met dieselfde getal vermenigvuldig.

Hierdie getal word die **skaalfaktor** van die vergroting of verkleining genoem.

Die skaalfaktor vir 'n **vergroting** is groter as 1. Die skaalfaktor vir 'n **verkleining** is kleiner as 1.

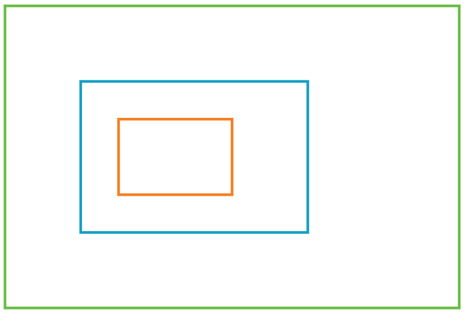
1. Teken 'n groter reghoek ABCD op die rooster hier onder, met elke sy 5 keer so lank as die blou reghoek s'n. Teken ook 'n groter reghoek PQRS, met elke sy 5 eenhede langer as die blou reghoek s'n.



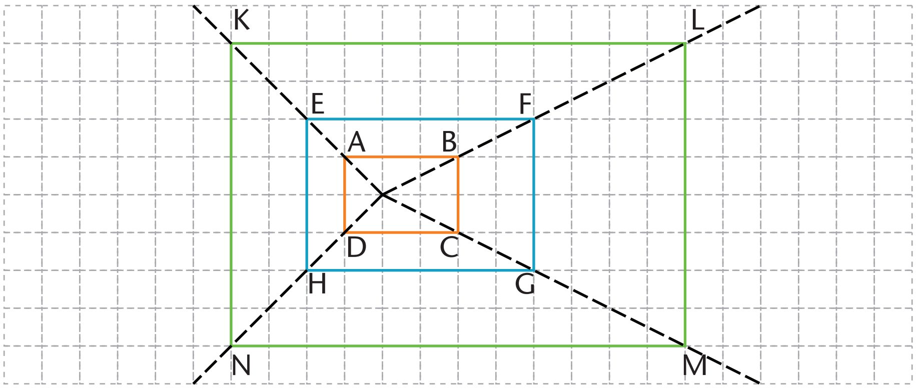
Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 189 2014/09/04 10:13:59 AM

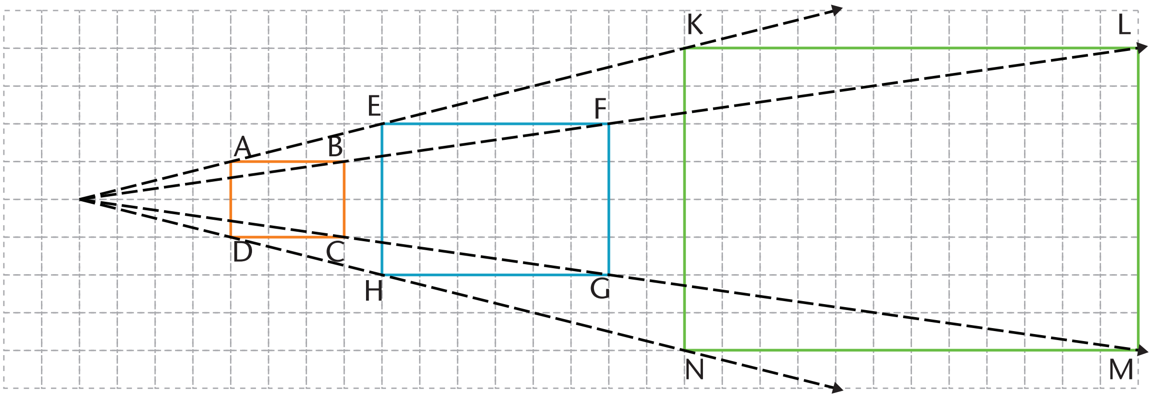
’n Figuur word slegs ’n vergroting of verkleining van ’n ander figuur genoem as die **ooreenstemmende hoeke gelyk** is en die **verhouding tussen die ooreenstemmende sye dieselfde** is vir alle pare ooreenstemmende hoeke en sye van die twee figure. Dit word hier onder gedemonstreer.

Die groen reghoek op regterhand is ’n vergroting van die blou reghoek. Die oranje reghoek is ’n verkleining van die blou reghoek.



In die volgende diagramme word dieselfde reghoeke op ’n rooster gewys. So is dit maklik om die lengtes van die ooreenstemmende sye te vergelyk en om die verhouding tussen die lengtes van die sye te bereken.





KLMN is ’n vergroting van EFGH.

Let op dat $\frac{LM}{FG} = 8:4 = 2$, $\frac{MN}{GH} = 12:6 = 2$, $\frac{NK}{HE} = 8:4 = 2$ en $\frac{KL}{EF} = 12:6 = 2$.

Die verhouding tussen die lengtes van die ooreenstemmende sye is 2, vir al vier pare ooreenstemmende sye.

Ons sê: Die **skaalfaktor** van die vergroting van EFGH na KLMN is 2.

Om verwarring te voorkom, noem wiskundiges gewoonlik eers die afmetings van die beeld wanneer verhoudings gevorm word.

ABCD is 'n verkleining van EFGH.

Let op dat $\frac{BC}{FG} = 2:4 = \frac{1}{2}$, $\frac{CD}{GH} = 3:6 = \frac{1}{2}$, $\frac{DA}{HE} = 2:4 = \frac{1}{2}$ en $\frac{AB}{EF} = 3:6 = \frac{1}{2}$.

Die verhouding tussen die lengtes van die ooreenstemmende sye is $\frac{1}{2}$, vir al vier pare van ooreenstemmende sye. Die skaalfaktor van die verkleining van EFGH na ABCD is $\frac{1}{2}$.

2. (a) Wat is die skaalfaktor van die vergroting van ABCD na KLMN?

....

(b) Wat is die skaalfaktor van die verkleining van KLMN na EFGH?

....

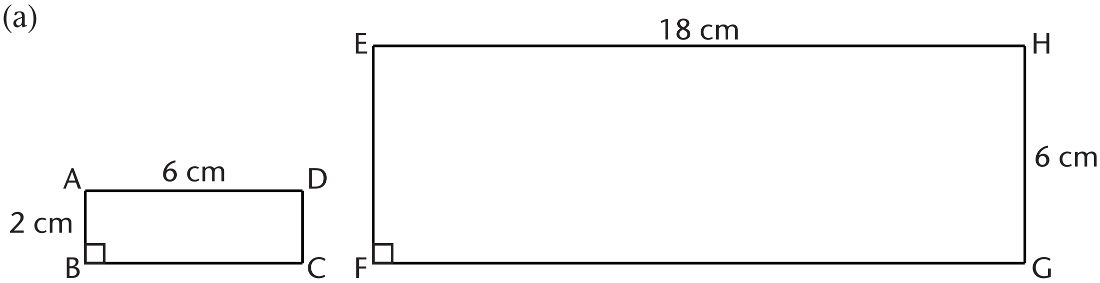
3. 'n Reghoekige vorm op 'n foto is 3 mm breed en 4 mm lank. Die foto word met 'n skaalfaktor van 5 vergroot. Wat is die breedte en die lengte van die reghoekige vorm op die vergrote foto?

....

Ons werk die skaalfaktor uit deur die verhouding van die lengtes van die ooreenstemmende sye van die twee figure te bereken. As die verhouding dieselfde is, sê ons dat die ooreenstemmende sye **in verhouding** is. Dit beteken dat die tweede figuur (die beeld) 'n verkleining of 'n vergroting van die eerste figuur (die oorspronklike) is.

4. Stel vas of die tweede figuur in elk van die volgende pare van figure 'n vergroting, 'n verkleining, of nie een van die twee is nie. Werk elke keer ook albei figure se omtrek uit.

(a)



....

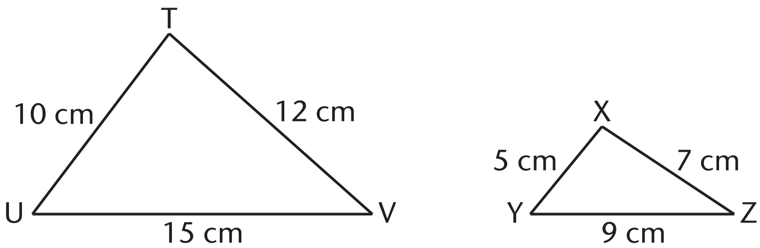
....

....

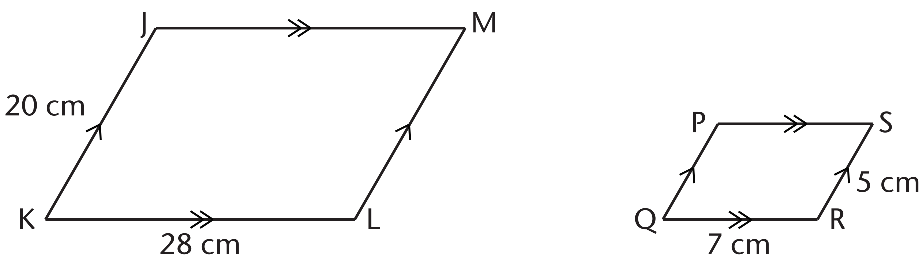
....

....

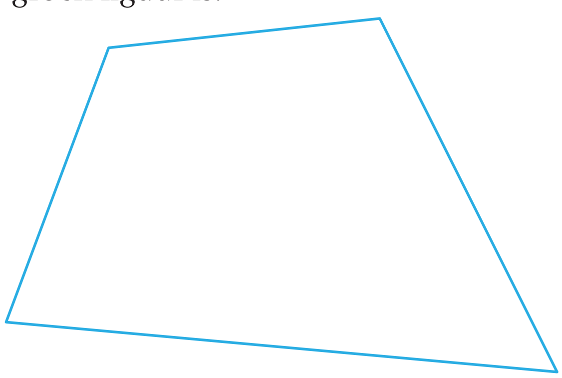
(b)

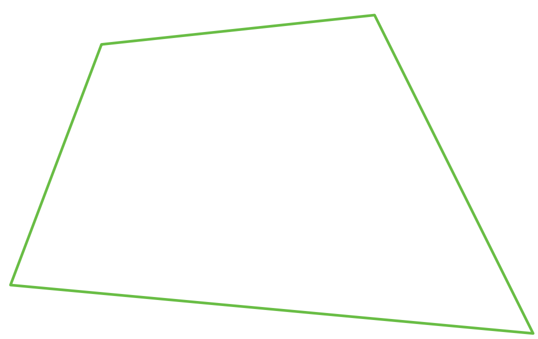


(c)



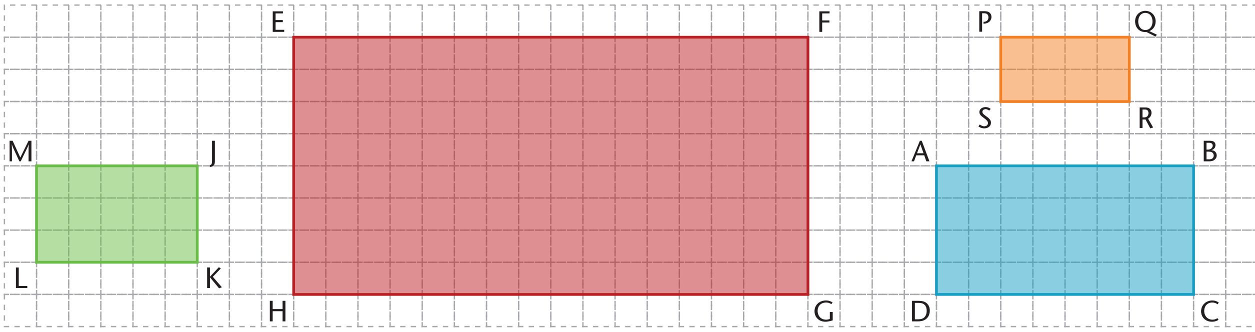
5. Meet en doen berekeninge om vas te stel of die blou figuur 'n vergroting van die groen figuur is.





DIE EFFEK VAN VERGROTINGS EN VERKLEININGS OP OMTREK EN OPPERVLAKTE

Bekyk die reghoeke hier onder.



1. (a) Dink jy EFGH is 'n vergroting van MJKL? ....
   (b) Dink jy PQRS is 'n verkleining van EFGH? ....
   (c) Dink jy EFGH is 'n vergroting van ABCD? ....

2. (a) Bereken $\frac{EF}{MJ}$, $\frac{FG}{JK}$, $\frac{GH}{KL}$ en $\frac{HE}{LM}$.

   ....

   (b) Is EFGH 'n vergroting van MJKL? ....
   (c) As EFGH 'n vergroting van MJKL is, wat is die skaalfaktor? ....

3. (a) Bereken $\frac{PQ}{EF}$, $\frac{QR}{FG}$, $\frac{RS}{GH}$ en $\frac{SP}{HE}$.

   ....

   (b) Is PQRS 'n verkleining van EFGH? ....
   (c) As PQRS 'n verkleining van EFGH is, wat is die skaalfaktor? ....

4. (a) Bereken $\frac{EF}{AB}$, $\frac{FG}{BC}$, $\frac{GH}{CD}$ en $\frac{HE}{DA}$.

   ....

   (b) Is EFGH 'n vergroting van ABCD? ....
   (c) As EFGH 'n vergroting is van ABCD, wat is die skaalfaktor? ....

5. Stem jy saam of verskil jy van die volgende stellings?
   (a) Omtrek van vergroting/verkleining = omtrek van oorspronklike × skaalfaktor ......
   (b) Oppervlakte van vergroting/verkleining = oppervlakte van oorspronklike × (skaalfaktor)^2 ....

BEREKEN DIE OMTREK EN OPPERVLAKTE VAN VERGROTE OF VERKLEINDE FIGURE

1. Die omtrek van reghoek DEFG = 20 cm en sy oppervlakte = 16 cm². Bepaal die omtrek en oppervlakte van die vergrote reghoek D'E'F'G' as die skaalfaktor 3 is.

   ....

   ....

2. Die omtrek van ΔJKL = 120 cm en sy oppervlakte = 600 cm². Bepaal die omtrek en oppervlakte van die verkleinde ΔJ'K'L' as die skaalfaktor 0,5 is.

   ....

   ....

3. Die omtrek van vierhoek PQRS = 30 mm en sy oppervlakte is 50 mm². Bereken die omtrek en oppervlakte van vierhoek P'Q'R'S' as die skaalfaktor $\frac{1}{5}$ is.

   ....

   ....

4. Die omtrek van ΔSTU = 51 cm en sy oppervlakte is 12 cm². Bereken die omtrek en oppervlakte van ΔS'T'U' as die skaalfaktor $\frac{1}{3}$ is.

   ....

   ....

5. Die omtrek van 'n vierkant = 48 m.
   (a) Wat is die omtrek van die vierkant as die lengte van elke sy verdubbel?

   ....

   (b) Sal die oppervlakte van die vergrote vierkant 2 of 4 keer dié van die oorspronklike vierkant wees? ....

6. Die omtrek van ΔDEF = 7 cm en die omtrek van ΔD'E'F' = 21 cm. Wat is die skaalfaktor van vergroting? Hoeveel keer is die oppervlakte van ΔD'E'F' groter as die oppervlakte van ΔDEF?

   ....

   ....

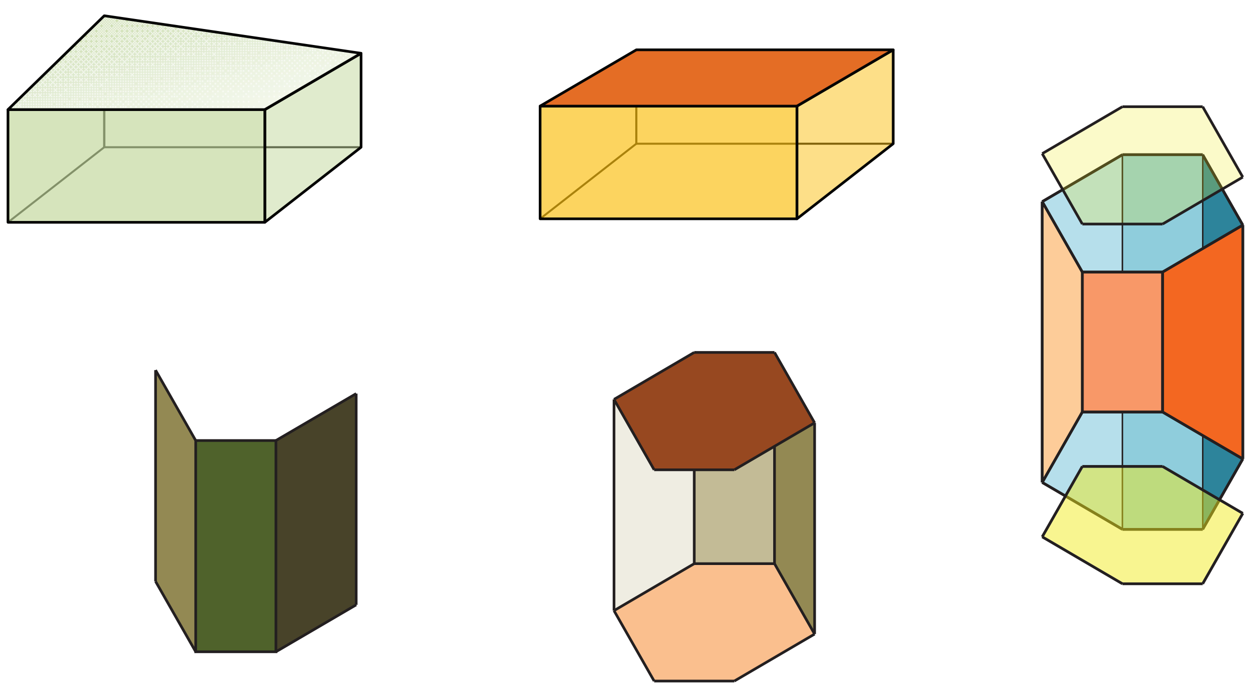
7. Vierhoek ADFS se omtrek is 26 cm en vierhoek A'D'F'S' se omtrek is 13 cm. Hoeveel keer is die oppervlakte van vierhoek A'D'F'S' groter as die van vierhoek ADFS?

   ....

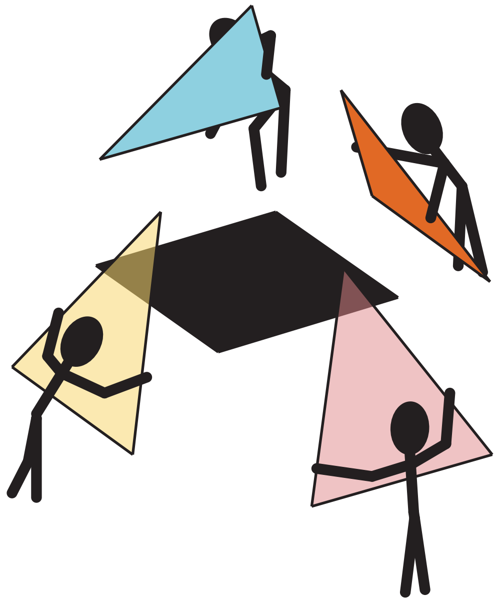
   ....

Hoofstuk 13
Meetkunde van 3D-voorwerpe

In hierdie hoofstuk gaan jy hersiening doen van dit wat jy alreeds weet oor verskillende soorte 3D-voorwerpe en hoe hulle beskryf kan word in terme van hulle getal vlakke, die vorm van die vlakke en die getal rande. Jy sal akkurate nette teken en modelle bou van prismas en piramides. Jy sal ook die sogenaamde "Platoniese liggame" ondersoek en leer van 'n verrassende verband tussen die getal hoekpunte, rande en vlakke van verskillende veelvlakke.

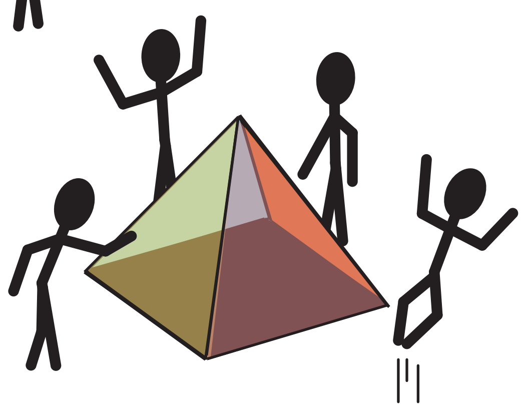


Die vier mans wil die vier glasplate rondom die swart basis opstel om 'n piramide te bou.

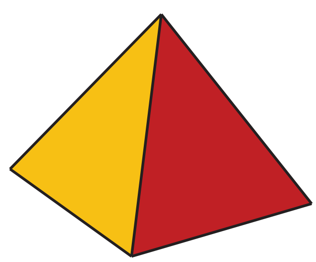


Die geel en die pienk glasplate is nou op hulle plek.

Die werk is gedoen, die piramide staan!
Sou jy graag binne-in wou wees?
Hulle besluit om die vier glasplate te verf
sodat 'n mens nie kan insien nie.



Nou kan jy nie inkyk nie, en jy kan ook nie sien dat die diagram 'n 3D-voorwerp voorstel nie.

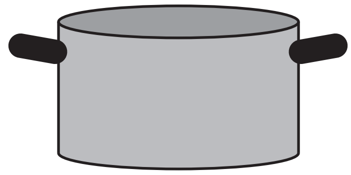


13 Meetkunde van 3D-voorwerpe

13.1 Hersiening: 3D-voorwerpe

DINK AAN RUIMTE WANNEER JY NA PRENTE EN TEKENINGE KYK

Die meeste voorwerpe wat ons rondom ons sien, soos vrugte, diere, bome, mense en motors, het geboë of ronde vlakke. Party voorwerpe soos 'n pan of 'n pot om in te kook, het ronde en plat vlakke. Die ronde boom van 'n pot of pan moet plat wees sodat dit goeie kontak met die stoofplaat kan maak.

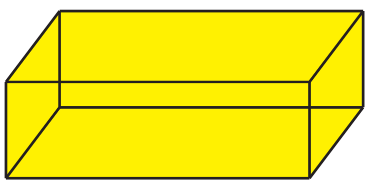


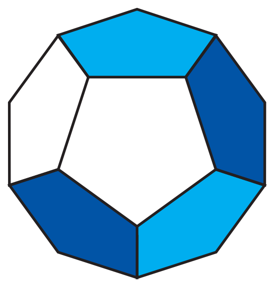
1. (a) Behoort die blad van 'n tafel of 'n lessenaar plat of gerond te wees? ....

   (b) Ons eet met messe, vurke en lepels. Watter van hierdie voorwerpe het gewoonlik geboë vlakke?

   ....

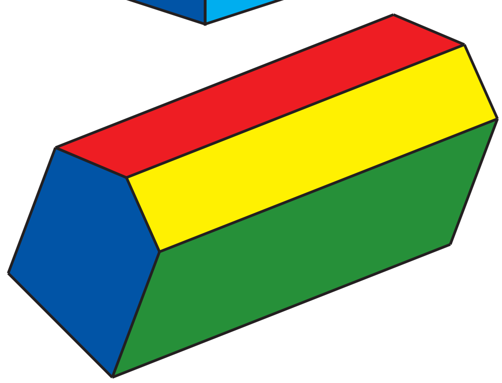
Hierdie hoofstuk gaan oor voorwerpe wat slegs plat vlakke het, soos die hier onder.





Die voorste, regterkantse en boonste vlakke in die tekening hier bo is deursigtig sodat jy die vlakke agter hulle ook kan sien.

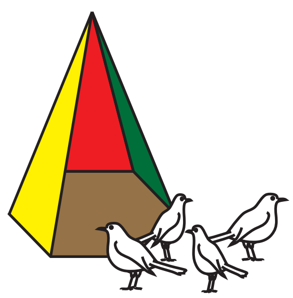
Let op na hierdie vreemde boks met verskillende kleure op sy verskillende vlakke.



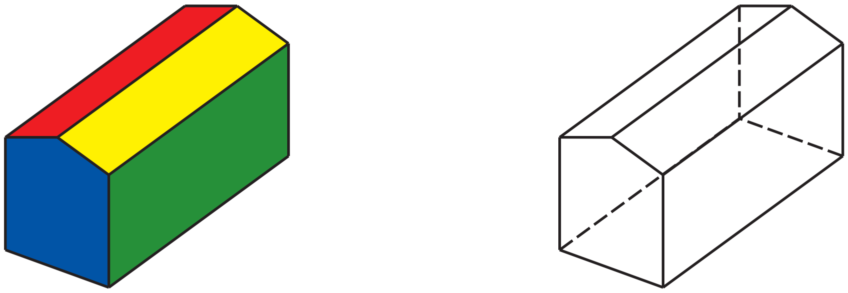
2. Dink jy daar is genoeg spasie vir al die voëls in die tent hier regs?

   ....

   ....



3. Die vreemde boks van die vorige bladsy, met slegs plat vlakke word hier onder gewys. In die tekening van dieselfde boks hier onder regs is stippellyne gebruik om rande en vlakke aan te dui wat nie op die gekleurde tekening te sien is nie.



   (a) Hoeveel vlakke het hierdie voorwerp altesaam? ....

   (b) Hoeveel vlakke kan nie op die gekleurde tekening gesien word nie? ....

   (c) Hoeveel van die vlakke is reghoeke? ....

   (d) Hoeveel van die vlakke is vyfhoeke (pentagone)? ....

’n 3D-voorwerp met **slegs plat vlakke** word ’n **veelvlak** (**poliëder**) genoem.

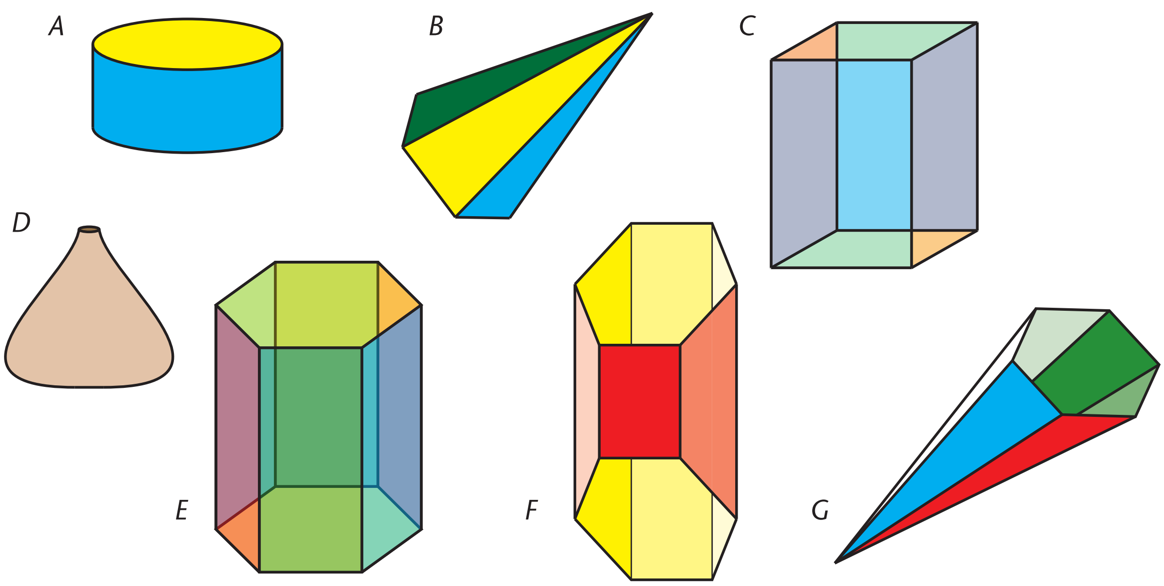
’n Reguit **rand** word gevorm waar twee plat vlakke ontmoet. Die punt waar twee of meer vlakke ontmoet word ’n **hoekpunt** genoem.

Die woord **poliëder** (uit Grieks) beteken ‘baie sitplekke’ (vlakke) en beskryf die vorm van so ’n voorwerp met baie plat vlakke.

4. (a) Hoeveel rande het die veelkleurige veelvlak in vraag 3? ....

   (b) Hoeveel hoekpunte het dit? ....

5. Watter van die voorwerpe hier onder is veelvlakke? ....



Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 198 2014/09/04 10:14:07 AM

TWEE SPESIALE SOORTE VEELVLAKKE

Veelvlakke soos C en E aan die onderkant van die vorige bladsy word **prismas** genoem. Veelvlakke soos B en G word **piramides** genoem.

1. Beskryf die verskille tussen prismas en piramides.

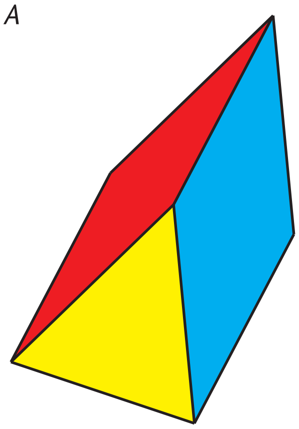
   ....

   ....

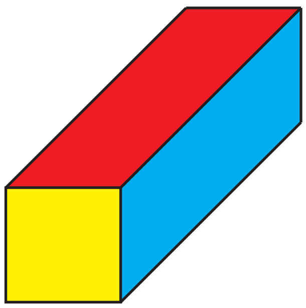
   ....

Hier is nog 'n klompie prente van **prismas**.

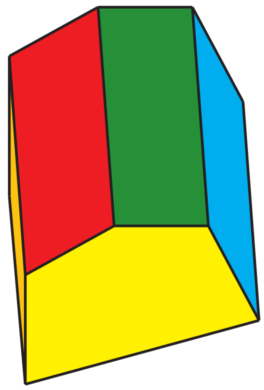
A



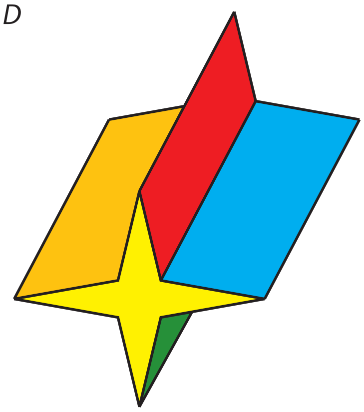
B



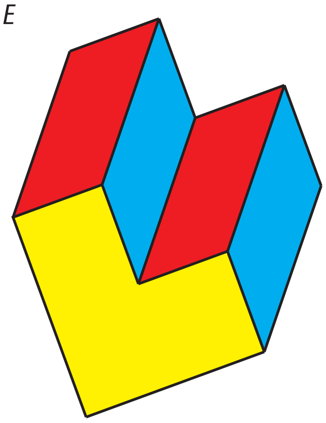
C



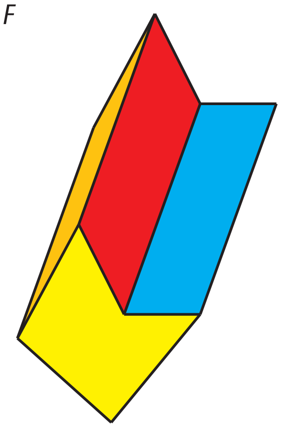
D



E



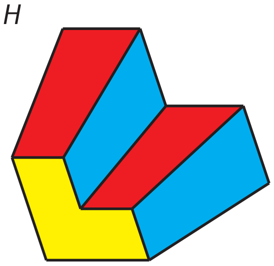
F



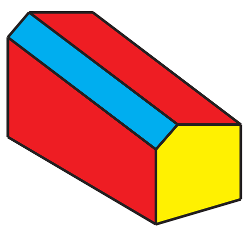
Die vier voorwerpe hier onder is veelvlakke, maar hulle is *nie* prismas of piramides nie.

G

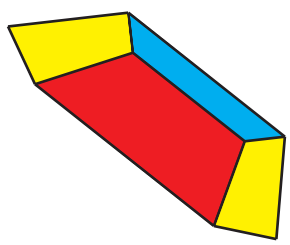
H



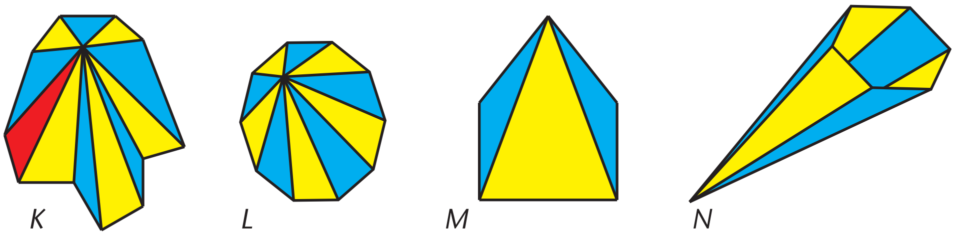
I



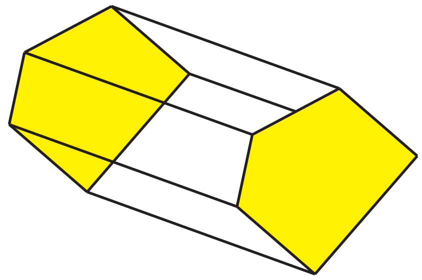
J



Hier onder is ’n paar sketse van piramides, met nog wat later volg.



’n **Prisma** het twee identiese, ewewydige vlakke (basisse genoem), wat deur parallelogramme (**syvlakke** of **laterale vlakke** genoem) verbind word. In die geval van ’n regte prisma, is die syvlakke loodreg op die basisse en is die syvlakke reghoeke.



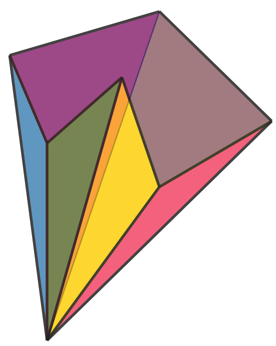
’n Prisma met vyfhoekige basisvlakke soos hierdie, word ’n **vyfhoekige prisma** genoem.

2. (a) Watter sketse op die vorige bladsy toon **vyfhoekige** prismas? ....

   (b) Watter skets op die vorige bladsy toon ’n **seshoekige** prisma? ....

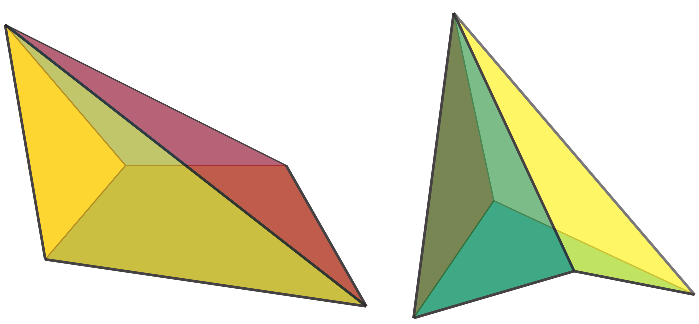
   (c) Watter skets op die vorige bladsy toon ’n **agthoekige** prisma? ....

’n **Piramide** het slegs een basis. Die syvlakke van ’n piramide bestaan uit driehoeke wat mekaar by die **toppunt** ontmoet.



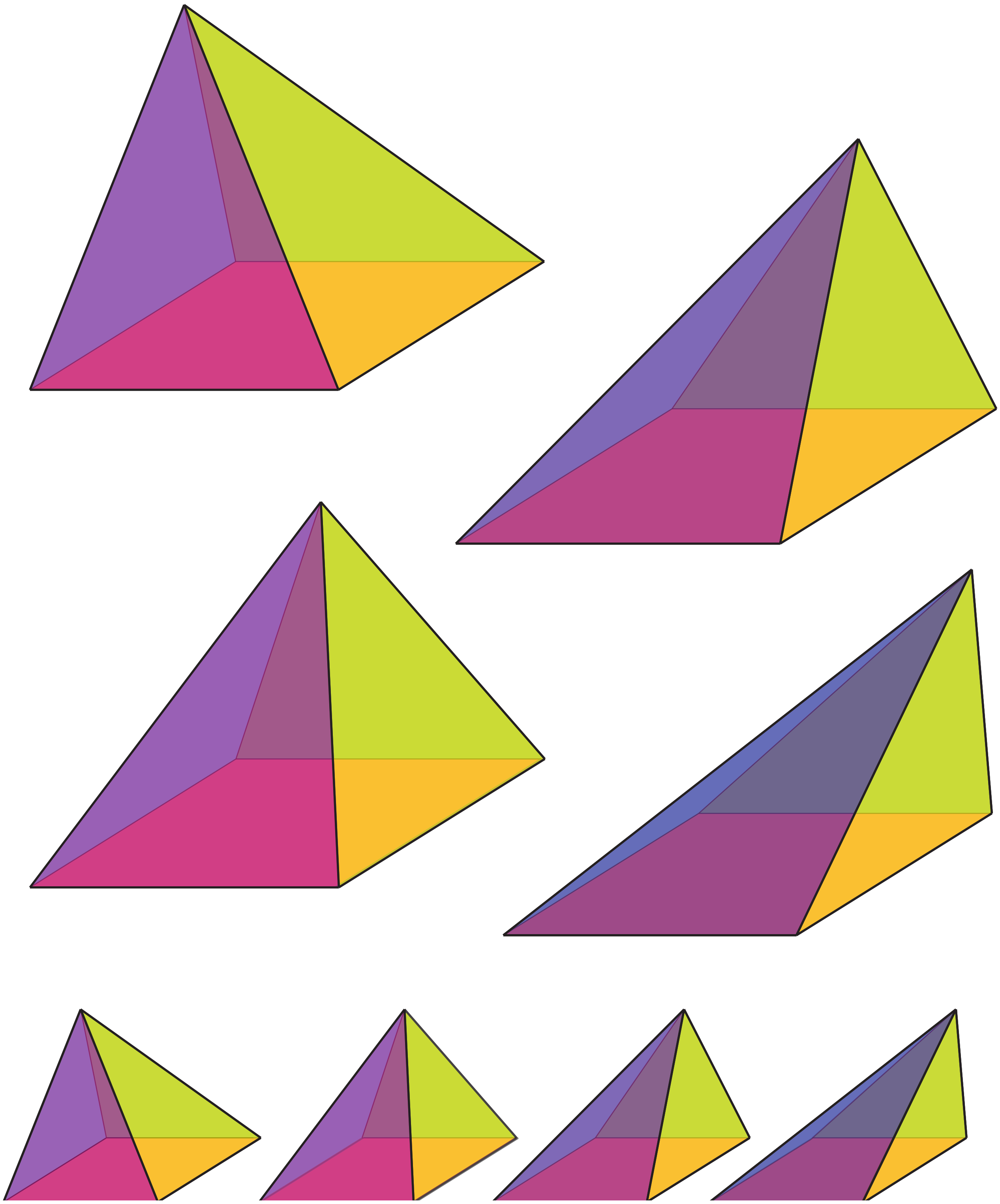
Die piramide hier regs is ’n **seshoekige piramide**.

Die twee piramides hier onder het vierhoeke as basisse en kan dus **vierhoekige piramides** genoem word.

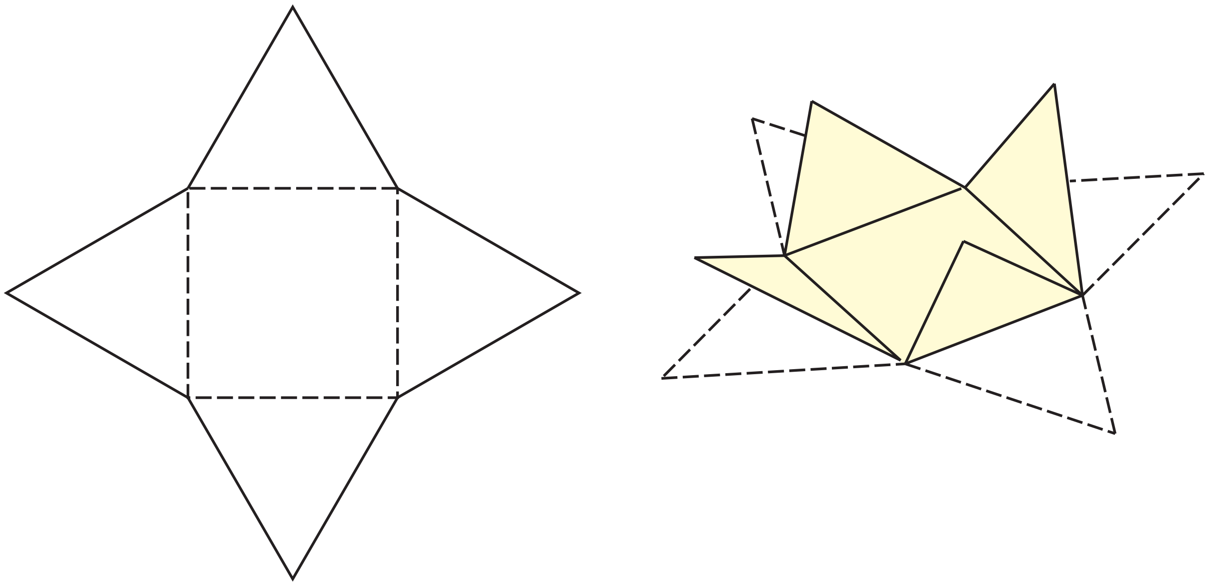


3. Watter skets boaan hierdie bladsy toon ’n seshoekige piramide? ....

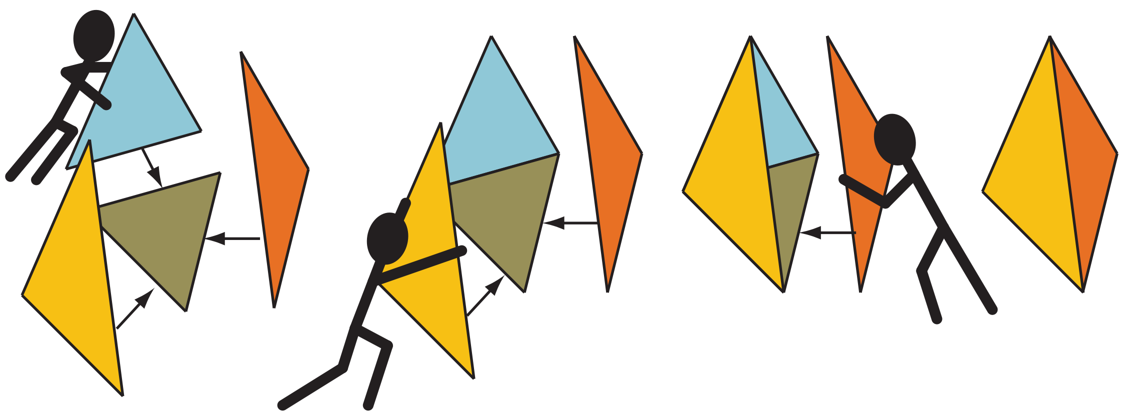
Hier onder is tekeninge van verskillende piramides met **vierkante** as basisse.

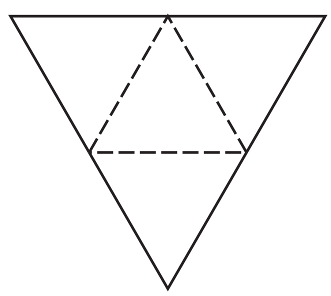


Jy kan ’n piramide met ’n vierkantige basis maak deur ’n diagram soos die een links onder te teken en uit te sny. Daarna vou jy die driehoeke op die stippellyne soos in die tekening op regterhand gewys word.



Hierdie mans bou ’n **driehoekige piramide** (met ’n driehoek as basis).





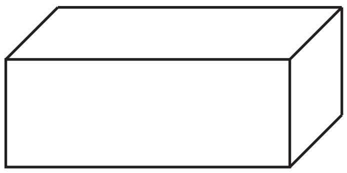
’n Driehoekige piramide word ook ’n **tetraëder** genoem, wat letterlik **viervlak** beteken.

’n Viervlak met vier identiese vlakke bestaande uit gelyksydige driehoeke word ’n **reëlmatige viervlak** (reëlmatige tetraëder) genoem.

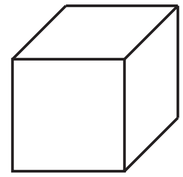
As jy ’n figuur soos die een hier regs teken en uitknip en die driehoeke op die stippellyne na bo vou, kan jy ’n reëlmatige viervlak maak. So ’n diagram wat uitgeknip en gevou kan word om ’n model van ’n veelvlak te maak, word ’n **net** of ’n **ontvouing** genoem.

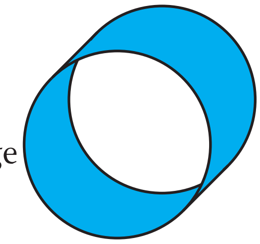
’n **Reëlmatige veelvlak** se vlakke is almal identies en is reëlmatige veelhoeke, met gelyke hoeke en sye.

’n Reghoekige prisma word ook ’n **kuboïed** genoem.



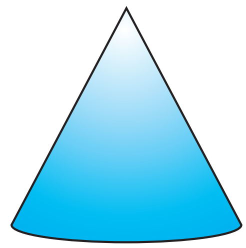
’n Kuboïed met vierkantige vlakke word ’n **kubus** genoem.



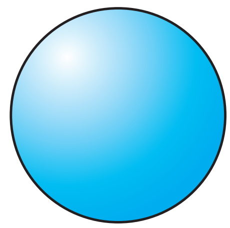


’n Voorwerp met twee identiese sirkelvormige basisse en een geboë vlak word ’n **silinder** genoem.

’n “Piramide” met ’n ronde basis word ’n **keël** genoem.

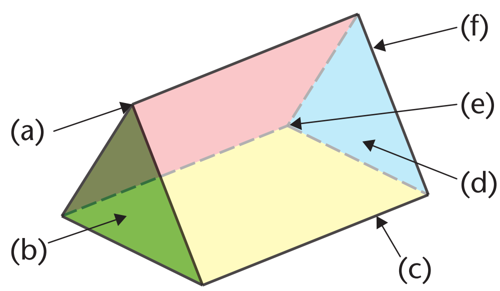


’n Voorwerp met die vorm van ’n bal, met ander woorde een geboë vlak met elke punt op sy oppervlak dieselfde afstand vanaf sy middelpunt, word ’n **sfeer** genoem.



Silinders, keëls en sfere is nie veelvlakke nie, want hulle het geboë vlakke. Onthou, ’n veelvlak het vlakke, rande en hoekpunte. Die vlakke is die plat vlakke. ’n Rand is die lyn waarlangs twee vlakke van ’n 3D-voorwerp ontmoet; dit verbind twee hoekpunte. ’n Hoekpunt is die punt waar die rande ontmoet.

4. Benoem (a) tot (f) op die figuur hier onder.
   (a) ....
   (b) ....
   (c) ....
   (d) ....
   (e) ....
   (f) ....



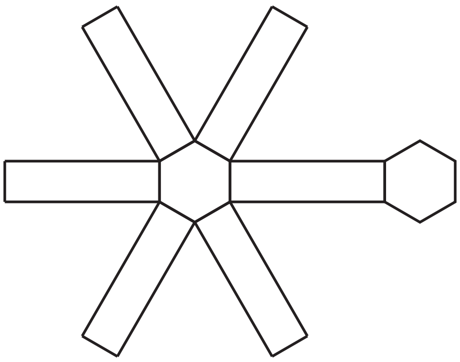
Driehoekige prisma

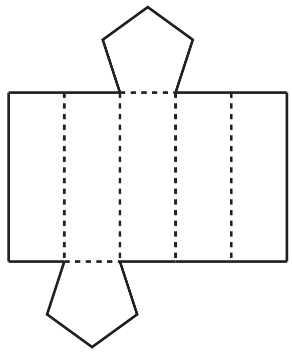
5. Leerders in ’n graad 8-klas het 3D-voorwerpe van karton gemaak. Kan jy sê watter soort figuur die volgende drie leerders gemaak het?
   (a) Adam se voorwerp het 8 hoekpunte en 12 rande. ....
   (b) Lea se voorwerp het 4 hoekpunte en 4 vlakke. ....
   (c) Marie se voorwerp het 12 rande en 6 kongruente vlakke. ....

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 203 2014/09/04 10:14:09 AM

6. Voltooi die tabel vir prismas. Tel die basisse ook as vlakke. As jy dit moeilik vind, kan dit jou help om vinnige ruwe sketse van nette vir sommige prismas te maak, soos die sketse onder die tabel.

Getal sye in elke basis	Getal vlakke	Getal hoekpunte	Getal rande	Vlakke + hoekpunte	Rande + 2
3	5	6	9		
4	6		12		
5					
6					
8					
10					





7. Voltooi die tabel vir piramides. Tel die basisse ook as vlakke.

Getal sye in elke basis	Getal vlakke	Getal hoekpunte	Getal rande	Vlakke + hoekpunte	Rande + 2
3	4	4	6		
4					
5					
6					
7					
9					

8. Kyk weer na jou antwoorde vir vrae 6 en 7. Is die stelling hier onder waar vir beide prismas en piramides?

die getal vlakke + die getal hoekpunte = 2 + die getal rande

Die stelling staan bekend as **Euler se formule** vir veelvlakke.

....

9. Is Euler se formule waar vir veelvlakke G, H, I en J op bladsy 199? ....

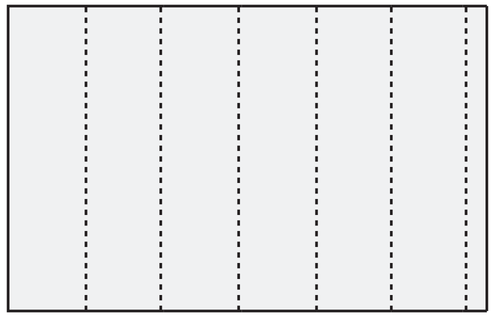
Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 204 2014/09/04 10:14:09 AM

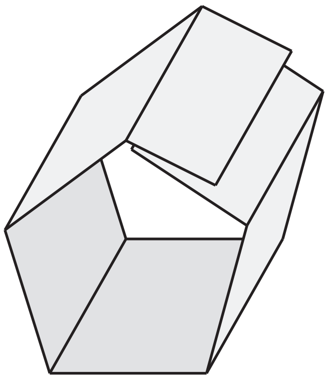
13.2 Nette en modelle van prismas en piramides

'N VINNIGE MANIER OM PRISMAS EN PIRAMIDES TE MAAK

Vou 'n A4-papier in stroke omtrent twee vingers breed, soos gewys op die skets hier regs.

Vou nou 'n buis met 5 of 6 vlakke op sy lengte, soos hier onder aangedui.

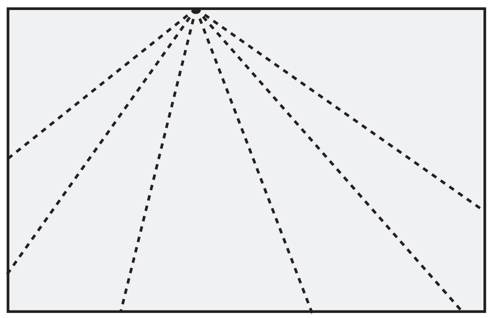


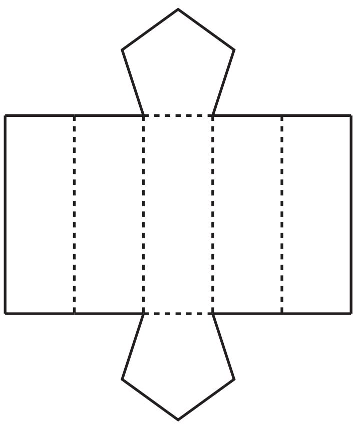


Met 'n bietjie ekstra werk kan jy nou 'n prisma van papier maak. Jy moet twee basisse uitsny sodat hulle presies sal pas.

Jy kan ook prismas met driehoekige, vierkantige, reghoekige, seshoekige en ander basisvorms op hierdie manier maak.

Jy kan 'n piramide op dieselfde manier maak, maar dis 'n bietjie moeiliker. Die papier moet, soos volgens die stippellyne op die skets aangedui, gevou word. Die moeilike deel is om dit so uit te sny dat jy 'n plat basis kry.



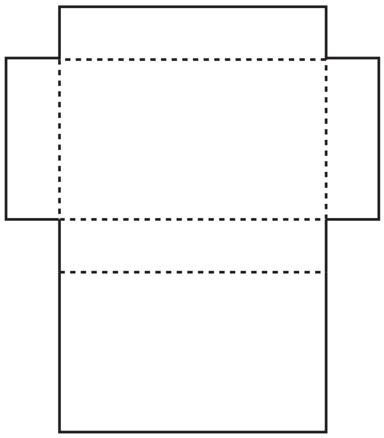


Behalwe dat dit moeilik is om die basis van die piramide plat te kry, het hierdie metode die nadeel dat jy aparte stukkies papier of materiaal moet gebruik om een voorwerp te maak. Dit sou beter werk as jy die hele voorwerp uit een stuk papier kon vou. Die vyfhoekige prisma hier links is op een vel papier geteken en dit kan uitgesny en op die stippellyne gevou word. Hierdie diagram word 'n **ontvouing** (**net**) van 'n prisma met 'n reëlmatige vyfhoek as basis genoem.

NETTE VIR VERSKILLENDE VEELVLAKKE

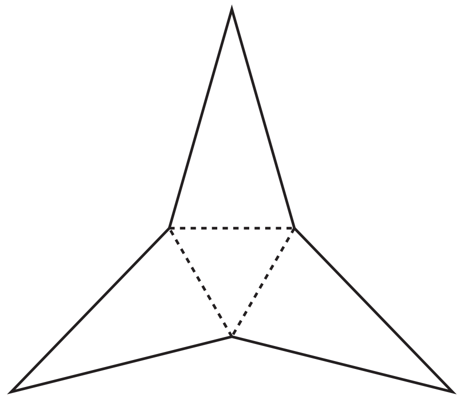
1. Benoem die veelvlak wat van elk van die volgende nette gemaak kan word:

(a)



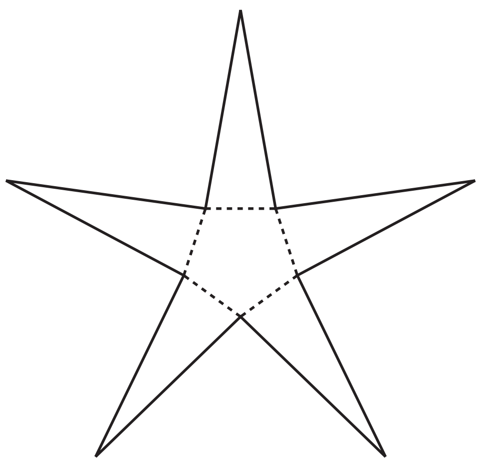
....

(b)



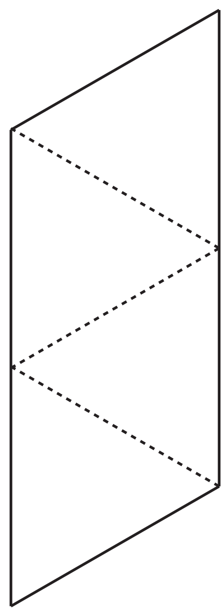
....

(c)



....

(d)

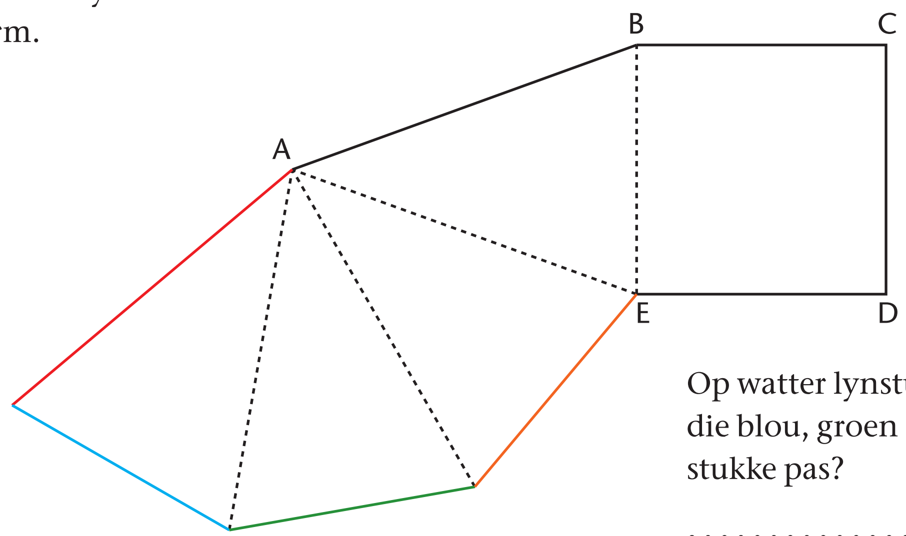


....

2. (a) Benoem die veelvlak wat gevorm word as die diagram hier onder uitgesny en op die stippellyne gevou word.

....

(b) As hierdie net in 'n veelvlak gevou word, sal die rooi lyn en AB saamkom om 'n rand te vorm.



Op watter lynstukke sal die blou, groen en oranje stukke pas?

....

....

....

3. (a) Benoem die veelvlak wat gevorm word as die diagram hier onder op die soliede lyne uitgesny en op die stippellyne gevou word.

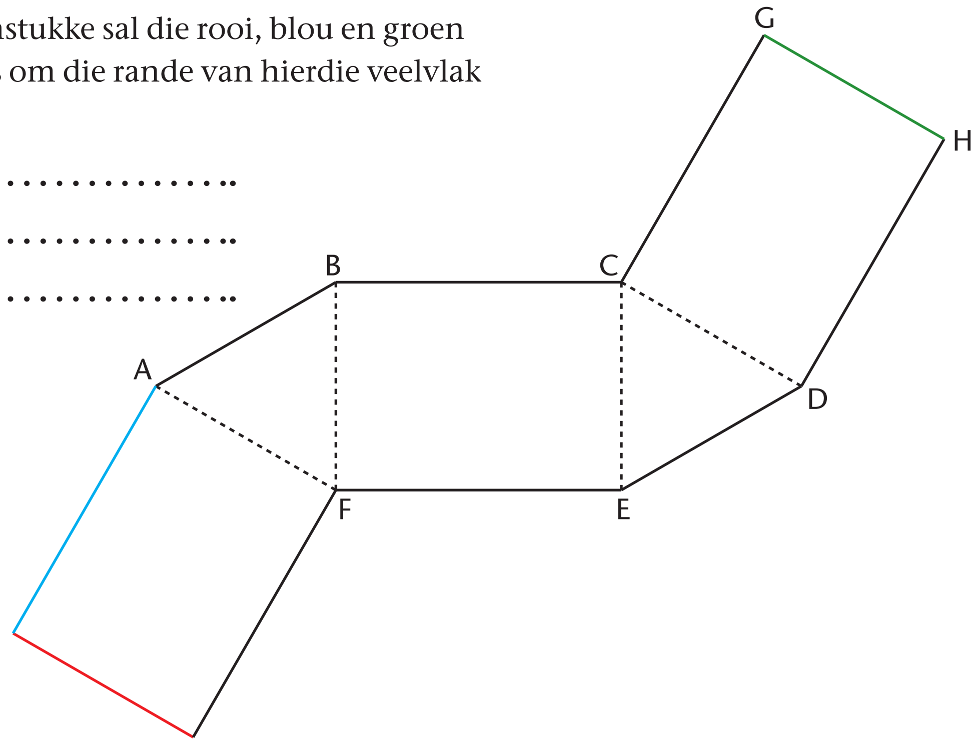
....

(b) Op watter lynstukke sal die rooi, blou en groen lynstukke pas om die rande van hierdie veelvlak te vorm?

....

....

....



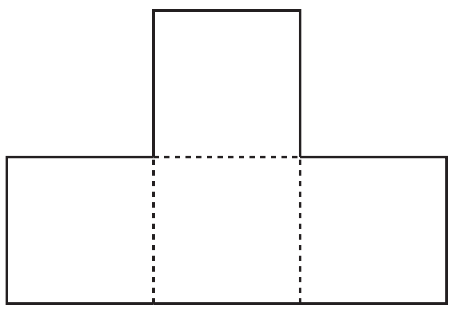
4. Die diagramme hier onder en op die volgende bladsy vorm nette van die volgende voorwerpe:

’n vierkantige piramide	’n driehoekige prisma
’n agthoekige piramide	’n seshoekige prisma
’n kuboïed	’n kubus

Skryf onder elke diagram die naam van die voorwerp waarvan dit ’n net is. Daar mag meer as een net vir party voorwerpe wees. Skryf “geen” as die diagram nie ’n net vir enige prisma of piramide is nie.

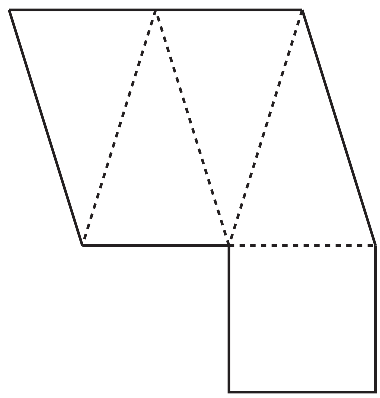
’n Diagram word slegs ’n **net** van ’n voorwerp genoem as die uitgesnyde diagram gevou kan word om **al** die vlakke van die voorwerp daar te stel.

(a)



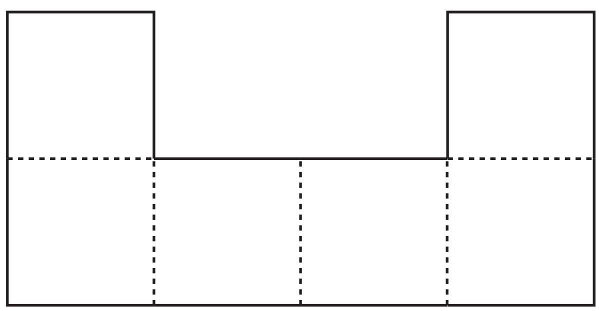
....

(b)



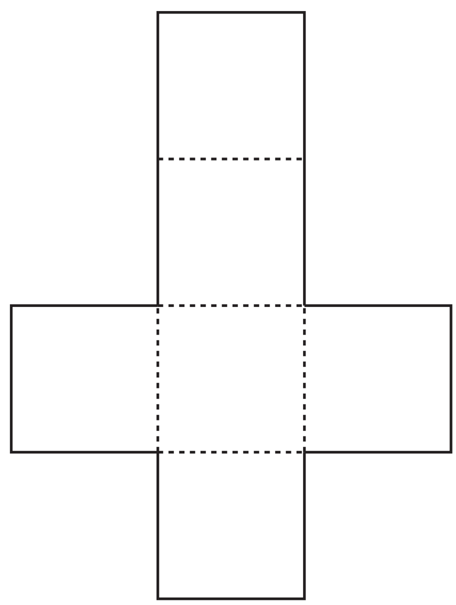
....

(c)



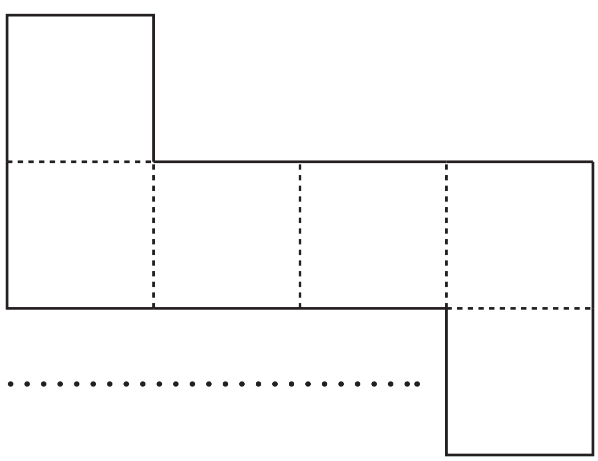
....

(d)



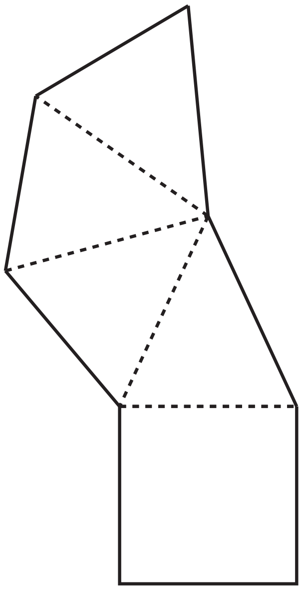
....

(e)



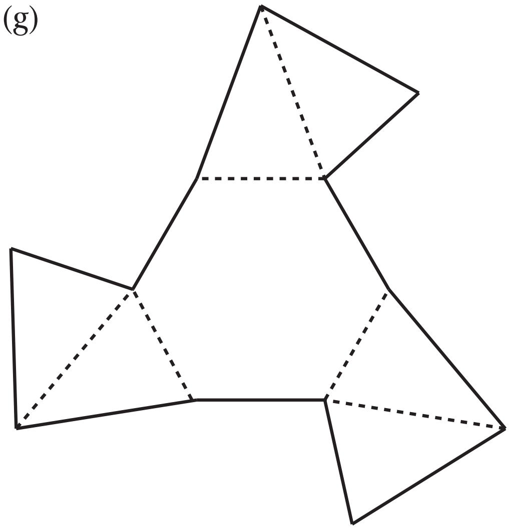
....

(f)



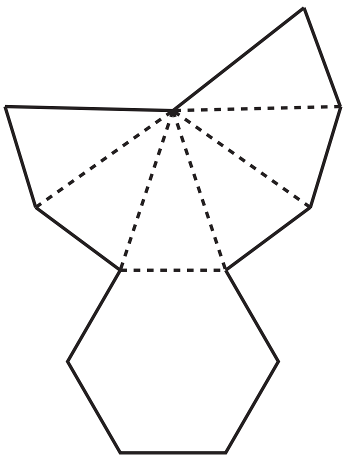
....

(g)



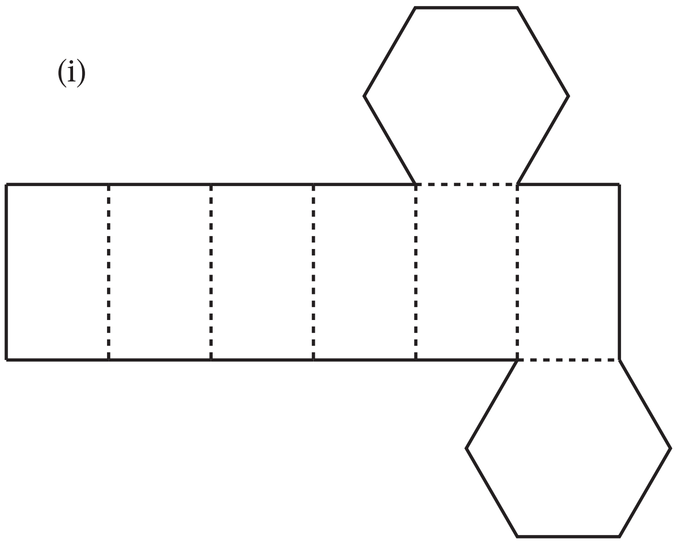
....

(h)



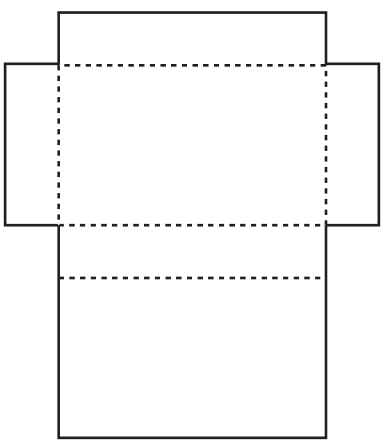
....

(i)



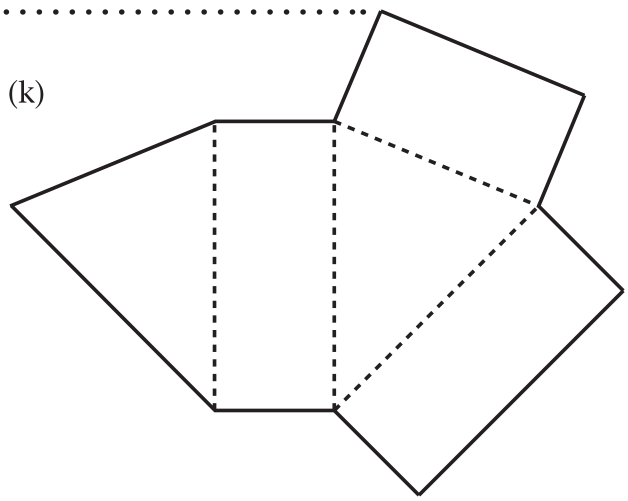
....

(j)



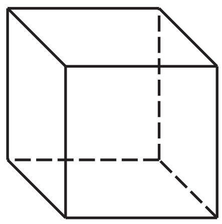
....

(k)

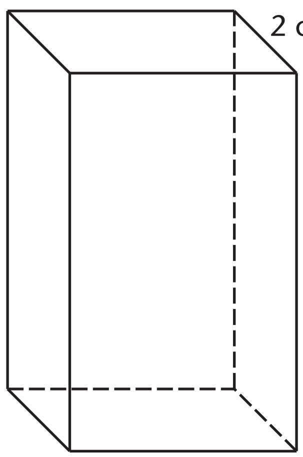


....

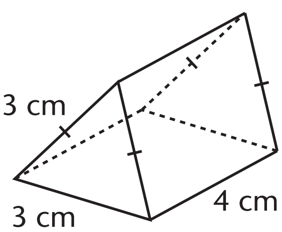
5. Teken 'n net vir elk van die volgende voorwerpe. Meet noukeurig.
   (a) Kubus



   (b) Reghoekige prisma



   (c) Driehoekige prisma



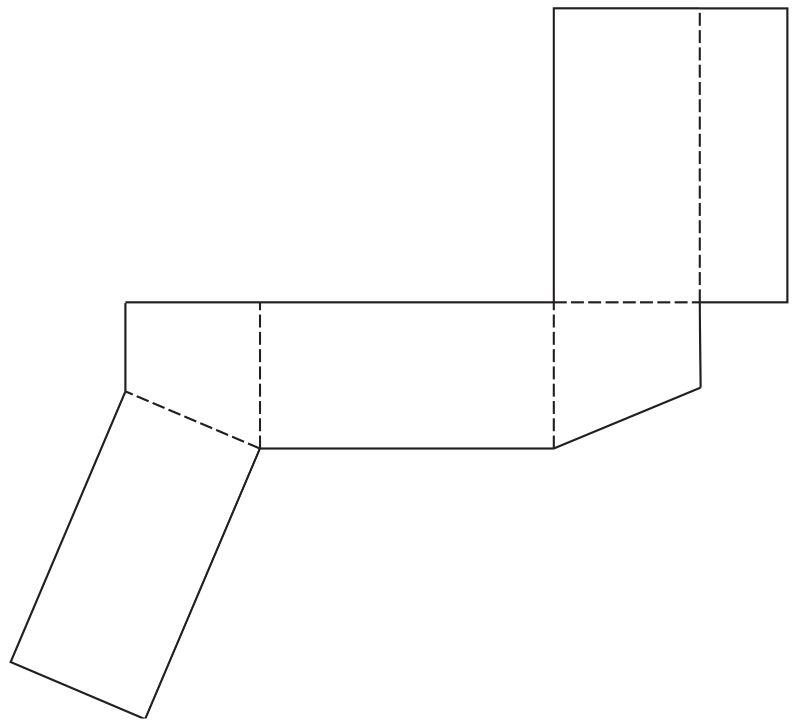
6. (a) Teken jou nette uit vraag 5 oor op 'n stewige papier of karton, maar vermenigvuldig die lengte van elke sy met 2. Doen die tekeninge noukeurig.
   (b) Sny uit, vou en gebruik kleeflint om die nette te plak om 3D-modelle te vorm.

7. Die eerste diagram hier onder is die net van 'n prisma met reghoekige basisse. Watter van die diagramme (a), (b), (c) en (d) hier onder is nette vir dieselfde prisma en watter is nie?

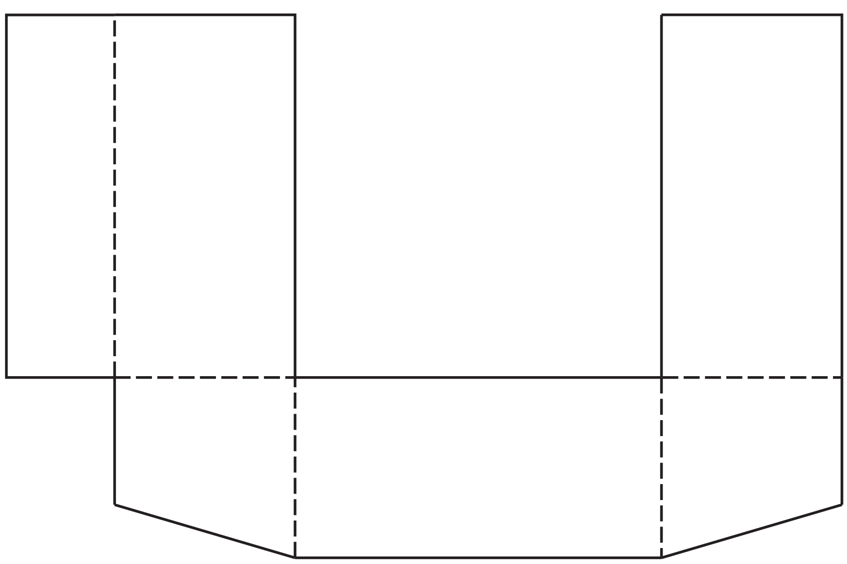
....

....

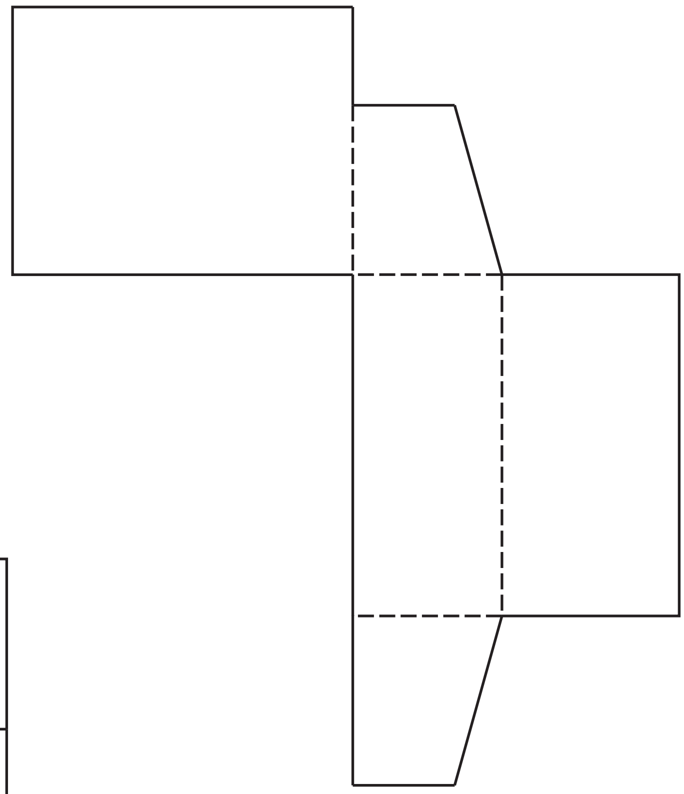
....



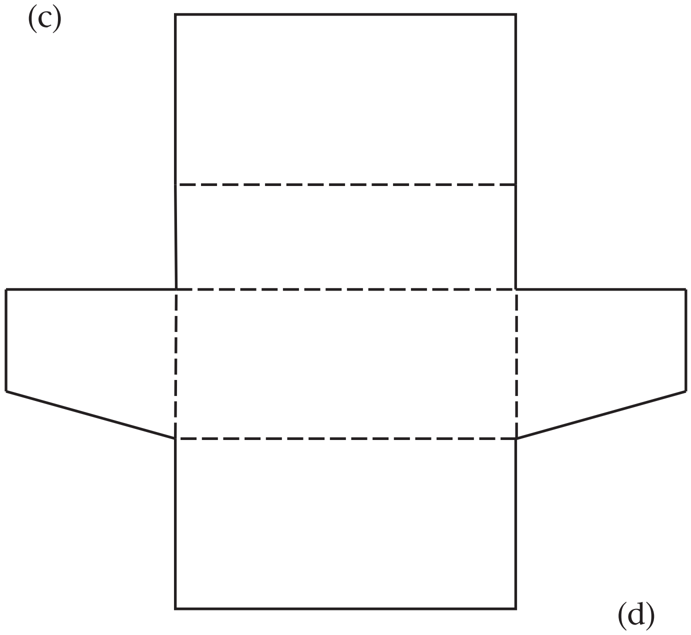
(a)



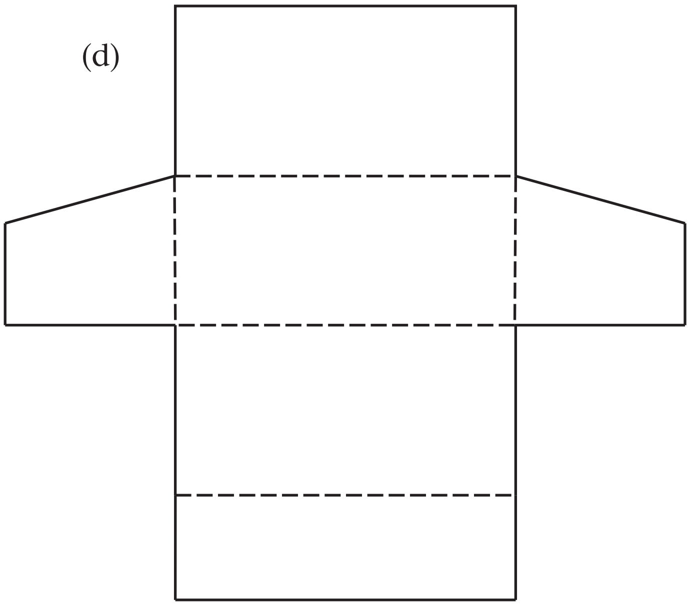
(b)



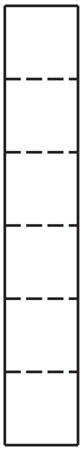
(c)



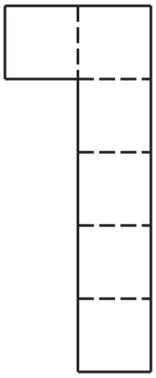
(d)



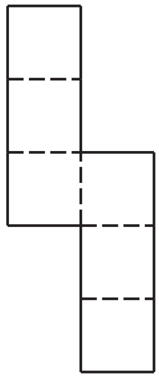
8. Watter van hierdie diagramme is nette vir ’n kubus?

(a) 

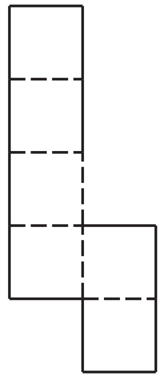
....

(b) 

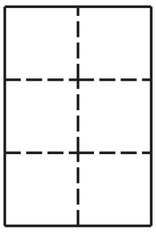
....

(c) 

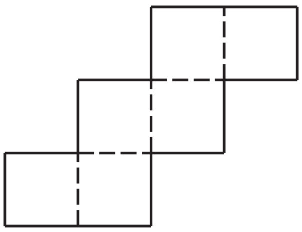
....

(d) 

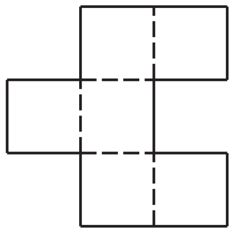
....

(e) 

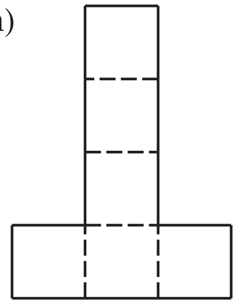
....

(f) 

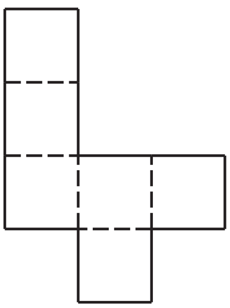
....

(g) 

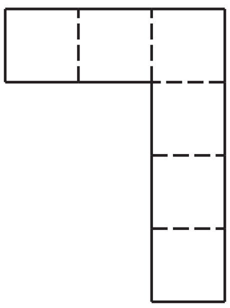
....

(h) 

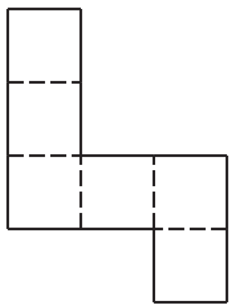
....

(i) 

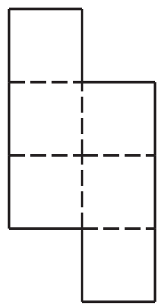
....

(j) 

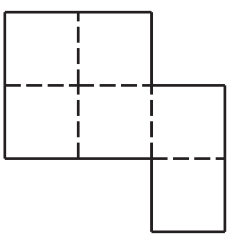
....

(k) 

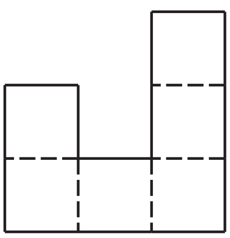
....

(l) 

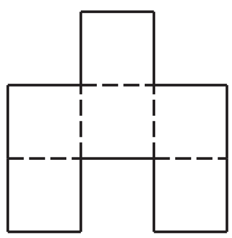
....

(m) 

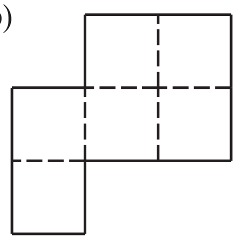
....

(n) 

....

(o) 

....

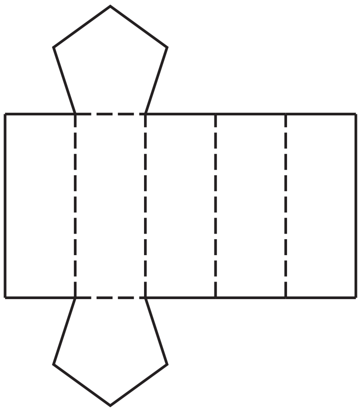
(p) 

....

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 213 2014/09/04 10:14:14 AM

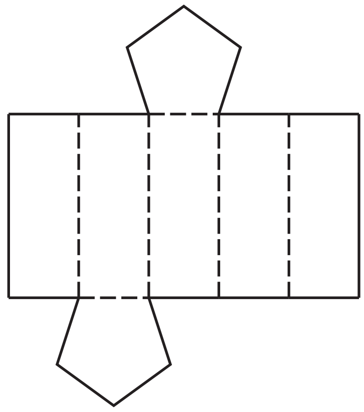
9. Sê in elke geval hier onder of die diagram sal werk as ’n net vir ’n vyfhoekige prisma of nie. Die basis hoef nie ’n reëlmatige vyfhoek te wees nie. In die gevalle waar die diagram nie sal werk nie, moet jy verduidelik waarom dit nie werk nie.

(a)



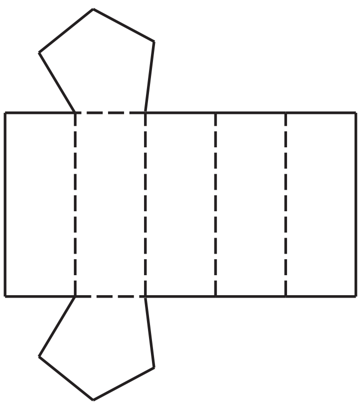
....

(b)



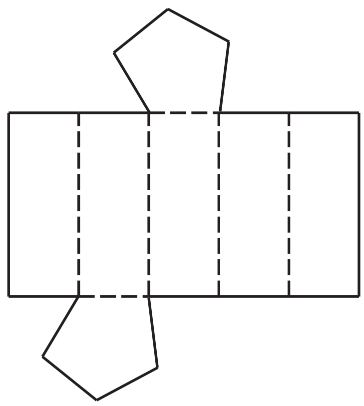
....

(c)



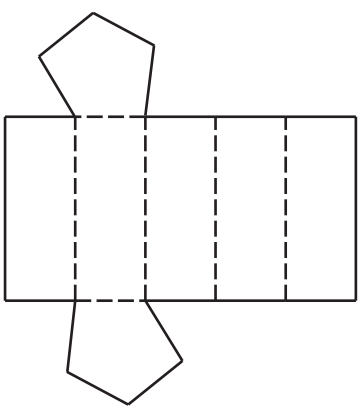
....

(d)



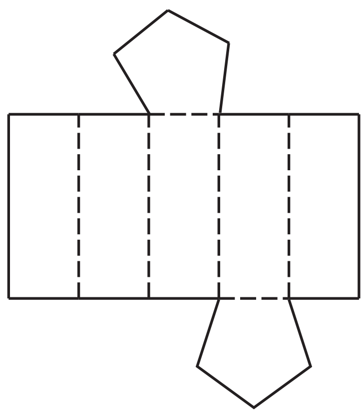
....

(e)



....

(f)

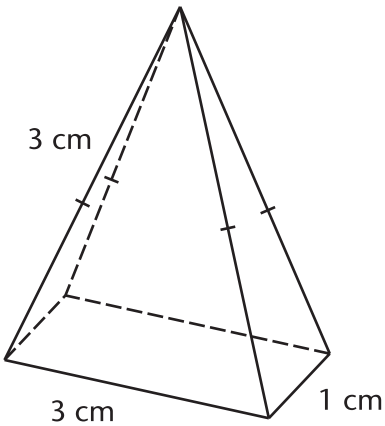


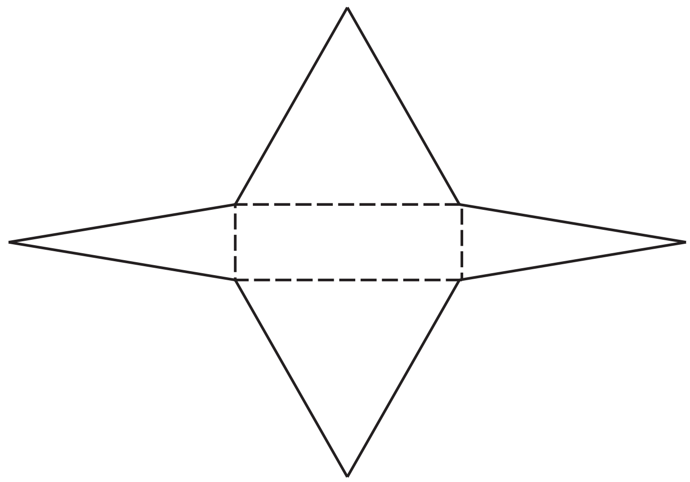
....

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 214 2014/09/04 10:14:15 AM

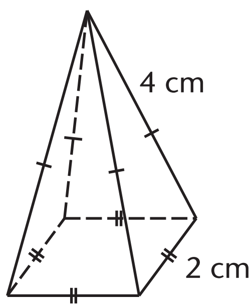
TEKEN NETTE EN KONSTRUEER 3D-MODELLE VAN PIRAMIDES

1. Skryf die afmetings op die sye van die net wat gegee is.

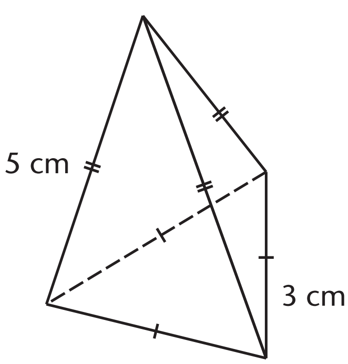




2. Teken akkurate nette van die volgende piramides.
   (a) Vierkantige piramide



   (b) Driehoekige piramide

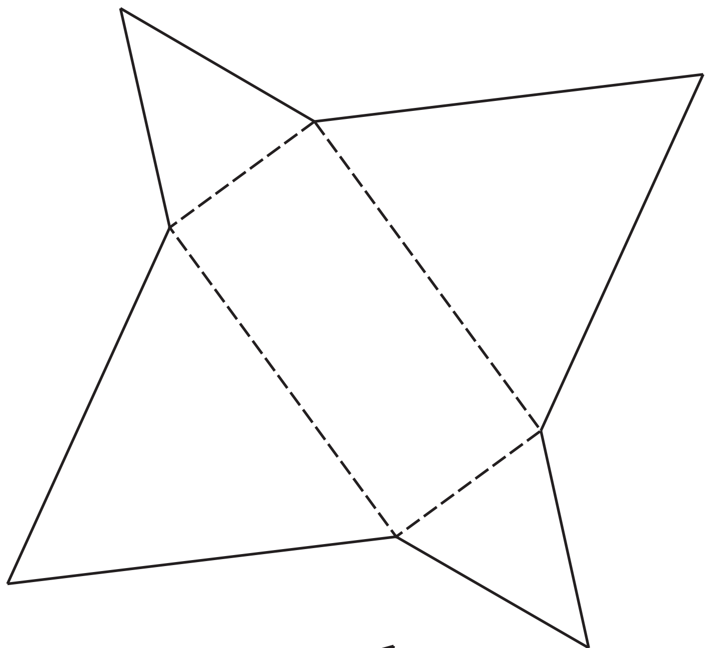


3. (a) Teken die nette wat jy in vraag 2 geteken het op karton of papier oor, maar verdubbel die afmetings.
   (b) Sny dan die net uit, vou en plak om ’n model van elke 3D-voorwerp te maak.

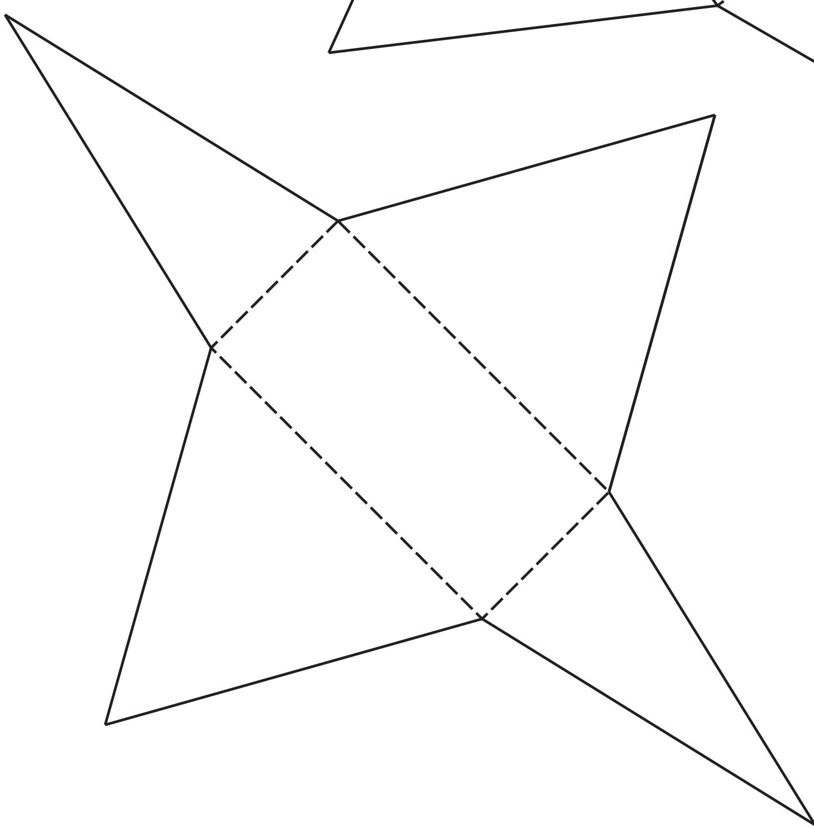
WAT LAAT ’N NET WERK?

Watter van die nette hier onder sal nie ’n reghoekige piramide vorm nie? Hier en daar sal jy moet meet om seker te maak, of jy sal die diagram moet afteken, uitsny en vou. Verduidelik hoekom jy in sommige gevalle dink dat dit nie sal werk nie.

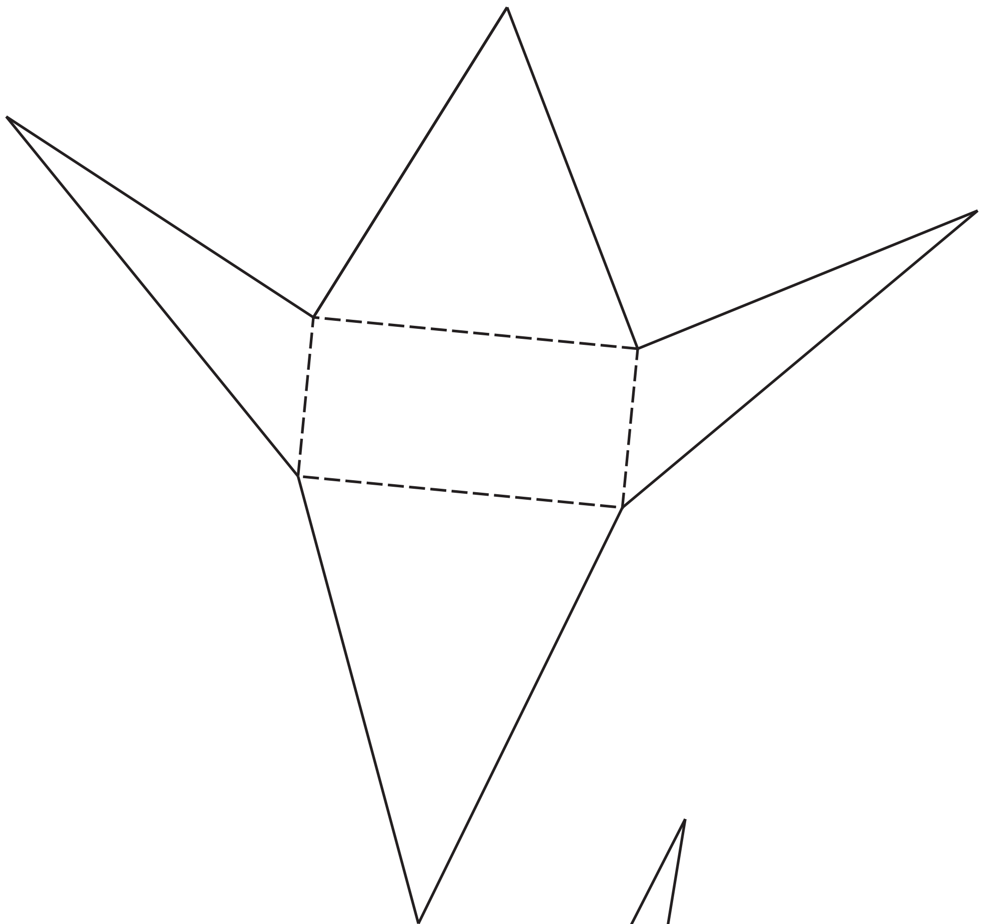
1.



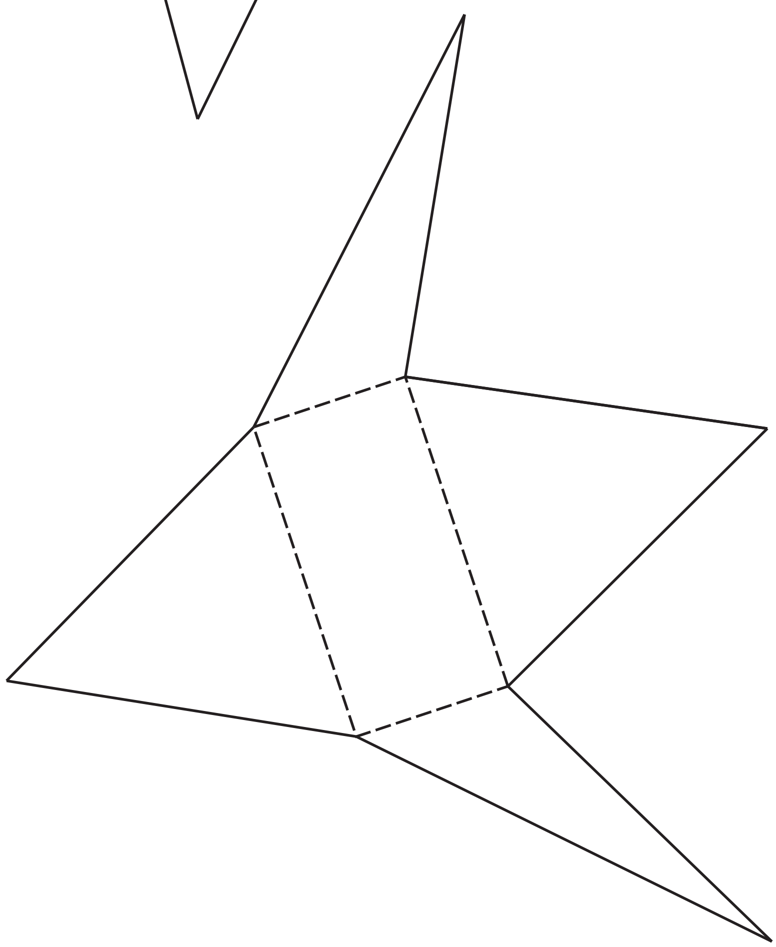
2.



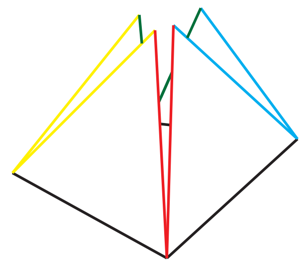
3.



4.



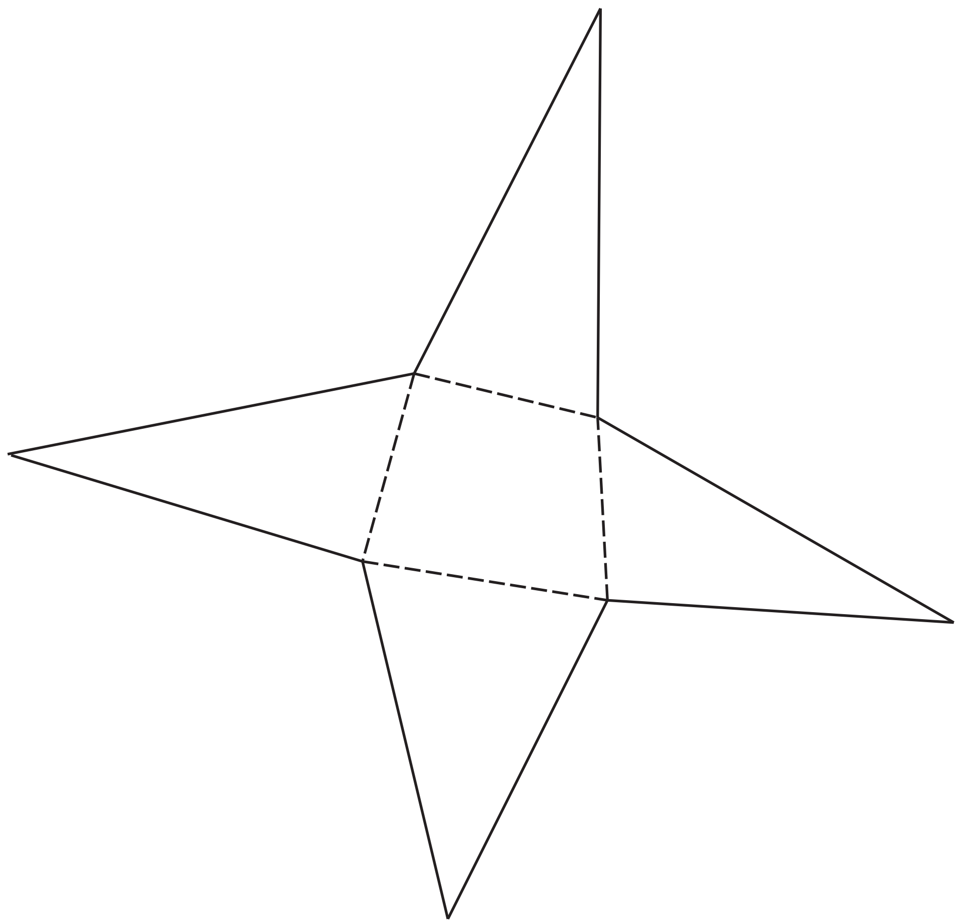
SIRKELS EN PIRAMIDES



Om in die toppunt te kan ontmoet, moet een sy van elke driehoekige vlak van ’n piramide dieselfde lengte hê as die sy van die vlak naaste aan hom.

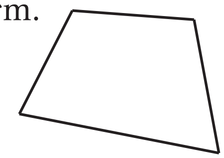
Dit beteken dat sekere lynstukke in die net van ’n piramide gelyk moet wees.

1. Merk die lynstukke wat gelyk moet wees in die diagram hier onder, sodat ’n mens ’n piramide kan maak deur die uitgesnyde diagram op die stippellyne te vou.



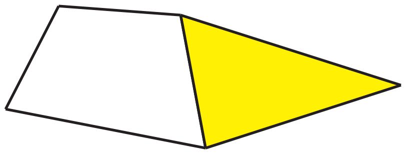
2. Teken die diagram hier bo noukeurig op stewige papier of karton na. Sny dit uit en vou op die stippellyne. Kyk of jy ’n piramide hiervan kan maak.

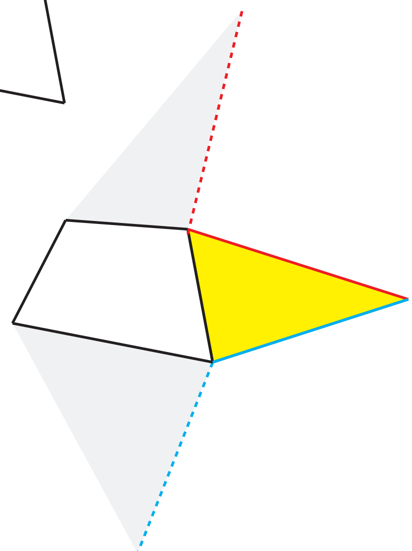
Enige veelhoek kan die basis van ’n piramide vorm.



As jy ’n net vir ’n piramide wil teken, kan jy dus begin deur ’n veelhoek te teken.

Teken dan enige driehoek op een sy van die veelhoek.



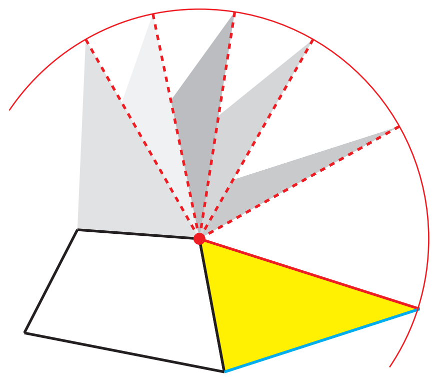


Die driehoeke wat aangrensend aan die eerste een sal wees moet elkeen een sy hê wat gelyk is aan die sy van die eerste driehoek waarop hy moet pas, soos aangedui deur die blou en rooi volstreep- en stippellyn-lynstukke hier regs.

Die stippellyn-lynstukke kan ook in ander posisies wees, so lank as hulle dieselfde lengtes as die gekleurde sye van die eerste driehoek het.

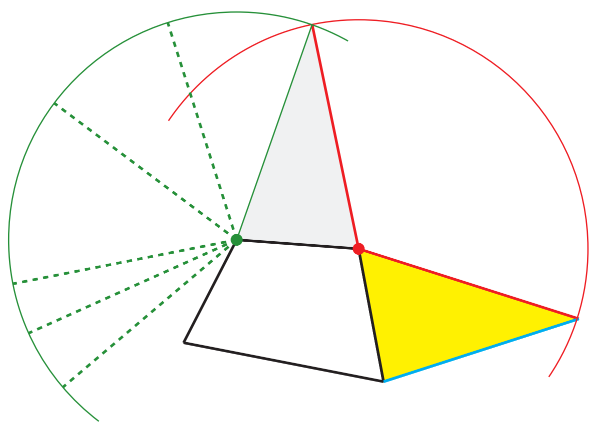
Dit beteken dat, sodra die eerste driehoekige vlak geteken is, daar baie verskillende moontlikhede is vir elkeen van die twee driehoeke wat aangrensend tot hom in die piramide sal wees.

Die sirkel met die rooi kol as middelpunt op die skets hier regs, wys die moontlikhede vir een driehoekige vlak.



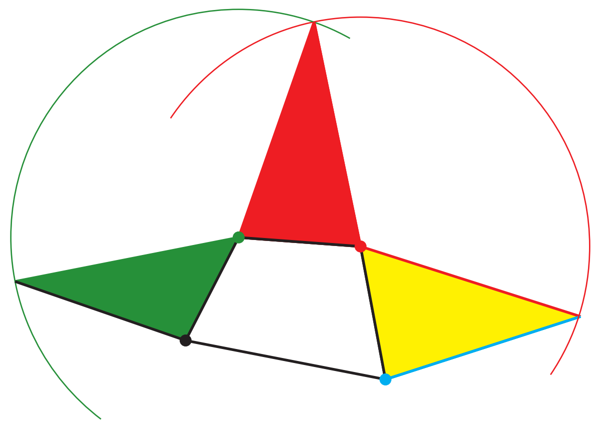
Sodra ’n driehoek op die boonste rand van die basis gekies is, kan ’n sirkel om die groen hoekpunt getrek word om die moontlikhede vir die derde driehoekige vlak aan te dui. Die radius van hierdie sirkel is die lengte van die tweede been van die tweede driehoek, soos gewys deur die groen volstreep op die skets.

Enige lynstuk wat vanaf die groen sirkel na die groen hoekpunt getrek word, kan ’n sy van die derde driehoekige vlak wees.



Nou moet daar nog een driehoekige vlak geteken word. Ons sal dit die blou driehoek noem.

Die swart en blou kolletjies op die skets wys waar twee van die hoekpunte van die blou driehoek moet wees.



3. Skets die vierde driehoekige vlak van die piramide rofweg op die tekening hier bo. Probeer dink hoe lank die sye moet wees sodat die diagram as 'n net vir 'n piramide kan dien.

4. (a) Hoe kan die swart kolletjie en die groen driehoek jou help om 'n idee te kry van waar die derde hoekpunt van die blou driehoek moet wees?

....

....

....

....

(b) Hoe kan die blou kolletjie en die geel driehoek jou help om 'n idee te kry van waar die derde hoekpunt van die blou driehoek moet wees?

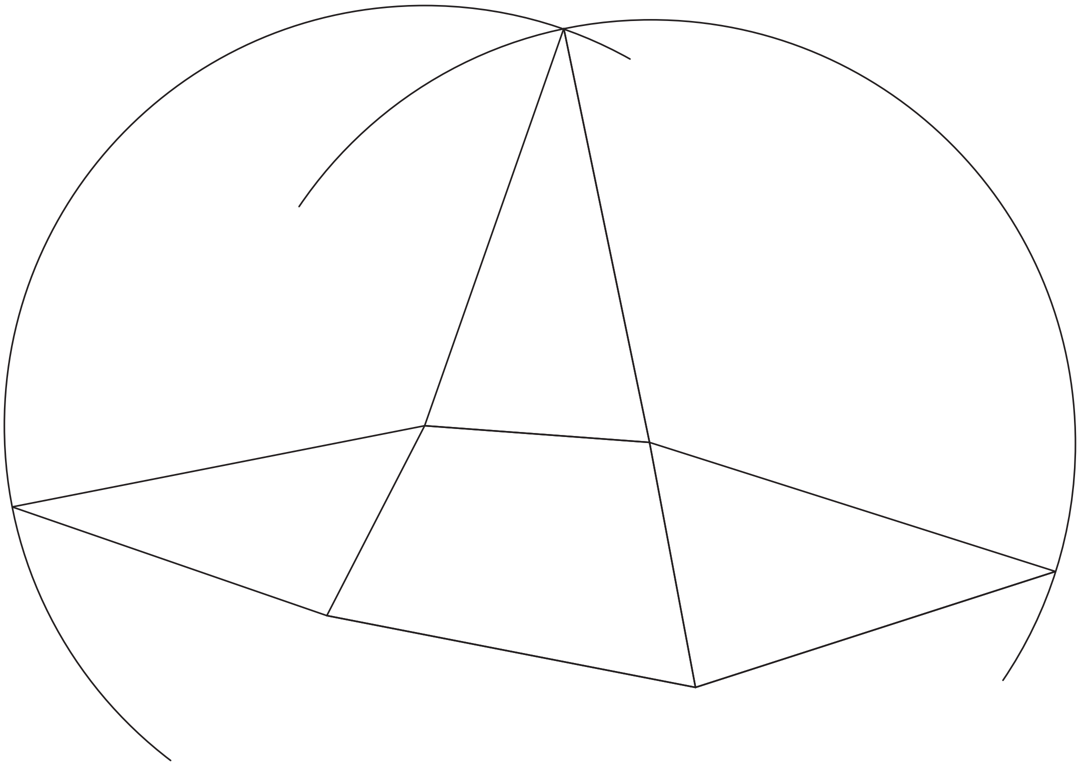
....

....

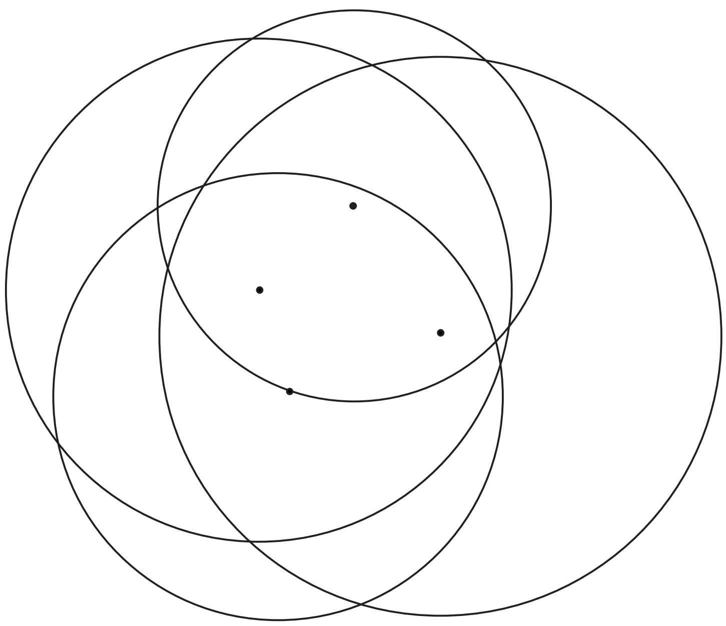
....

....

5. Boaan die volgende bladsy is 'n vergrote tekening van die skets wat net voor vraag 3 hier bo gegee is. Gebruik jou passer om die derde hoekpunt te bepaal van die vlak wat nog nie geteken is nie, en voltooi die net van die piramide. Jy kan die diagram op stewige papier oorteken, uitsny en vou om te sien of dit 'n piramide sal vorm.



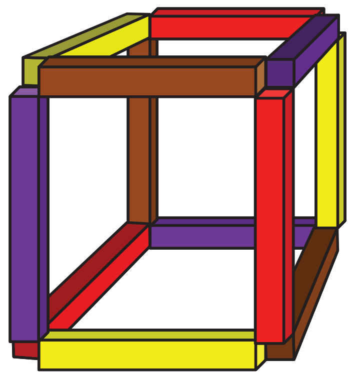
6. Verbind die kolletjies op die skets om ’n net vir ’n piramide te teken.



13.3 Platoniese liggame

MAAK VEELVLAKKE MET IDENTIESE VLAKKE EN GELYKE RANDE

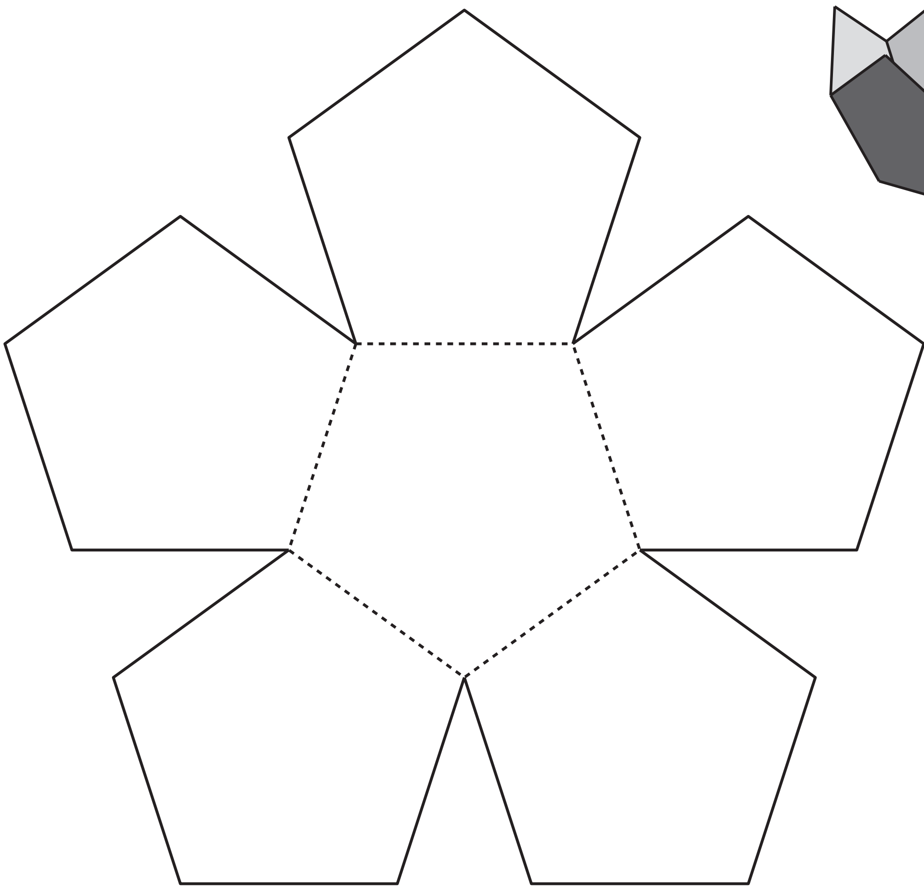
’n Kubus is ’n spesiale soort veelvlak. Dit het 6 identiese vlakke en sy 12 rande is almal ewe lank.

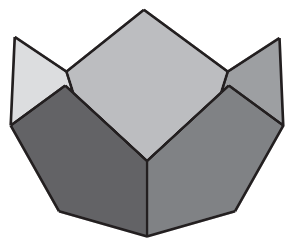


1. Hoeveel hoekpunte het ’n kubus? ....
2. Kan jy aan ’n voorwerp dink waarvan die vlakke identiese driehoeke is en al die rande gelyk is? Probeer om ’n ruwe skets van die net vir so ’n voorwerp in jou oefeningboek te teken.

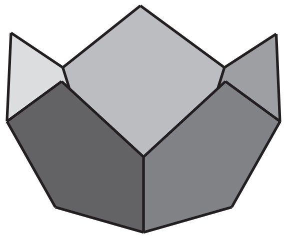
   ....

3. (a) Teken die diagram hier onder af. Knip dit uit en vou dit op die stippellyne. Heg die vlakke aan mekaar vas met kleeflint om ’n oop houer met vyfhoekige vlakke te vorm.

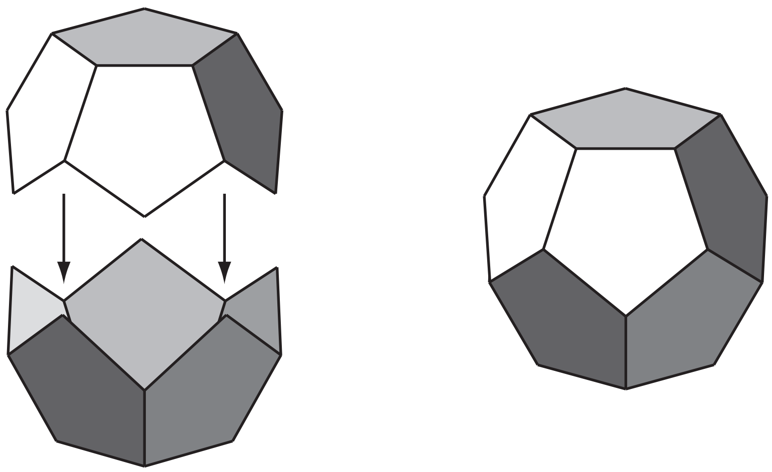




(b) Maak nog ’n kopie van die vyfhoekdiagram en maak ’n tweede houer.



(c) Draai die een houer om. Sit die twee opmekaar om ’n veelvlak te vorm.



(d) Hoeveel vlakke het jou veelvlak? ....

(e) Is die vlakke identies, en watter vorm het hulle?

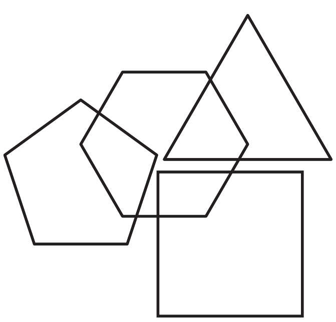
....

(f) Hoeveel rande is daar en is hulle ewe lank?

....

’n Veelvlak waarvan al die vlakke identies en reëlmatig is, word ’n **Platoniese liggaam** genoem, omdat die Griekse filosoof Plato deur sulke voorwerpe geboei was.

’n **Reëlmatige veelhoek** is ’n veelhoek met gelyke sye en ewe groot hoeke.



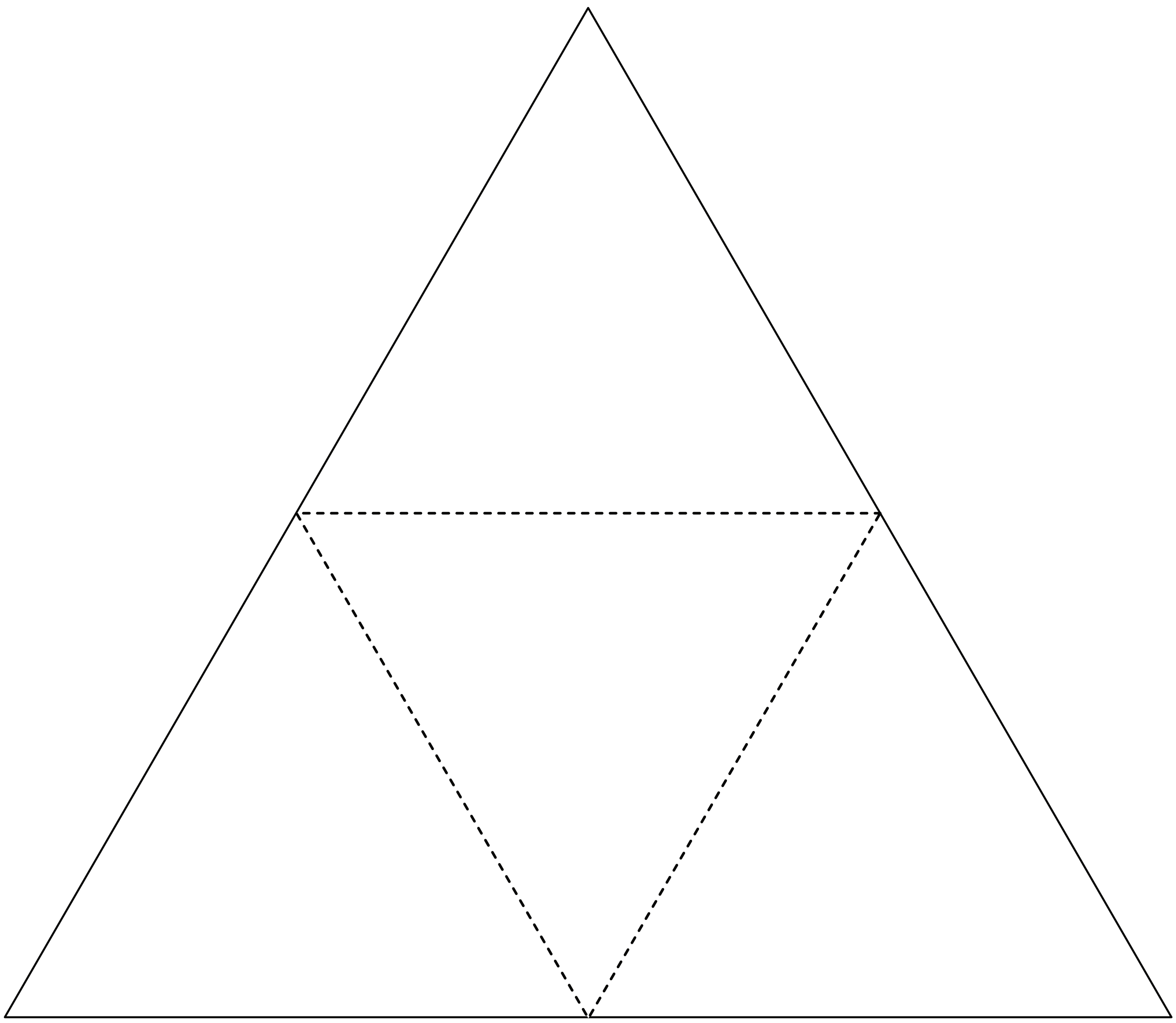
4. Dink jy die diagram hier onder kan as ’n net gebruik word om ’n Platoniese liggaam te vorm? Indien dit moontlik is, hoeveel vlakke, hoeveel rande en hoeveel hoekpunte sal so ’n veelvlak hê?

....

....

....

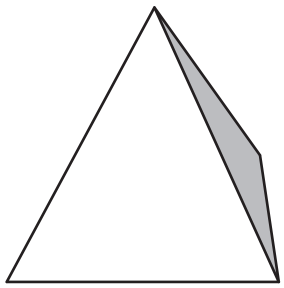
....



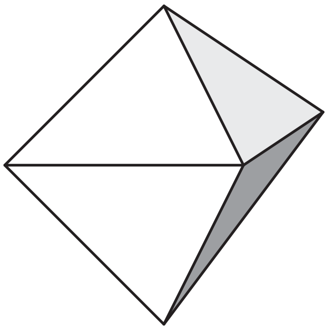
5. (a) Maak twee identiese kopieë van die diagram. Sny dit op die soliede lyne uit en vou dit op die stippellyne om twee identiese veelvlakke te vorm. Sulke veelvlakke word **reëlmatige tetraëders** genoem.
   (b) Probeer om jou twee reëlmatige tetraëders saam te voeg om ’n ander veelvlak met 6 vlakke, 9 rande en 5 hoekpunte te vorm.

DIE PLATONIESE LIGGAME

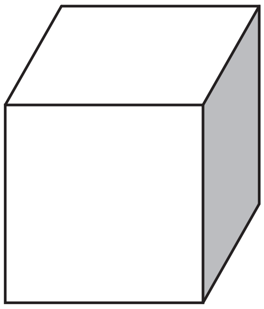
Die Platoniese liggame het spesiale name, soos hier onder aangedui. Daar is slegs vyf Platoniese liggame:



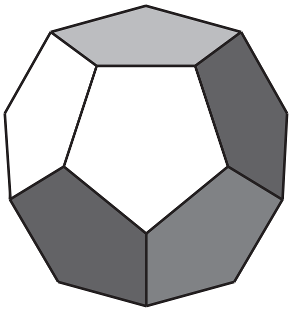
'n **Tetraëder** het 4 gelyksydige driehoeke. Dit het 6 rande en 4 hoekpunte.



'n **Oktaëder** bestaan uit 8 gelyksydige driehoeke. Dit het 12 rande en 6 hoekpunte.

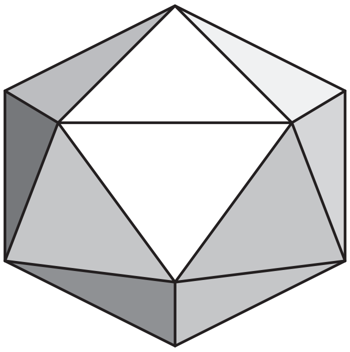


'n **Heksaëder** (ook bekend as 'n **kubus**) bestaan uit 6 vierkante. Dit het 12 rande en 8 hoekpunte.



'n **Dodekaëder** bestaan uit 12 reëlmatige vyfhoeke. Dit het 30 rande en 20 hoekpunte.

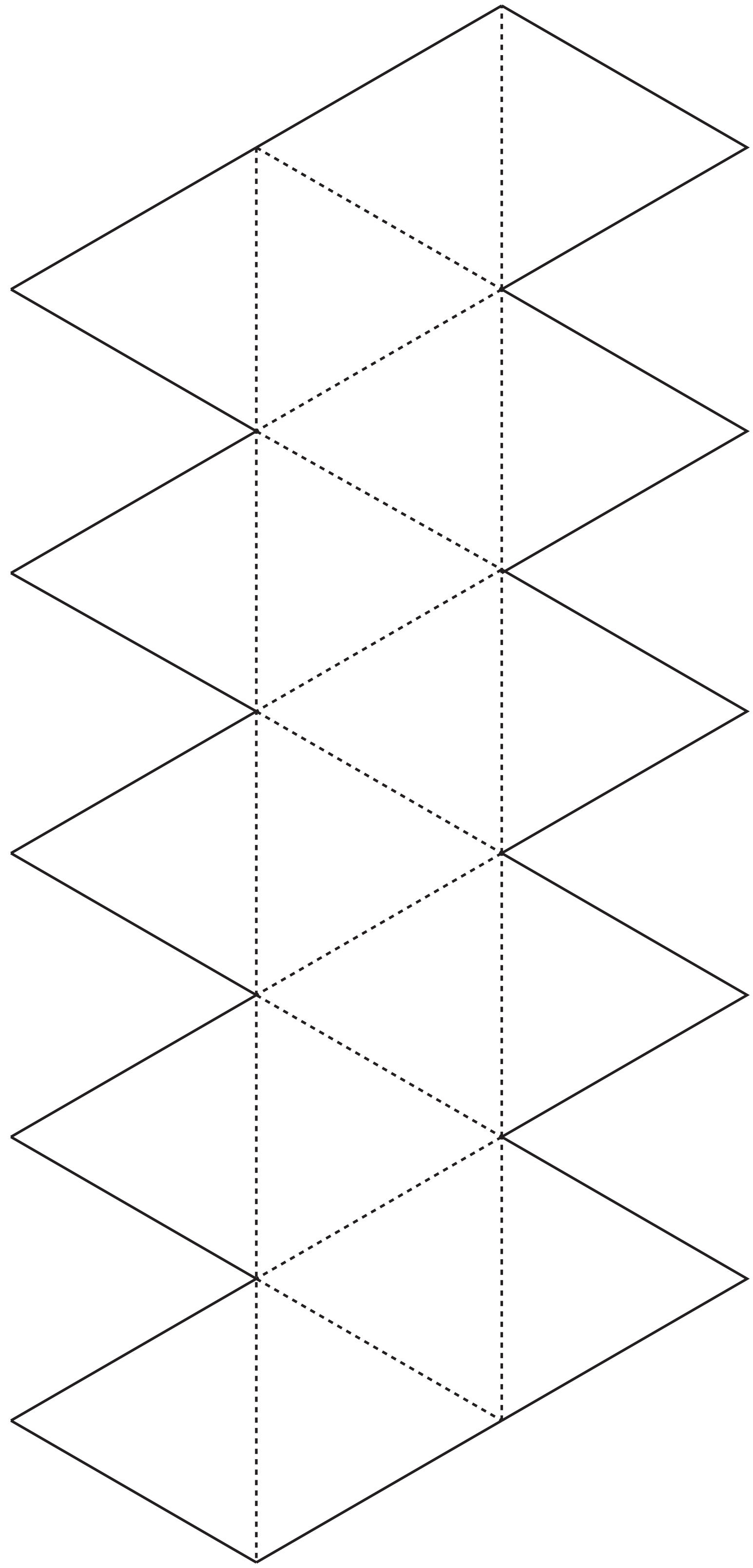
'n **Ikosaëder** bestaan uit 20 gelyksydige driehoeke. Dit het 30 rande en 12 hoekpunte.



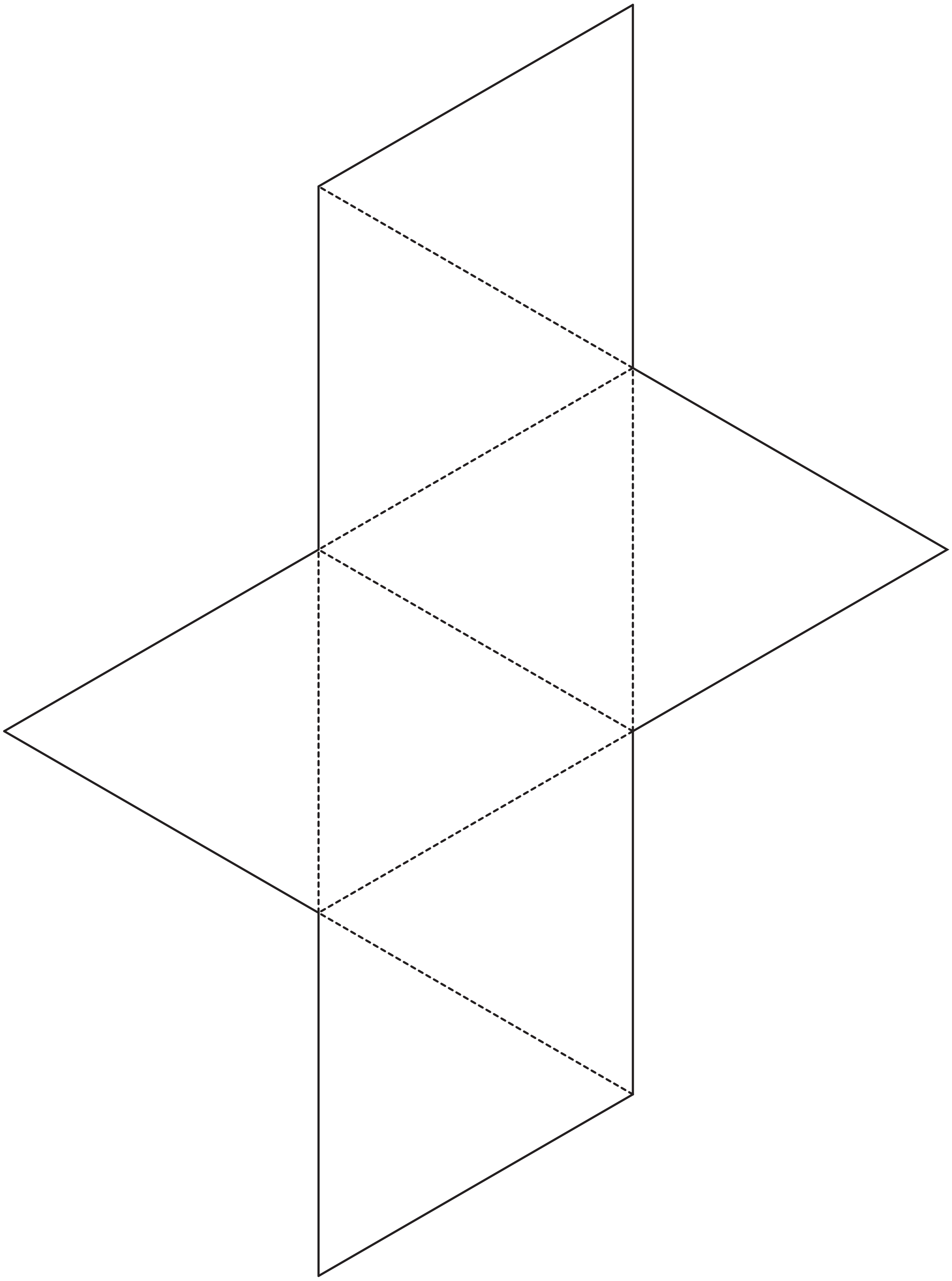
1. Nette vir 'n paar Platoniese liggame word op die volgende bladsye gegee. Skryf die name van die voorwerpe langs die nette wat gebruik kan word om hulle te maak.

2. Kyk of Euler se formule ook waar is vir die Platoniese liggame. ....

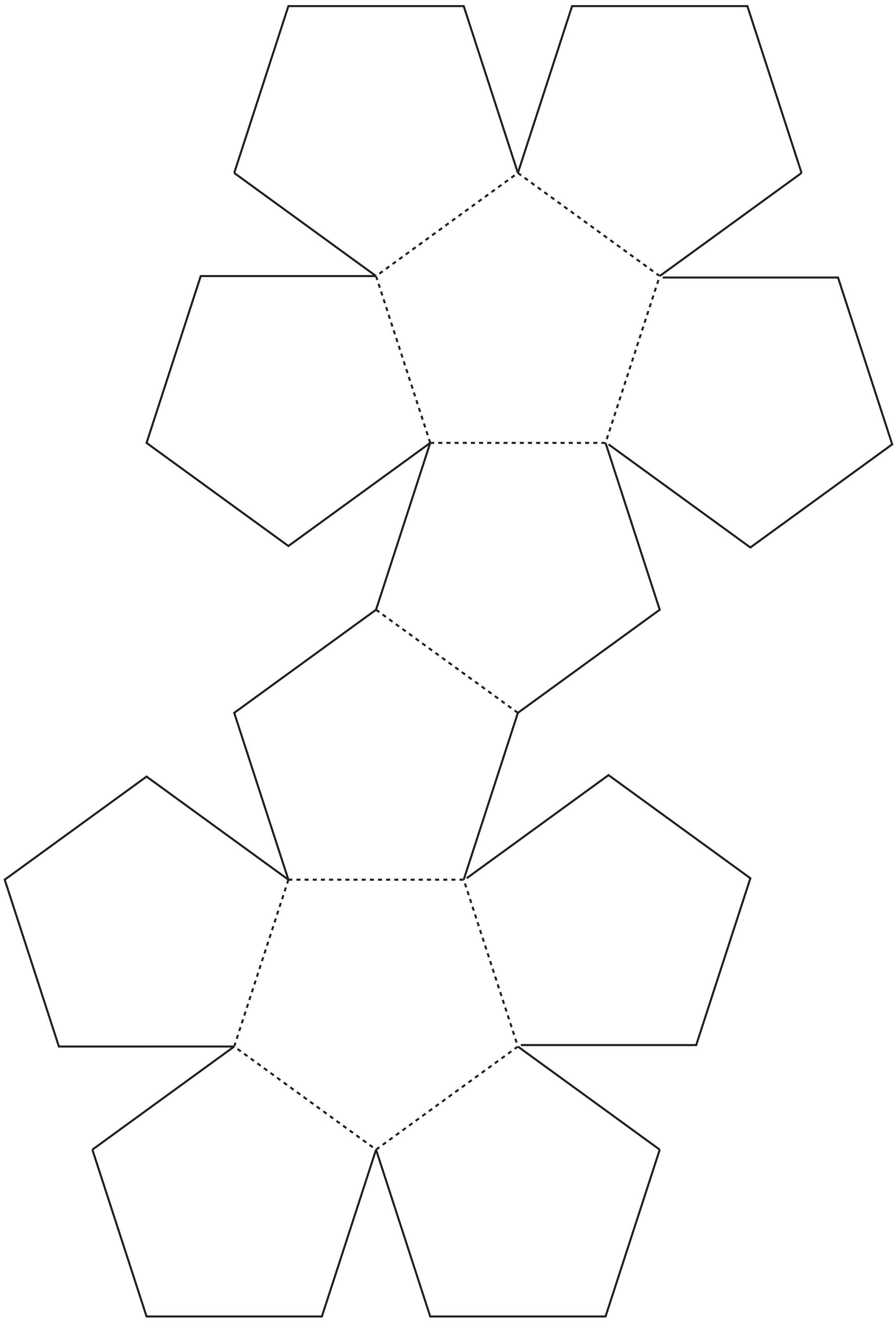
(a) ....



(b) ....

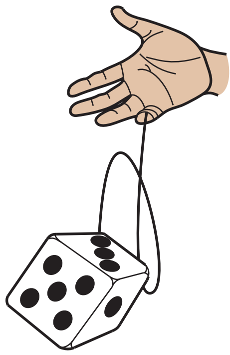


(c) ....

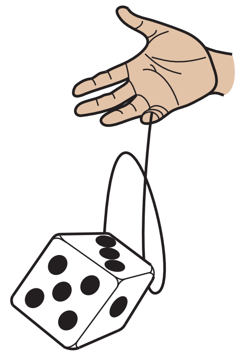


Hoofstuk 14
Waarskynlikheid

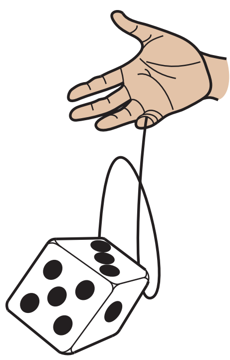
Sommige aksies, soos om 'n kaart uit 'n sak met tien verskillende gekleurde kaarte te trek, het verskillende moontlike resultate (uitkomste). 'n Mens kan glad nie voorspel watter kaart jy sal trek nie. Jy sal leer dat 'n mens wel voorspellings kan maak oor wat sal gebeur as die aksie baie, baie kere herhaal word.



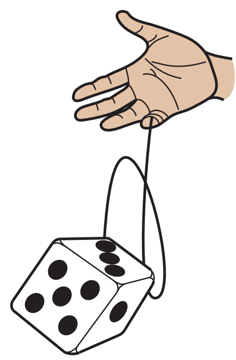
5?



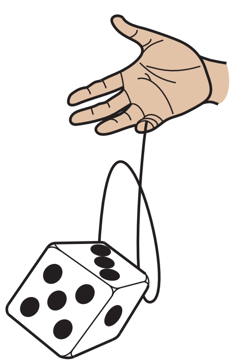
3?



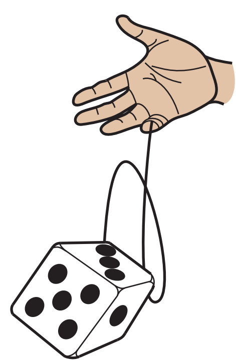
2?



6?



4?



1?

14 Waarskynlikheid

14.1 Hoe dikwels verskillende dinge kan gebeur

VERSKILLENDE BREUKE VAN 'N TELGETAL

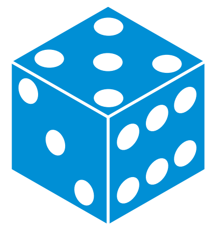
Jaco woon naby die see. Hy gaan elke dag visvang. Party dae vang hy niks visse nie, maar ander dae vang hy weer heelwat. Hy vang nooit meer as 5 visse op 'n dag nie.

Hy het besluit om altyd op te hou hengel sodra hy 5 visse gevang het.

1. Wat is die verskillende moontlike uitkomste van Jaco se daaglikse uitstappies?

   ....

2. Elke dag voor hy gaan visvang, gooi Jaco 'n dobbelsteen net een keer.



   (a) Wat is die moontlike uitkomste van die een keer se gooi?

   ....

   (b) Is die ses uitkomste van die een keer se gooi ewe waarskynlik?

   ....

   (c) Is daar enige rede vir Jaco om te glo dat die uitkoms van sy visvanguitstappie op 'n dag een minder sal wees as die getal waarop die dobbelsteen gaan lê het?

   ....

3. Jaco hou boek van die uitkomste van die daaglikse gooi van sy dobbelsteen. Hier is 'n opsomming van sy aantekeninge vir 60 opeenvolgende dae.

Uitkoms	1	2	3	4	5	6
Frekwensie	9	9	12	11	10	9

   (a) Hoeveel keer was die uitkoms 'n 6? ....

   (b) Watter breuk is dit van die totaal van 60 gooie? ....

   (c) Op watter breuk van die dae was die uitkoms 'n 3? ....

Die breuk van 'n getal gebeurtenisse wat 'n spesifieke uitkoms het, word die **relatiewe frekwensie** van daardie uitkoms genoem.

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 231 2014/09/04 10:14:19 AM

4. Wat is die relatiewe frekwensie van 'n:
   (a) 5 in Jaco se reeks van 60 dobbelsteengooie? ....
   (b) 4 in Jaco se reeks van 60 dobbelsteengooie? ....

Die **omvang** van 'n reeks getalle is die verskil tussen die kleinste en die grootste getal in die reeks.

5. Wat is die **omvang** van die relatiewe frekwensies van die verskillende uitkomste in Jaco se reeks gooie? Druk die omvang as 'n breuk in sestigstes uit, en as 'n persentasie.

   ....

6. Dink jy die ses moontlike uitkomste van Jaco se daaglike visvanguitstappies is ewe waarskynlik? Gee redes vir jou antwoord.

   ....

   ....

   ....

   ....

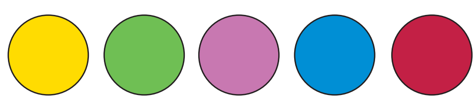
7. (a) Jaco hou boek van die uitkomste van sy daaglike visvanguitstappies. In die tabel hier onder word 'n opsomming van sy notas oor 'n tydperk van 200 opeenvolgende dae gegee. Skryf die relatiewe frekwensies van die verskillende uitkomste in die tabel, met elkeen uitgedruk as tweehonderdstes.

Uitkoms	0	1	2	3	4	5
Frekwensie	30	32	68	54	12	4
Relatiewe frekwensie						

   (b) Wat is die omvang van die relatiewe frekwensies in die geval? Druk die omvang as 'n gewone breuk en as 'n persentasie uit.

   ....

HOE DIKWELS KAN ONS VERWAG DAT IETS GAAN GEBEUR?



Verbeel jou dat jy vyf verskillende knope, soos hier bo, in 'n papiersak het.

1. Verbeel jou dat jy jou hand in die sak sit sonder om in die sak te loer en een van die knope uithaal.
   (a) Kan jy sê watter kleur die knoop sal wees? ....
   (b) Bespreek dit met 'n paar klasmaats.

2. (a) Wat is die verskillende moontlike kleure knope wat jy uit die sak kan haal?

....

(b) Hoeveel verskillende moontlikhede is daar? ....

3. Lees die sinne hier onder en beantwoord dan die vrae wat volg.

As jy 'n knoop uit die sak haal, sê ons dat jy 'n ***proef*** *uitgevoer het. Die kleur wat jy trek word die* ***uitkoms*** *van die proef genoem.*

(a) Wat is die verskillende moontlike uitkomste van die proef as net een knoop uit die sak gehaal word?

....

(b) Verbeel jou dat jy die eerste knoop in die sak terugsit. Jy haal weer een knoop uit die sak. Wat is die moontlike uitkomste van hierdie nuwe proef?

....

(c) Verbeel jou dat jy die proef 'n derde keer herhaal. Wat is die moontlike uitkomste van hierdie nuwe proef?

....

(d) Verbeel jou dat jy baie proewe uitvoer. Wat is die moontlike uitkomste van elkeen van hierdie proewe?

....

4. (a) As jy een van die vyf knope baie kere uithaal en dit elke keer weer terugsit, dink jy dat jy een kleur meer dikwels as die ander sal uithaal?

....

(b) Bespreek dit met 'n paar klasmaats.

5. (a) Verbeel jou dat jy 'n knoop uit 'n sak met vyf knope haal en dit weer terugsit. Jy herhaal dit 60 keer. Ongeveer hoeveel keer dink jy sal jy die rooi knoop uithaal?

....

(b) Ongeveer hoeveel keer dink jy sal jy die pienk knoop uithaal?

....

(c) Bespreek dit met 'n paar klasmaats.

As daar verskillende moontlike uitkomste vir 'n proef is en daar is geen rede om te glo dat enige uitkoms meer as 'n ander sal gebeur nie, sê ons dat die uitkomste **ewekansig** is.

6. Susan besluit om 160 proewe met die sak met vyf knope uit te voer. In elke proef gaan sy een knoop uit die sak trek, sy kleur neerskryf en die knoop terugsit. Lien besluit om 60 proewe uit te voer. Anton gaan 40 proewe uitvoer.

   Ongeveer hoeveel keer dink jy sal elkeen van hulle elkeen van die knope trek? Skryf jou verwagtings in die tabel neer.

Susan					
Lien					
Anton					

7. Hierdie is die antwoorde wat agt verskillende mense vir Anton, met sy 40 proewe, gegee het.

"Naby aan 6" beteken dit kan 6 of 'n ander getal naby 6 wees, byvoorbeeld 5 of 7 of 4 of 8.

Antwoord A	naby aan 5	naby aan 5	naby aan 5	naby aan 5	naby aan 20
Antwoord B	7, 8 of 9	7, 8 of 9	7, 8 of 9	7, 8 of 9	7, 8 of 9
Antwoord C	6, 7 of 8	6, 7 of 8	6, 7 of 8	6, 7 of 8	6, 7 of 8
Antwoord D	naby aan 7	naby aan 9	naby aan 8	naby aan10	naby aan 6
Antwoord E	naby aan 6	naby aan 6	naby aan 6	naby aan 6	naby aan 6
Antwoord F	6	9	7	8	10
Antwoord G	8	8	8	8	8
Antwoord H	naby aan 8	naby aan 8	naby aan 8	naby aan 8	naby aan 8

Watter antwoorde dink jy is goeie antwoorde en watter dink jy is swak? Verduidelik by elke antwoord hoekom jy dink dat dit goed of swak is.

8. (a) Hoeveel is 1 vyfde van 160, 1 vyfde van 60, en 1 vyfde van 40? ....

   (b) Kyk weer na jou eie antwoorde vir vraag 6. Stem jy nog daarmee saam of sou jy nou ander antwoorde wou gee? Indien wel, maak so en verduidelik hoekom jy van gedagte verander het.

   ....

9. Willem het besluit om die proef hier bo soveel keer as moontlik op een middag te doen deur elke keer een knoop uit die sak met vyf gekleurde knope te trek.

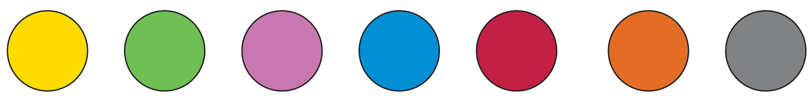
   (a) In naby aan watter breuk van die proewe kan hy geel as uitkoms verwag?

   ....

   (b) In naby aan watter breuk van die proewe kan hy rooi as uitkoms verwag?

   ....

10. Manare het ook besluit om soveel proewe as moontlik die middag te doen. Hy haal elke keer een knoop uit ’n sak met sewe knope van verskillende kleure.



   (a) In naby aan watter breuk van die proewe kan hy blou as uitkoms verwag?

   ....

   (b) In naby aan watter breuk van die proewe kan hy grys as uitkoms verwag?

   ....

11. Miriam doen ook soveel proewe as moontlik op ’n middag. Sy haal ook een knoop op ’n slag uit ’n sak met twaalf verskillende kleure knope in. In naby aan watter breuk van die proewe kan Miriam verwag om elke spesifieke kleur as uitkoms te kry?

   ....

Die getal kere wat ’n bepaalde uitkoms gedurende ’n reeks proewe verkry word, word die **frekwensie** van die uitkoms genoem.

12. Wat is die frekwensie van elk van die volgende kleure in antwoord F, vraag 7, op die vorige bladsy?

   (a) rooi .... (b) pienk ....

   (c) geel .... (d) blou ....

As die verskillende moontlike uitkomste van ’n gebeurtenis ewekansig is, is dit redelik om te verwag dat, as die gebeurtenis baie kere herhaal sal word, die frekwensies van die verskillende uitkomste byna gelyk sal wees.

’N ONDERSOEK

1. Maak 8 klein kaartjies of stukkies papier. Skryf ’n verskillende letter op elkeen neer. Gebruik die letters A, B, C, D, E, F, G en H. Sit die kaartjies in ’n papiersak. Stel jou voor dat jy ’n kaartjie uit die sak haal, kyk watter letter dit is en dit terugsit. Veronderstel dat jy 40 sulke proewe uitvoer en elke keer oplet na die uitkoms. Bepaal die frekwensie van elke letter.
   Naby aan watter getal dink jy sal die frekwensies van elke letter wees? ....
   Hierdie getal kan die **verwagte frekwensie** genoem word.

2. Wat sal die verwagte frekwensie vir elke letter wees as:
   (a) 200 proewe uitgevoer word? ....
   (b) 1 000 proewe uitgevoer word? ....

3. Voer nou werklik die eksperiment uit soos in vraag 1 beskryf is. Teken die uitkomste met telstrepies in die tabel hier onder aan. As jy klaar is, tel dan al die strepies bymekaar om die **werklike frekwensies** te kry.

	A	B	C	D	E	F	G	H
Telstrepies								
Werklike frekwensie								
Verwagte frekwensie	5	5	5	5	5	5	5	5

4. Skryf jou werklike frekwensies op ’n stukkie papier, in ’n tabel soos hier onder, neer.

	A	B	C	D	E	F	G	H
Werklike frekwensie								

5. Kry nou die papiertjies van vier ander klasmaats. Jy gaan hulle frekwensies, asook jou eie, in rye 1, 4, 7, 10 en 13 van die tabel op die volgende bladsy skryf. **Moet dit nog nie doen nie**. Wanneer jy later (in ry 16) die vyf stelle resultate gaan bymekaartel, sal jy die werklike frekwensies van 200 proewe hê. Skryf getalle wat jy dink naby dié frekwensies sal wees in die ry vir die **verwagte frekwensies**.

6. Werk nou saam met jou vier klasmaats en voltooi rye 1, 4, 7, 10 en 13.

7. In die eerste leë ry na elke werklike frekwensie ry (dit wil sê in rye 2, 5, 8, 11 en 14), druk die frekwensie uit as ’n breuk van die totale getal uitkomste in die eksperiment, wat in elke geval 40 was. Jy hoef nie die breuke te vereenvoudig nie.

8. Druk die frekwensies van rye 16 en 19 uit as breuke van 200. Skryf dit in rye 17 en 20 neer.

9. Druk die breuke as persentasies uit en skryf dit in die oorblywende leë rye.

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 236 2014/09/04 10:14:21 AM

10. Bereken die omvang van die getalle in rye 3, 6, 9, 12, 15 en 18.

Ry 3: ....

Ry 6: ....

Ry 9: ....

Ry 12: ....

Ry 15: ....

Ry 18: ....

		A	B	C	D	E	F	G	H
1	Werklike frekwensies								
2									
3									
4	Werklike frekwensies								
5									
6									
7	Werklike frekwensies								
8									
9									
10	Werklike frekwensies								
11									
12									
13	Werklike frekwensies								
14									
15									
16	Totale werklike frekwensies								
17									
18									
19	Verwagte frekwensies								
20									
21									

Maths2_Afrikaans_Gr8_LB_Book.indb 237 2014/09/04 10:14:21 AM

11. In watter ry is die omvang die kleinste? Probeer verduidelik hoekom dit die geval is.

....

....

....

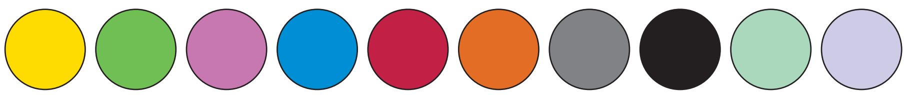
....

12. In watter van die rye in vraag 10 is die getalle die naaste aan die verwagte persentasies in ry 21?

....

Die verwagte relatiewe frekwensie van 'n uitkoms word die **waarskynlikheid** van die uitkoms genoem.

13. Verbeel jou dat jy 10 verskillende kleure knope, soos hier onder, in 'n sak het.

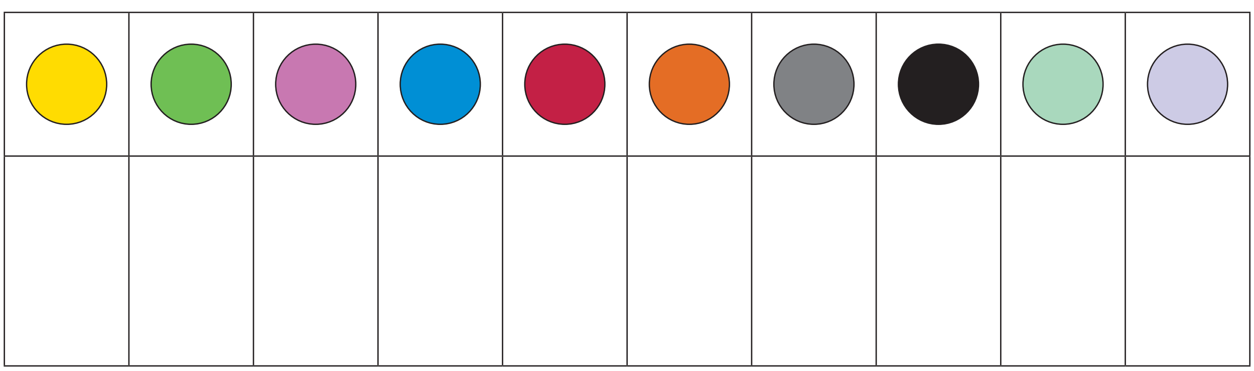


(a) Verbeel jou dat jy een knoop uit die sak haal.
Hoeveel verskillende ewekansige uitkomste is daar vir hierdie proef? ....

(b) Verbeel jou dat jy een knoop uit die sak haal, na die kleur kyk en 'n telstrepie in die kolom vir daardie kleur in die tabel hier onder maak en die knoop weer terugsit. Veronderstel dat jy dit baie kere doen. Ongeveer watter breuk van die totale getal telstrepies verwag jy in elke kolom?
....

(c) Die breuk wat jy in (b) genoem het, is die waarskynlikheid van die uitkoms vir elkeen van die kolomme. Sal jy verwag om presies daardie breuk in elke kolom te kry?

....

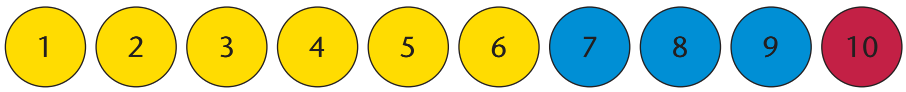


(d) Hashim sê dat hy verwag om **ongeveer** 10 telstrepies in elke kolom te hê, omdat die uitkomste ewekansig is. Stem jy met hom saam? Gee redes vir jou antwoord.

14.2 Waarskynlikheid

In hierdie aktiwiteit moet jy oor die volgende situasie nadink:

Daar is 10 gekleurde, genommerde knope in 'n sak: 6 geles, 3 bloues en 1 rooie.



1. (a) Watter breuk van die totale getal knope is geel?

   (b) Watter breuk van die totale getal knope is blou?

   (c) Watter breuk van die totale getal knope is rooi?

2. Veronderstel jy sit jou hand in die sak. Sonder om in die sak te kyk, haal jy een knoop uit, kyk na sy kleur en sit dit weer terug in die sak.

   As jy hierdie proef baie kere herhaal, sal jy soms 'n geel knoop kry, soms 'n bloue en soms 'n rooie.

   (a) Dink jy dat jy blou meer dikwels as geel sal kry? Verduidelik jou antwoord.

   (b) Dink jy dat jy twee keer soveel geel as blou sal trek?

   (c) Kan jy met sekerheid weet watter kleur jy sal trek? Verduidelik jou antwoord.

   (d) Deel jou idees met twee klasmaats.

Hierdie is ’n eksperiment wat jy later gaan doen. **Moet dit nie nou doen nie**.

Sit 10 knope soos dié op bladsy 239, of stukkies papier of karton met die name van die kleure daarop geskryf, in ’n sak. Steek jou hand in die sak en haal een knoop of kaartjie uit sonder om in die sak te kyk. Kyk nou watter kleur dit is en maak ’n telstrepie in die kolom vir daardie kleur hier onder en sit die knoop terug in die sak. Doen dit 10 keer.

Geel	Blou	Rooi

Elke keer as jy ’n proef doen, vind daar ’n gebeurtenis plaas. Daar is drie moontlike gebeurtenisse:

A. Die gebeurtenis dat die kleur geel is
B. Die gebeurtenis dat die kleur blou is
C. Die gebeurtenis dat die kleur rooi is

3. (a) Op hoeveel verskillende maniere kan gebeurtenis A in een proef voorkom? ......
   (b) Op hoeveel verskillende maniere kan gebeurtenis B in een proef voorkom? ......
   (c) Op hoeveel verskillende maniere kan gebeurtenis C in een proef voorkom? ......

4. (a) Veronderstel dat jy die eksperiment doen en 10 proewe uitvoer. Dink jy gebeurtenis A sal 3 of miskien 4 keer plaasvind, gebeurtenis B sal 3 of miskien 4 keer plaasvind en gebeurtenis C sal 3 of miskien 4 keer plaasvind?

   ....

   ....

   (b) Deel jou idees met twee klasmaats.
   (c) Dink jy gebeurtenis A sal 6 keer (of miskien 5 of 7 keer) plaasvind, gebeurtenis B sal 3 keer (of miskien 2 of 4 keer) plaasvind en gebeurtenis C sal een keer (of miskien 2 keer of glad nie) plaasvind?

   ....

   ....

   ....

   (d) Deel jou idees met twee klasmaats.

5. (a) Doen die eksperiment wat voor vraag 3 beskryf is, en skryf die resultate in die tweede ry van die tabel op die volgende bladsy.
   (b) Herhaal die eksperiment en skryf die resultate in die derde ry van die tabel.
   (c) Herhaal die eksperiment nog drie keer en skryf die resultate in die tabel.
   (d) Voltooi die laaste twee rye van die tabel.

Uitkoms	Geel	Blou	Rooi
Frekwensie van elke kleur in die eerste 10 proewe			
Frekwensie van elke kleur in die tweede 10 proewe			
Frekwensie van elke kleur in die derde 10 proewe			
Frekwensie van elke kleur in die vierde 10 proewe			
Frekwensie van elke kleur in die vyfde 10 proewe			
Totale frekwensie van 50 proewe			
Totale frekwensie gedeel deur 5			

Toe jy die eksperiment die eerste keer in vraag 5(a) gedoen het, het jy 10 **proewe** gedoen: jy het 'n knoop uit die sak gehaal en na die kleur gekyk. Daar was elke keer drie **moontlike uitkomste** vir die proef: die knoop kon **geel**, **blou** of **rooi** wees.

Ons kan ook sê dat drie verskillende gebeurtenisse moontlik was: geel, blou en rooi. Maar as ons na die getalle op die knope gekyk het, was tien verskillende uitkomste moontlik.

6. (a) Hoeveel verskillende uitkomste (genommerde knope) sal die gebeurtenis geel oplewer? ....

   (b) Hoeveel verskillende uitkomste sal die gebeurtenis blou oplewer? ....

   (c) Hoeveel verskillende uitkomste sal die gebeurtenis rooi oplewer? ....

7. Watter breuk van die tien moontlike uitkomste sal

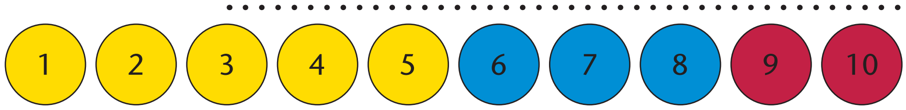
   (a) die gebeurtenis geel oplewer? ....

   (b) die gebeurtenis blou oplewer? ....

   (c) die gebeurtenis rooi oplewer? ....

Die breuke wat jy gegee het as antwoorde vir vraag 7 is die **waarskynlikhede** van die drie verskillende gebeurtenisse.

8. (a) Wat is die waarskynlikheid om blou te kry as een van die knope hier onder uit die sak getrek word?
   ....



   (b) Beskryf in jou eie woorde wat bedoel word as 'n mens sê dat die waarskynlikheid van 'n gebeurtenis $\frac{3}{20}$ is.

   ....

   ....